

## 基于相关域的二维自适应波束形成算法

和洁 冯大政 吕晖 向聪

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 该文针对使用最小方差无失真响应算法进行 2 维波束形成时需要大量采样数据和庞大计算复杂度这一问题, 提出一种基于相关域的 2 维自适应波束形成算法。通过将高维权向量分解成两个低维权向量的 Kronecker 积形式, 使用双迭代算法利用相关域信息求解出两个低维权向量, 从而降低了估计采样相关矩阵所需的采样数据和计算量。实验仿真表明, 所提算法具有良好的收敛性能, 在采样数较小的情况下, 能够更好地抑制干扰信号。

**关键词:** 信号处理; 波束形成; 二维空间; 最小方差无失真响应; 计算复杂度

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2010)12-2890-05

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2009.01500

## Two-dimensional Adaptive Beamforming Based on Correlation Matrix

He Jie Feng Da-zheng Lü Hui Xiang Cong

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Considering the issue that two-dimensional beamforming usually takes a great deal of sampling data and has very high computation complexity by using Minimum Variance Distortionless Response (MVDR) beamformer, a Two-Dimensional Adaptive Beamforming (TDAB) algorithm based on correlation matrix is proposed. High-dimensional weight vector is written as the Kronecker product of two low-dimensional weight vectors. By utilizing a bi-iterative algorithm, two low-dimensional weight vectors can be solved on the basis of correlation matrix, which decrease the computational complexity and the number of training samples for correlation matrix estimates. Simulations results demonstrate that TDAB can converge very well and achieve better performance of interference suppression in the presence of short data records.

**Key words:** Signal Processing; Beamforming; Two-dimensional space; Minimum Variance Distortionless Response (MVDR); Computational complexity

### 1 引言

波束形成<sup>[1-6]</sup>是阵列信号处理中的一项重要技术, 它在雷达、声纳、卫星通信等领域均有广泛应用, 这项技术的实质是进行空域匹配滤波, 增强期望信号的功率, 抑制接收的干扰信号。由于可以针对不同环境做自适应处理, 自适应波束形成一直都是阵列信号处理的研究热点。许多著名的学者已经提出了一些经典的算法, 其中最为著名的是最小方差无失真响应波束形成器(MVDR)<sup>[2-5]</sup>。然而, 一直以来 MVDR 有一个问题都没有得到很好的解决, 那就是为了得到稳定的协方差矩阵估计所需的较长观测时间与追踪目标动态行为变化所需的较短观测时间之间的矛盾<sup>[3]</sup>。对于大孔径阵列天线, 这个问题尤为明显。为了解决这个问题, 一些很有影响力的文章里已经提出了一些解决方法。第 1 个方法是对角

加载<sup>[5,6]</sup>, 这实际上是一种加权投影方法, 即给采样协方差矩阵的对角线上的每一个元素都加上一个固定的值。第 2 个方法是降秩处理<sup>[3,7]</sup>。降秩处理能够降低实时计算量, 提高自适应收敛性能并且提高算法稳健性。

在实际应用中, 目标和干扰信号均位于 3 维空间, 即需要在方位和俯仰方向进行 2 维波束形成, 这样匹配滤波的权向量维数就会激增。因此用于精确估计协方差矩阵所用的快拍数和计算协方差矩阵及其逆矩阵的计算量都会显著增大, 给工程实现带来很大困难。

针对以上缺点, 基于矩形平面阵列, 本文提出一种基于相关域的 2 维自适应波束形成算法 (TDAB)。将高维加权向量分解为两个低维加权向量的 Kronecker 积的形式, 通过双迭代算法利用相关矩阵求解出两个低维权向量, 再将其还原为高维权向量, 从而解决了采样数据矛盾的问题, 并且降低了计算量。

