

## 一种低复杂度编码辅助载波同步算法

晏辉 唐发建 张忠培

(电子科技大学通信抗干扰国防重点实验室 成都 611731)

**摘要:** 该文针对低信噪比下编码辅助同步算法存在复杂度高的问题,在分析了后验信息概率分布特性的基础上,通过设定表征可靠性大小的门限值得到了只有 3 种状态的简化后验均值和新的后验似然比。将新的后验均值和似然比分别运用到基于软扫频的粗同步和基于期望最大的细同步算法中,得到一种新的同步算法。新算法使用了一种新的评价函数和简化的期望最大算法。通过码率为 1/6 的 Turbo 码验证了新算法可以大幅降低加法及乘法的运算次数,在信噪比大于-7.9 dB 时能达到理想同步,最大性能损失仅为 0.05 dB。

**关键词:** 深空通信; 低信噪比; 载波同步; 期望最大算法

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)12-2959-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00017

## A Low Complexity Code-aided Carrier Synchronization Algorithm

Yan Hui Tang Fa-jian Zhang Zhong-pei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China)

**Abstract:** Considering the condition of low Signal to Noise Ratio (SNR), the Code-aided carrier recovery algorithm performs high computational complexity. Based on the analysis of the probability density function of posterior information, modified posterior information mean with three states and new Log-Likelihood Ratio (LLR) are proposed according a probability threshold that represents the information reliability. Then a new carrier synchronization algorithm is obtained when the new posterior information mean and log-likelihood ratio are separately applied into the expectation maximization and soft frequency sweep algorithm. There is a simplified expectation maximization algorithm and evaluation function. In last, the simulations by the Turbo code with 1/6 code rate verify that the new algorithm improves the performance of computational complexity, increases the synchronization range and achieves perfect synchronization with only 0.05dB loss when SNR exceeds -7.9 dB.

**Key words:** Deep space communication; Low SNR; Carrier recovery; Expectation Maximization (EM) algorithm

### 1 引言

深空通信是深空探测技术中的一项关键技术<sup>[1,2]</sup>。深空信道中信噪比低并且传输延迟大。如不采用纠错码技术,在如此条件下无法进行通信。基于编码辅助的同步算法是深空通信中的一个研究热点<sup>[3-8]</sup>,其基本原理是利用后验信息来估计同步参数。Simon 于上世纪 70 年代提出了利用卷积码的后验信息与 Costas 环结合的方法进行载波同步。近年来随着 Turbo 及 LDPC 码<sup>[9,10]</sup>这些逼近 Shannon 限的高效编译码技术的发展,编码辅助同步算法得到了迅速发展。文献[3]给出了基于期望最大(Expectation-Maximization, EM)的编码辅助同步算法的理论框架,文献[4]提出了和积期望最大(Sum-Product Expectation-Maximization, SP-EM)

算法。但 Turbo 码和 LDPC 码都存在译码次数多的问题,因此每次译码时 EM 算法的复杂度对系统的性能有重要影响。现有文献大多考虑短码长及高码率的应用场景,信噪比一般在-3 dB 以上。为了在更低信噪比下通信,需要采用具有大码长和低码率的信道码,这时 EM 算法表现出同步范围小及复杂度高的缺点。因此对其进行简化,提高同步范围有重要研究意义。

本文考虑的场景是低信噪比下的深空信道,编码方式为空间数据系统咨询委员会(Consultative Committee for Space Data Systems, CCSDS)标准<sup>[11]</sup>的 1/6 码率 Turbo 码,信息位长 1784, BPSK 调制。第 2 节阐述了期望最大和软扫频算法的原理及实现方式。第 3 节分析了后验信息的概率分布特性,提出了一种改进的后验信息。并利用此改进信息对原算法进行了简化。第 4 节为仿真及结果分析,最后为全文总结。