2009-11-24 收到, 2010-07-20 改回

国家自然科学基金(60672128)资助课题

通信作者: 和洁 cathyjejie@163.com

## 2 2 维 MVDR 波束形成算法

假设在  $XOY$  平面内放置矩形阵列如图 1 所示, 第  $j$  行第  $i$  列的阵元  $(i, j)$  的位置为

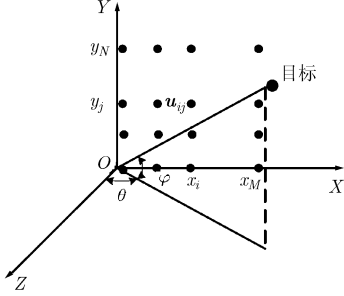


图 1 阵列模型

$$\mathbf{u}_{ij} = (x_i, y_j, 0), \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中  $x_i, y_j$  分别是阵元  $(i, j)$  在  $X$  轴和  $Y$  轴上的坐标。阵元  $(i, j)$  接收信号时的波程差为

$$\Delta_{ij} = x_i \sin \theta \cos \varphi + y_j \sin \varphi \quad (2)$$

则接收信号的导向矢量矩阵  $\mathbf{A}(\theta, \varphi)$  中第  $(i, j)$  个元素为

$$A_{ij}(\theta, \varphi) = \exp(j2\pi\Delta_{ij}/\lambda), \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N \quad (3)$$

在第  $t (t = 1, 2, \dots, T)$  次采样时刻, 假设期望信号为  $s(t)$ , 第  $l$  个干扰信号为  $J_l(t)$ , 则阵元  $(i, j)$  上的总响应为

$$x_{ij}(t) = A_{ij}(\theta_0, \varphi_0)s(t) + \sum_{l=1}^L A_{ij}(\theta_l, \varphi_l)J_l(t) + n_{ij}(t) \quad (4)$$

其中  $\theta_0, \varphi_0$  分别为期望信号的方位角和俯仰角,  $\theta_l, \varphi_l (l = 1, \dots, L)$  分别为第  $l$  个干扰信号的方位角和俯仰角,  $n_{ij}(t)$  为第  $t$  次采样时刻阵元  $(i, j)$  上的测量噪声。按照阵元空间位置排列的接收信号矩阵可以写为

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_{11}(t) & x_{12}(t) & \cdots & x_{1N}(t) \\ x_{21}(t) & x_{22}(t) & \cdots & x_{2N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1}(t) & x_{M2}(t) & \cdots & x_{MN}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

设波束形成时对应的阵元  $(i, j)$  的加权量为  $w_{ij}$ , 则总响应的加权矩阵为

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{M1} & w_{M2} & \cdots & w_{MN} \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(5)和式(6)分别进行列堆栈, 得到的数据向量和

加权向量分别为

$$\mathbf{x}(t) = \text{vec}(\mathbf{X}(t)) = [x_{11}(t), \dots, x_{M1}(t), x_{12}(t), \dots, x_{M2}(t), \dots, x_{1N}(t), \dots, x_{MN}(t)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W}) = [w_{11}, \dots, w_{M1}, w_{12}, \dots, w_{M2}, \dots, w_{1N}, \dots, w_{MN}]^T \quad (8)$$

则接收信号也可以写为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta_0, \varphi_0)s(t) + \sum_{l=1}^L \mathbf{a}(\theta_l, \varphi_l)J_l(t) + \text{vec}(n(t)) \quad (9)$$

其中  $\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \text{vec}(\mathbf{A}(\theta, \varphi))$ 。那么第  $t$  次采样时刻波束形成器的输出为

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (10)$$

使用经典的 MVDR 算法进行 2 维波束形成, 可以得到以下约束方程

$$\min E \left\{ \|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)\|^2 \right\} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (11a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0, \varphi_0) = 1 \quad (11b)$$

其中相关矩阵  $\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$ 。利用 Lagrange 乘子算法可以得到约束方程(11)的解

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta_0, \varphi_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\theta_0, \varphi_0)} \quad (12)$$

但是对于 2 维矩阵阵列, 由于估计协方差矩阵  $\mathbf{R}_x$  需要大量的采样数  $T (\geq 2MN)$  [8], 并且求解式(11)时的运算量为  $O[T(MN)^2 + (MN)^3]$ , 在工程实现上造成很大困难。

## 3 基于相关域的 2 维自适应波束形成算法

为了解决 MVDR 算法进行 2 维自适应波束形成时产生的上述问题, 本文提出一种基于相关域的 2 维自适应波束形成算法。首先对接收信号矩阵  $\mathbf{X}(t)$  进行行堆栈处理, 将  $\mathbf{X}(t)$  的行向量首尾相接排列成新的行向量  $\bar{\mathbf{x}}(t)$ , 即

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = [x_{11}(t), \dots, x_{1N}(t), x_{21}(t), \dots, x_{2N}(t), \dots, x_{M1}(t), \dots, x_{MN}(t)] = [\text{vec}(\mathbf{X}^T(t))]^T \quad (13)$$

这样, 第  $t$  次采样时刻波束形成器的输出也可以写为

$$y = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{x}}(t) \bar{\mathbf{w}}^H \quad (14)$$

其中加权向量  $\bar{\mathbf{w}} = [w_{11}, \dots, w_{1N}, w_{21}, \dots, w_{2N}, \dots, w_{M1}, \dots, w_{MN}]$  是由加权矩阵  $\mathbf{W}$  进行行堆栈处理所得。那么约束方程(11)也可以写为

$$\min E \left\{ \|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)\|^2 \right\} = E \left\{ \|\bar{\mathbf{x}}(t) \bar{\mathbf{w}}^H\|^2 \right\} = \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{R}}_x \bar{\mathbf{w}}^H \quad (15a)$$

$$\text{s.t.} \quad \bar{\mathbf{a}}(\theta_0, \varphi_0) \bar{\mathbf{w}}^H = 1 \quad (15b)$$

其中相关矩阵  $\bar{\mathbf{R}}_x = E\{\bar{\mathbf{x}}^H(t) \bar{\mathbf{x}}(t)\}$ , 并且  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_0, \varphi_0) = \mathbf{a}_r^T(\theta_0, \varphi_0) \otimes \mathbf{a}_t^T(\theta_0, \varphi_0)$ 。假设使用  $\mathbf{C}(m, n)$  表示矩阵  $\mathbf{C}$  的第  $(m, n)$  个元素, 那么  $\mathbf{R}_x$  的元素可以写为  $\mathbf{R}_x((n-1)M + m, (j-1)M + i) = x_{mn}(t) x_{ij}^*(t)$ ,  $m, i$

$= 1, \dots, M$  并且  $n, j = 1, \dots, N$ , 由式(14)和相关矩阵  $\mathbf{R}_x$  和  $\bar{\mathbf{R}}_x$  的定义, 可以得到  $\bar{\mathbf{R}}_x((m-1)N + n, (i-1)N + j) = \mathbf{R}_x^*((n-1)M + m, (j-1)M + i)$ , 即可以通过改变  $\mathbf{R}_x$  中元素的排列位置得到  $\bar{\mathbf{R}}_x$ , 从而降低了计算量。根据经典的变量分离方法, 将加权向量中的元素  $w_{i,j} (i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N)$  写为  $w_{i,j} = u_i v_j^{* [9]}$ 。那么加权向量  $\mathbf{w}$  和  $\bar{\mathbf{w}}$  就可以表示为

$$\mathbf{w} = [u_1 v_1^*, \dots, u_M v_1^*, u_1 v_2^*, \dots, u_M v_2^*, \dots, u_1 v_N^*, \dots, u_M v_N^*]^T = \mathbf{v}^* \otimes \mathbf{u} \quad (16)$$

$$\bar{\mathbf{w}} = [u_1 v_1^*, \dots, u_1 v_N^*, u_2 v_1^*, \dots, u_2 v_N^*, \dots, u_M v_1^*, \dots, u_M v_N^*]^T = (\mathbf{u} \otimes \mathbf{v}^*)^T \quad (17)$$

其中  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$  并且  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_M]^T$ 。将相关矩阵  $\mathbf{R}_x$  和  $\bar{\mathbf{R}}_x$  分别划分为  $N^2$  和  $M^2$  个分块矩阵, 即