2010-01-05收到, 2010-06-15改回

国家863计划项目(2007AA01Z299)资助课题

通信作者: 晏辉 wateroflife@126.com

## 2 编码辅助同步算法的原理

EM 算法是一种非数据辅助(Non Data-Aided, NDA)算法。未同步信号会造成输入信噪比的降低。当信噪比低于译码器工作区间时, EM 算法就会失效, 因此其只适用于细同步, 应采用其它辅助捕获的方式进行粗同步。图 1 给出了一种低信噪比 Turbo 接收机, 粗同步采用了阵列软扫频算法。此接收机不需要导频, 频带利用率高。本节将分析其基本原理, 并给出复杂度分析。

粗同步后接收信号表示为

$$r_k = a_k \exp(j2\pi k\Delta f T_s + \theta) + n_k \quad (1)$$

其中  $a_k$  表示第  $k$  个发送符号,  $\Delta f T_s$  和  $\theta$  为归一化频偏及相偏,  $n_k$  是方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。令  $\hat{\mathbf{b}} = [\Delta \hat{f}, \hat{\theta}]$ , 条件似然函数为

$$p(\mathbf{r} | \mathbf{a}, \hat{\mathbf{b}}) = \exp \left\{ -2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} a_k^* r_k e^{-j(2\pi k\Delta \hat{f} T_s + \hat{\theta})} \right\} \right\} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{r}$  表示发送与接收向量。对  $\mathbf{a}$  取统计平均后得到似然函数  $\ln p(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{b}})$ , 然后对  $\hat{\mathbf{b}}$  求导可得

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{b}}} \ln p(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{b}}) = \int p(\mathbf{a} | \mathbf{r}, \hat{\mathbf{b}}) \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{b}}} \ln p(\mathbf{r} | \mathbf{a}, \hat{\mathbf{b}}) d\mathbf{a} \quad (3)$$

因  $p(\mathbf{a} | \mathbf{r}, \hat{\mathbf{b}})$  无显式表达式, 故式(3)准确表达式很难求出。但可用迭代寻优的方法求得。第  $n$  次迭代时  $\hat{\mathbf{b}}_{n-1} = [\Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1}]$ , 当  $\hat{\mathbf{b}}_{n-1}$  与  $\hat{\mathbf{b}}$  很接近时令  $\hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}}_n$ , 那么有

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{b}}} \ln p(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{b}}) &\approx \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{b}}_n} \int p(\mathbf{a} | \mathbf{r}, \hat{\mathbf{b}}_{n-1}) \ln p(\mathbf{r} | \mathbf{a}, \hat{\mathbf{b}}_n) d\mathbf{a} \\ &= \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{b}}_n} \Lambda(\hat{\mathbf{b}}_{n-1}, \hat{\mathbf{b}}_n) \end{aligned} \quad (4)$$

这样就求似然函数  $\ln p(\mathbf{r} | \hat{\mathbf{b}})$  最大值问题转变为求近似函数  $\Lambda(\hat{\mathbf{b}}_{n-1}, \hat{\mathbf{b}}_n)$  最大值的问题。第  $n$  次迭代时近似似然函数为

$$\Lambda(\hat{\mathbf{b}}_{n-1}, \hat{\mathbf{b}}_n) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \sum_{m=1}^M a_m p(a_k | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1}) \right\}^* \cdot r_k e^{-j(2\pi k\Delta \hat{f}_n T_s + \hat{\theta}_n)} \right\} \quad (5)$$

这是 EM 算法中的  $E$  步。

式(5)取最大值时对应的最优解为<sup>[3]</sup>

$$\Delta \hat{f}_n = \arg \max_{\Delta \hat{f}_i} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \sum_{m=1}^M a_m p(a_k | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1}) \right\}^* \cdot r_k e^{-j2\pi k\Delta \hat{f}_i T_s} \right\} \quad (6)$$

$$\hat{\theta}_n = \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \sum_{m=1}^M a_m p(a_k | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1}) \right\}^* \cdot r_k e^{-j2\pi k\Delta \hat{f}_n T_s} \right\} \quad (7)$$

即首先求出一个最优  $\Delta \hat{f}_i$  作为第  $n$  次频率估计值  $\Delta \hat{f}_n$ , 接着由  $\Delta \hat{f}_n$  求出对应的  $\hat{\theta}^{(n)}$ 。这是 EM 算法中的  $M$  步。因此 EM 算法的实质是在同步参数空间进行 2 维迭代搜索来寻求最优解使似然函数最大化的过程, 故式(6), 式(7)实现时需要参数空间进行划分, 划分准则为

(1) 频率空间的两个指标是频率间隔和计算窗口大小。窗口大小是算法可锁定的最大频率范围, 与信噪比成正比; 而频率间隔是不影响译码性能的最小频偏值。本文中  $\Delta \hat{f}_{\min} T_s = 10^{-6}$ ,  $\Delta \hat{f}_i T_s$  的取值由式(8)给出。表 1 为不同信噪比时窗口大小。

表 1 不同信噪比下频域计算窗口的大小

SNR(dB)	-7.8	-7.7	-7.6	-7.5	-7.4
$L$	11	13	15	17	22

$$\begin{aligned} \Delta \hat{f}_i T_s &= i \cdot \Delta \hat{f}_{\min} T_s = i \cdot 10^{-6}, \\ i &\in \{-L, -L+1, \dots, L-1, L\} \end{aligned} \quad (8)$$

(2)  $\hat{\theta}$  由查找表给出, 表的大小决定了  $\hat{\theta}$  的估计精度。因此相位估计不会引入高的复杂度, EM 算

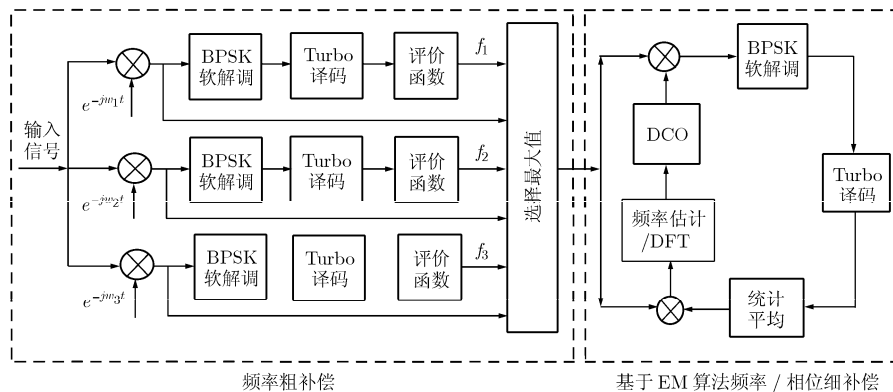


图 1 编码辅助同步算法原理图

法的复杂度主要由频率估计引入。

文献[12]提出了阵列 Turbo 接收机的概念。其原理为将大的频偏区间进行划分, 同时并行译码, 设定一个关于后验似然比的评价函数, 选择函数值最大的那一路输出。其评价函数为

$$f(\Delta) = \sum_{k=0}^{N-1} \Delta_k^2 / N \quad (9)$$

其中  $\Delta_k$  为第  $k$  个符号的后验似然比。图 1 中  $f_1 T_s = 2L \cdot 10^{-6}$ ,  $f_2 T_s = 0$ ,  $f_3 T_s = -2L \cdot 10^{-6}$ 。因此与 EM 算法相比, 通过软扫频可将频率捕获范围扩大 3 倍, 适用于频率粗同步。

图 1 中接收机的复杂度主要由两个因素引入, 即单次迭代时的译码次数与同步参数的计算复杂度。由仿真可知, 在粗同步与锁定前的细同步算法中译码次数取 1 时, 系统性能不会受到影响。这样译码复杂度已降到最低, 但同步参数的计算复杂度仍然较高, 即(1)EM 算法采用固定窗。但频率估计值是逐步收敛的, 固定窗增加了计算量。(2)粗同步中的评价函数较复杂, 同时 EM 算法中也有大量乘法运算, 这样导致整个系统复杂度过高, 在码长  $N$  较大时尤为突出。

### 3 简化的编码辅助同步算法

由上节的分析可知, 式(6), 式(7), 式(9)都是后验似然比  $\Delta_k$  的函数。所以  $\Delta_k$  的分布特性对整个系统的复杂度有重要影响。本节首先分析后验信息的概率分布特性, 然后分别对原算法进行简化。