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} & \cdots & \mathbf{R}_{1N} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \cdots & \mathbf{R}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{N1} & \mathbf{R}_{N1} & \cdots & \mathbf{R}_{NN} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_x = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{R}}_{11} & \bar{\mathbf{R}}_{12} & \cdots & \bar{\mathbf{R}}_{1M} \\ \bar{\mathbf{R}}_{21} & \bar{\mathbf{R}}_{22} & \cdots & \bar{\mathbf{R}}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\mathbf{R}}_{M1} & \bar{\mathbf{R}}_{M2} & \cdots & \bar{\mathbf{R}}_{MM} \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中  $\mathbf{R}_{nm} (n, m = 1, \dots, N)$  为  $\mathbf{R}_x$  的第  $(n, m)$  个  $M \times M$  分块矩阵,  $\bar{\mathbf{R}}_{nm} (n, m = 1, \dots, M)$  为  $\bar{\mathbf{R}}_x$  的第  $(n, m)$  个  $N \times N$  分块矩阵。令  $\mathbf{c}_{ab}(t)$  表示从向量  $\mathbf{c}(t)$  中截取的一段元素  $a$  至元素  $b$  的部分向量。根据  $\mathbf{R}_x$  和  $\bar{\mathbf{R}}_x$  的定义, 子矩阵  $\mathbf{R}_{nm}$  和  $\bar{\mathbf{R}}_{nm}$  可以分别通过式(20), 式(21)求得

$$\mathbf{R}_{nm} = E \left\{ \mathbf{x}_{(n-1)M+1:nM}^H(t) \mathbf{x}_{(m-1)M+1:mM}^H(t) \right\} \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{nm} = E \left\{ \bar{\mathbf{x}}_{(n-1)N+1:nN}^H(t) \bar{\mathbf{x}}_{(m-1)N+1:mN}^H(t) \right\} \quad (21)$$

那么式(11a)和式(15a)可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} &= \begin{bmatrix} u_1 v_1^* \\ \vdots \\ u_M v_1^* \\ \vdots \\ u_M v_N^* \end{bmatrix}^H \mathbf{R}_x \begin{bmatrix} u_1 v_1^* \\ \vdots \\ u_M v_1^* \\ \vdots \\ u_M v_N^* \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{u}^H \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N v_n \mathbf{R}_{nm} v_m^* \right] \mathbf{u} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{R}}_x \bar{\mathbf{w}}^H &= [u_1 v_1^*, \dots, u_1 v_N^*, \dots, u_M v_N^*] \bar{\mathbf{R}}_x \\ &\quad \cdot [u_1 v_1^*, \dots, u_1 v_N^*, \dots, u_M v_N^*]^H \\ &= \mathbf{v}^H \left[ \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M u_n \bar{\mathbf{R}}_{nm} u_m^* \right] \mathbf{v} \end{aligned} \quad (23)$$

因此, 约束方程(11)和约束方程(15)可以分别表示为

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} = \mathbf{u}^H \mathbf{R} \mathbf{u} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{u}^H \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{v} = 1 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \min \quad & \bar{\mathbf{w}} \bar{\mathbf{R}}_x \bar{\mathbf{w}}^H = \mathbf{v}^H \bar{\mathbf{R}} \mathbf{v} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{v}^H \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{u} = 1 \end{aligned} \quad (25)$$

其中  $\mathbf{R} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N v_n \mathbf{R}_{nm} v_m^*$  并且  $\bar{\mathbf{R}} = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M u_n \bar{\mathbf{R}}_{nm} u_m^*$ 。将式(16)和式(17)分别代入优化准则式(11)和式(15)可以看出, 两个优化准则均是关于未知权向量  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$  的双二次代价函数, 但相对于每一个权向量却是二次的, 即固定  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$  中的任意一个, 优化准则式(11)和式(15)分别是剩余一个权向量的二次方程。利用双迭代算法<sup>[9]</sup>求解  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$ 。首先, 固定式(24)中的  $\mathbf{v}$ , 利用 Lagrange 乘子算法可以求出

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{v}}{\mathbf{v}^H \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{v}} \quad (26)$$

然后, 固定式(25)中的  $\mathbf{u}$ , 由 Lagrange 乘子法求得

$$\mathbf{v} = \frac{\bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{u}}{\mathbf{u}^H \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{u}} \quad (27)$$

基于循环最小化思想<sup>[10]</sup>, 基于相关域的 2 维自适应波束形成算法步骤如下:

(1) 随机给定初始值  $\mathbf{v}(0)$  和  $\mathbf{u}(0)$ , 并将  $\mathbf{v}(0)$  归一化。

(2) 对  $i = 1, 2, \dots$ , 进行第(3)步至第(5)步。

(3) 将  $\mathbf{v}(i-1)$  代入式(26), 计算  $\mathbf{u}(i) = \mathbf{R}^{-1}(i-1) \cdot \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{v}(i-1) / [\mathbf{v}^H(i-1) \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{R}^{-1}(i-1) \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{v}(i-1)]$ , 其中  $\mathbf{R}(i-1) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N v_n(i-1) \cdot \mathbf{R}_{nm} v_m^*(i-1)$ , 这里的  $\mathbf{R}_{nm}$  为  $\mathbf{R}(i-1)$  的第  $(n, m)$  个  $M \times M$  分块矩阵。

(4) 将  $\mathbf{u}(i)$  代入式(27), 计算  $\mathbf{v}(i) = \bar{\mathbf{R}}^{-1}(i) \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{u}(i) / [\mathbf{u}^H(i) \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \bar{\mathbf{R}}^{-1}(i) \mathbf{A}^H(\theta_0, \varphi_0) \mathbf{u}(i)]$ , 其中  $\bar{\mathbf{R}}(i) = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M u_n(i) \bar{\mathbf{R}}_{nm} u_m^*(i)$ ,  $\bar{\mathbf{R}}_{nm}$  是  $\bar{\mathbf{R}}(i)$  的第  $(n, m)$  个  $N \times N$  分块矩阵。

(5) 如果  $\|\mathbf{u}(i-1) - \mathbf{u}(i)\| / \|\mathbf{u}(i)\| < \varepsilon$  并且  $\|\mathbf{v}(i-1) - \mathbf{v}(i)\| / \|\mathbf{v}(i)\| < \varepsilon$ , 其中  $0 < \varepsilon \ll 1$ , 则结束迭代, 输出  $\mathbf{u}(i)$  和  $\mathbf{v}(i)$ ; 否则,  $i = i + 1$ , 转至步骤(3)。

根据文献[9]中双迭代方法的分析, 本文提出的基于相关域的 2 维自适应波束形成算法是渐近收敛的。由  $\mathbf{R} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N v_n \mathbf{R}_{nm} v_m^*$  和  $\bar{\mathbf{R}} = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M u_n \bar{\mathbf{R}}_{nm} u_m^*$  两个低维相关矩阵可以看出, 采样数  $\bar{T}$  应大于  $2 \max(M, N)$ <sup>[8]</sup>。此外如图 2 所示, 如果  $\varepsilon = 0.001$ ,

TDAB 经过 5 步迭代即可实现收敛。因此, TDAB 算法中求解两个低维权向量时的计算复杂度为  $O\{5[\bar{T}(M^2 + N^2) + (M^3 + N^3)]\}$ 。由于一般有  $\max(M, N) \ll MN$  并且  $\bar{T} \ll T$ , 因此提出的 TDAB 能够有效的降低 2 维波束形成的计算复杂度和采样数据要求。

### 4 实验仿真

仿真中, 阵列为均匀分布在  $XOY$  平面内的  $10 \times 11$  矩形阵, 即  $N = 10, M = 11$ 。最大相邻阵元间距小于半波长。各阵元噪声为零均值的白复高斯噪声, 来自远场的窄带信号之间及噪声之间互不相关。假设期望信号方向为  $(0^\circ, 0^\circ)$ , 两个干扰信号分别来自  $(-40^\circ, -30^\circ)$  和  $(60^\circ, 50^\circ)$ 。假设信噪比  $SNR = -10$  dB, 两个干扰信号的干噪比均为  $INR = 20$  dB, 为了方便说明性能改善程度, 定义改善因子 IF 为输出信干噪比与输入信干噪比的比值。由图 2 可以看出, TDAB 算法经过 5 次迭代能够很好的收敛。图 3 为采样数  $\bar{T} = 300$  时, MVDR 与 TDAB 进行 2 维波束形成的归一化方向图对比。图 4 为图 3 中 MVDR 与 TDAB 算法 2 维方向图的等高线图。为了更直观的对比如观察, 图 5 给出了分别在方位角和俯仰角上的剖面方向图, 其中实线表示 MVDR 算法, 实线加星号表示 TDAB 算法。从这几组对比图可以看出, 在采样数较小的情况下, TDAB 算法 2