BPSK 调制时, 式(6)中

$$\sum_{m=1}^M a_m p(a_k | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1}) = \frac{e^{\Delta_k} - 1}{e^{\Delta_k} + 1} = \bar{a}_k \quad (10)$$

其中  $\Delta_k = \ln \frac{p(a_k = 1 | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1})}{p(a_k = -1 | \mathbf{r}, \Delta \hat{f}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-1})}$ 。  $\bar{a}_k$  表示第  $k$

个比特的后验均值。由文献[13]可知,  $\Delta_k$  为类高斯分布, 其均值的绝对值和方差分别与信噪比成正比和反比关系。  $\bar{a}_k$  与  $\Delta_k$  的关系见图 2 所示,  $\bar{a}_k$  在 -1 和 1 之间取值, 绝对值表征可靠性, 极性表示信息比特。图 2 中的虚线表示  $\Delta_k$  的概率密度函数 (Probability density function, Pdf)。当未对同步参数补偿时, 译码器输出信息不可靠,  $\Delta_k$  绝对值很小, 导致  $\bar{a}_k$  以很大概率处在不可靠区域。会在式(6)中引入较多的乘法运算。随着估计次数的增加,  $\Delta_k$  逐渐向可靠区域靠拢, 同时方差减小。同步后  $\bar{a}_k$  的分布趋于一个取值为 1 与 -1 的二元分布。

因此对 EM 算法进行简化的两个主要途径是降低单个频点的复杂度和减小频率计算窗口的大小。下面将分别从这两方面对其进行简化处理。

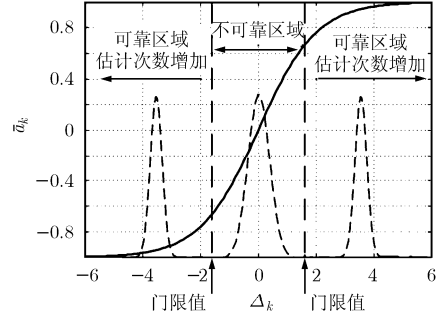


图 2  $\bar{a}_k$  与  $\Delta_k$  关系图

(1)对  $\bar{a}_k$  设置门限, 分别对其进行取极性和归零操作, 则新的后验均值  $\bar{a}'_k$  为

$$\bar{a}'_k = \begin{cases} 1, & \Delta_k \geq \Delta_{\text{门限}} \\ -1, & \Delta_k \leq -\Delta_{\text{门限}} \\ 0, & |\Delta_k| < \Delta_{\text{门限}} \end{cases} \quad (11)$$

EM 算法为近似的最大似然估计, 减少一些计算点数不会影响估计的结果。当  $\Delta_{\text{门限}}$  分别取 1.7, 2.1, 2.9 时, 由式(10)求出  $\bar{a}_k$  对应的概率门限为 0.7, 0.8, 0.9。并且  $P(\bar{a}'_k = 1) \approx P(\bar{a}'_k = -1) = P_1$ ,  $P(\bar{a}'_k = 0) = P_2$  和  $2P_1 + P_2 = 1$ 。随着估计次数的增加,  $P_1$  会增加而  $P_2$  减少。当同步时,  $P_1$  趋向于 0.5。概率门限不能取太小的值, 否则无法起到简化效果。门限越大, 简化效果越明显, 因此本文选取了 3 个较大的门限值。

(2)EM 算法采用固定窗。但经仿真可知, 当频偏值  $\Delta f T_s > \lfloor L \cdot 10^{-6} / 2 \rfloor$  时 ( $\lfloor \cdot \rfloor$  表示下取整), 估计过程需要迭代进行。借助于锁相环中的估计值累加的思想, 引入一个频偏估计值的积分器, 将对原始信号的大频偏估计转换为对解调后信号的小频偏估计, 使得待估计的频偏值不断减少。这样可以降低频率窗口的大小, 同时代入改进的后验均值, 就得到了简化 EM 算法。式(6)和式(7)扩展为

$$\Delta \hat{f}_n = \Delta \hat{f}_{n-1} + \Delta \hat{f}'_n \quad (12)$$

$$r_k^n = r_k \exp(-j(2\pi k \Delta \hat{f}_{n-1} T_s + \hat{\theta}_{n-1})) \quad (13)$$

$$\Delta \hat{f}'_n = \arg \max_{\Delta \hat{f}'_i} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \bar{a}'_k^* r_k^n e^{-j2\pi k \Delta \hat{f}'_i T_s} \right\} \quad (14)$$

$$\hat{\theta}^{(n)} = \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \bar{a}'_k^* r_k^n e^{-j2\pi k \Delta \hat{f}'_i T_s} \right\} \quad (15)$$

其中  $\Delta \hat{f}'_i T_s = i \cdot 10^{-6}$  ( $i \in \{-\lfloor L/2 \rfloor \dots \lfloor L/2 \rfloor\}$ )。简化 EM 算法的框图如图 3 所示。

式(9)中的评价函数的复杂度较高。仿照式(11), 对  $\Delta_k$  设置同样的门限。对不可靠的后验似然比进行归零操作。这样得到

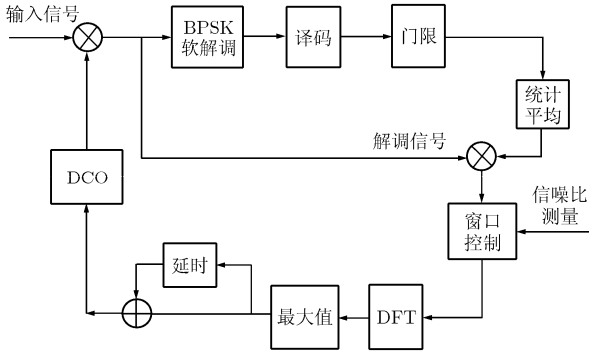


图 3 简化 EM 算法的实现框图

$$\Delta'_k = \begin{cases} \Delta_k, & |\Delta_k| \geq \Delta_{\text{门限}} \\ 0, & |\Delta_k| < \Delta_{\text{门限}} \end{cases} \quad (16)$$

用简化后验信息的绝对值之和作为新的评价函数：

$$f'(\Delta'_k) = \sum_{k=0}^{N-1} |\Delta'_k| \quad (17)$$

图 4 为采用新评价函数后软扫频接收机的结构图。图 5 为新评价函数关于同步参数的响应曲线，可以看出，新评价函数在同步参数收敛区间内为一个凸函数。为与图 1 给出的算法相区分，本文称由图(3)和图(4)给出的算法为简化算法。

### 4 仿真与性能分析

本节首先分析了简化算法与原算法的复杂度，然后给出了不同门限下 2 种算法性能的对比研究。

#### (1) 复杂度分析

(a) 粗扫频算法：由式(9)可知，原评价函数共需

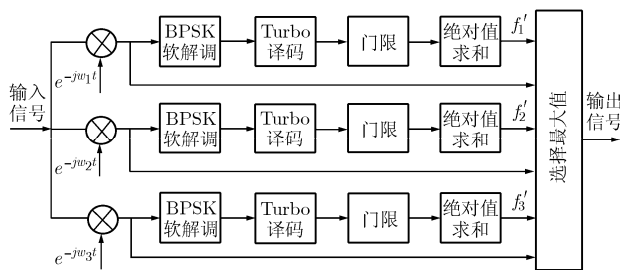


图 4 基于新评价函数的软信息扫频接收机框图

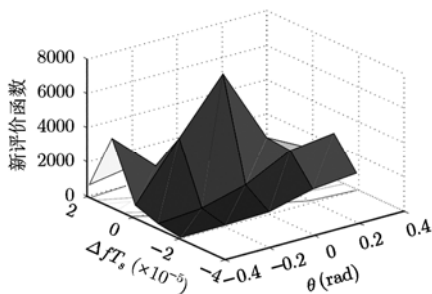


图 5 新评价函数关于频偏与相偏的响应图

要  $3N$  次乘法， $3N - 3$  次加法和 3 次除法；由式(17)可知，新评价函数需要  $6NP_1 - 3$  次加法，无乘法与除法运算。

(b) EM 算法：由式(6)可知，EM 算法需要  $4N$  次乘法， $2N - 1$  次加法。窗口的大小为  $L$ ，因此共需要  $4LN$  次乘法， $2LN - L$  次加法；由式(14)可知，简化 EM 算法需要  $2NP_1$  次乘法， $2NP_1 - 1$  次加法。而简化 EM 算法窗口大小为  $L/2$ ，因此共需  $LNP_1$  乘法及  $NLP_1 - L/2$  加法。

为衡量简化算法的改进效果，定义两个指标  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ ，分别表示新算法与原算法的加法及乘法运算次数之比，即

$$\eta_1 = \frac{6NP_1 - 3 + NLP_1 - L/2}{3N - 3 + 2LN - L} \quad (18)$$

$$\eta_2 = \frac{LNP_1}{3N + 4LN} = \frac{LP_1}{4L + 3} \quad (19)$$

因  $N \gg L$ ， $P_1 \leq 0.5$ ， $\eta_1$  与  $\eta_2$  的取值上界为

$$\eta_1 \approx \frac{6NP_1 + NLP_1}{3N + 2LN} = \frac{(L + 6)P_1}{2L + 3} \leq \frac{L + 6}{4L + 6} \approx \frac{1}{4}$$

$$\eta_2 \leq \frac{L}{8L + 6} \approx \frac{1}{8}$$

即当  $P_1 = 0.5$  时，新算法的加法及乘法次数约为原算法的  $1/4$  及  $1/8$ 。可以预见，当  $P_1 < 0.5$  时新算法的运算复杂度会有更大的改善。

图 6 给出了门限值为 0.7，不同信噪比下  $P_1$  统计均值与估计次数的关系曲线。最后一次估计时，系统已同步，译码次数为 7，其它估计时译码次数为 1。从图中可以看出：在某一信噪比下  $P_1$  随着估计次数的增加而增加，即系统的同步参数逐步收敛。在最后一次估计时，随着译码次数的增加，后验信息的可靠性也在增加， $P_1$  取值为 0.5。

(2) 性能比较 图 7 为当  $\Delta fT_s = 3 \cdot 10^{-5}$ ， $\theta = \pi/15$  时收敛后原算法、简化算法及理想同步在译码次数为 7 时对应的 BER 曲线图。图 8 和图 9 为对应的同步参数均方误差曲线。频率和相位的均方误差为  $RMSEE(\Delta \hat{f}) = \sqrt{E(\Delta \hat{f} - \Delta f)^2}$ ， $RMSEE(\hat{\theta}) = \sqrt{E(\hat{\theta} - \theta)^2}$ 。从图 7 中可以看到原算法的性能基

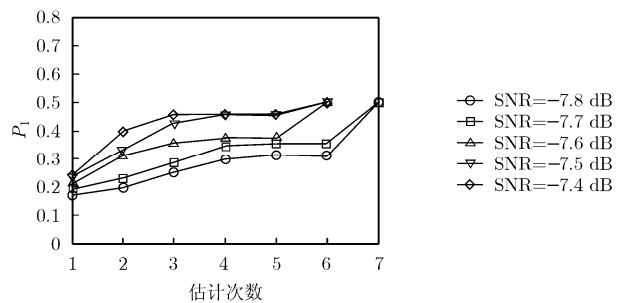


图 6  $P_1$  与估计次数的关系图

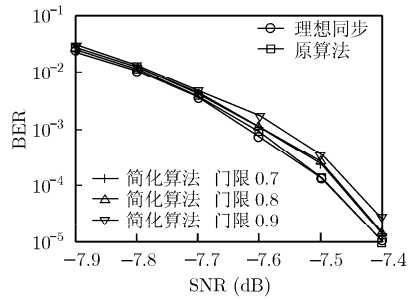


图 7 不同算法的 BER 曲线图

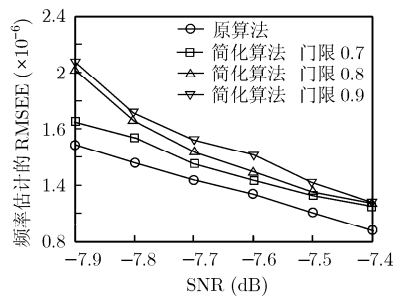


图 8 不同算法下频偏估计的 RMSE 曲线

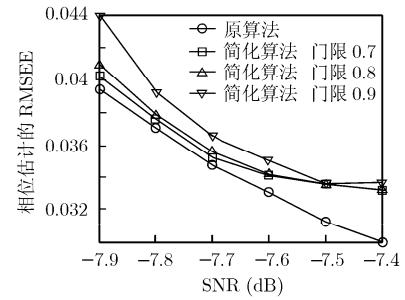


图 9 不同算法下相偏估计的 RMSE 曲线

基本上与理想同步相同, 简化算法的性能随着概率门限的提高而略有变差, 但最大性能损失仅为 0.05 dB。相对于复杂度的下降, 这个性能损失可以接受。从图 8 和图 9 可看出, 原算法所对应的频率及相位的 RMSE 最小, 并且随着信噪比的提高而减少; 简化算法的频率及相位的 RMSE 随着门限的升高而略有提高。这是因为概率门限越高, 式(14)和式(15)中参与运算的非 0 的点数越少, 估计的精度越差, 但计算量也越小。另外从图中可以看到随着信噪比的增加, 不同门限的差异在变小, 这与图 7 中反映出的误码率曲线的性能是相似的。

## 5 总结

基于上文的分析可知, 通过设定表征信息可靠性大小的门限值对后验信息进行简化处理, 同借助于传统锁相环的结构可对 EM 算法进行简化; 另外, 将改进的后验信息运用到软扫频算法中也可以大大降低系统的复杂度。最后的理论分析及仿真验证了新算法在降低复杂度的同时最大性能损失仅有 0.05 dB。改进算法在低信噪比通信系统中有广泛的应用前景。

## 参考文献

- [1] 于志坚. 深空探测通信系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 186-212.
- [2] 周贤伟. 深空通信[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 162-184.
- [3] Noels N, Lottici V, Dejonghe A, Steendam H, Moeneclaey M, Luise M, and Vandendorpe L. A theoretical framework for soft information based synchronization in iterative(turbo) receivers[J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2005, (2): 117-129.
- [4] Herzet C, Ramon V, and Vandendorpe L. A theoretical framework for iterative synchronization based on the sum-product and the expectation-maximization algorithms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 1644-1658.
- [5] Herzet C, Noels N, Lottici V, Wymeersch H, Luise M,

Moeneclaey M, and Vandendorpe L. Code-aided Turbo synchronization[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(6): 1255-1271.

- [6] Andrews K, Divsalar D, Dolinar S, Hamkins J, Jones C, and Pollara F. The development of Turbo and LDPC codes for deep-space applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(11): 2142-2156.
- [7] Rahamim Y, Freedman A, and Reichman A. ML iterative soft-decision-directed (ML-ISDD): a carrier synchronization system for short packet turbo coded communication[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2008, 56(7): 1169-1177.
- [8] Fu Hong-yi, Sun Su-mei, Yen Kai, and Kwok Yuen-sam. Low-complexity iterative carrier synchronization for short packet Turbo receiver[C]. *Wireless Communications and Networking Conference, Las Vegas, USA, March 3-21, 2008*: 1205-1210.
- [9] Berrou C, Glavieux A, and Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes[C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Geneva, Switzerland, May 23-26, 1993*: 1064-1070.
- [10] Mackay David. Good error-correcting codes based on very sparse matrices[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1998, 45(2): 399-431.
- [11] CCSDS 131.0-B-1. TM Synchronization and Channel Coding[S]. 2003.
- [12] Freedman A, Rahamim Y, and Reichman A. Maximum-mean-square soft-output: a method for carrier synchronization for short burst turbo coded signals[J]. *IEE Processing of Communications*, 2006, 153(3): 245-255.
- [13] Brink S. Convergence behavior of iterative decoded parallel concatenated codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(10): 1727-1737.

晏 辉: 男, 1982 年生, 博士生, 研究领域为信道编码与移动通信技术。

唐发建: 男, 1985 年生, 硕士生, 研究领域为信道编码与移动通信技术。

张忠培: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为信道编码与移动通信技术。