维波束形成的性能明显优于 MVDR。图 6 给出经过 100 次 Monte Carlo 仿真所得到的最优 MVDR, MVDR 和 TDAB 算法的性能比较。图 6 分别为样本数较小即  $\bar{T}$  从 22 变化到 1000 的性能比较, 和样本数较大即  $\bar{T}$  从  $5 \times 10^3$  变化到  $4 \times 10^4$  的性能比较。可以看出, MVDR 和 TDAB 算法的性能均收敛于最优 MVDR 的性能, 但是 TDAB 算法的收敛速度明显比 MVDR 的收敛速度快。当样本数目非常大的时候, 估计出的协方差矩阵接近理想的协方差矩阵, 因此随着样本数目进一步增大, MVDR 的性能会超过 TDAB。

### 5 结论

实际应用中需要对方位角和俯仰向进行 2 维波束形成, 然而使用 MVDR 算法所需的样本数据和计算量相对于 1 维 MVDR 将急剧增加, 针对这一问题, 本文提出了一种基于相关域的 2 维自适应波束形成算法。将接收数据分别进行列堆栈和行堆栈, 构造相关矩阵, 然后将高维加权向量分解为两个低维加权向量的 Kronecker 积的形式, 通过迭代求解两个低维加权向量得到高维加权向量, 不仅降低了所需样本数目, 还降低了计算复杂度。仿真实验表明, 在小样本情况下, TDAB 能够更好的抑制干扰, 其 2 维波束形成的性能明显优于 MVDR, 并且 TDAB 收敛所需的迭代次数较少, 有较强的实用价值。

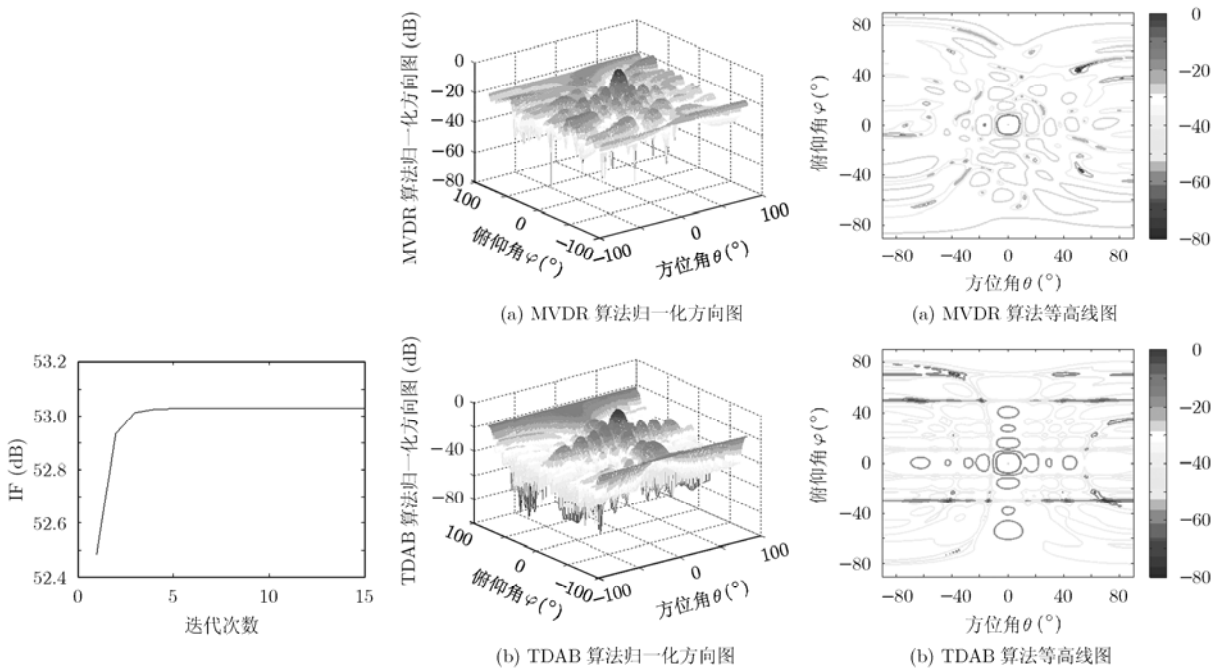


图 2  $\epsilon = 0.001$  时改善因子随迭代次数变化曲线

图 3 2 维波束形成的归一化方向图对比

图 4 2 维方向图的等高线图对比

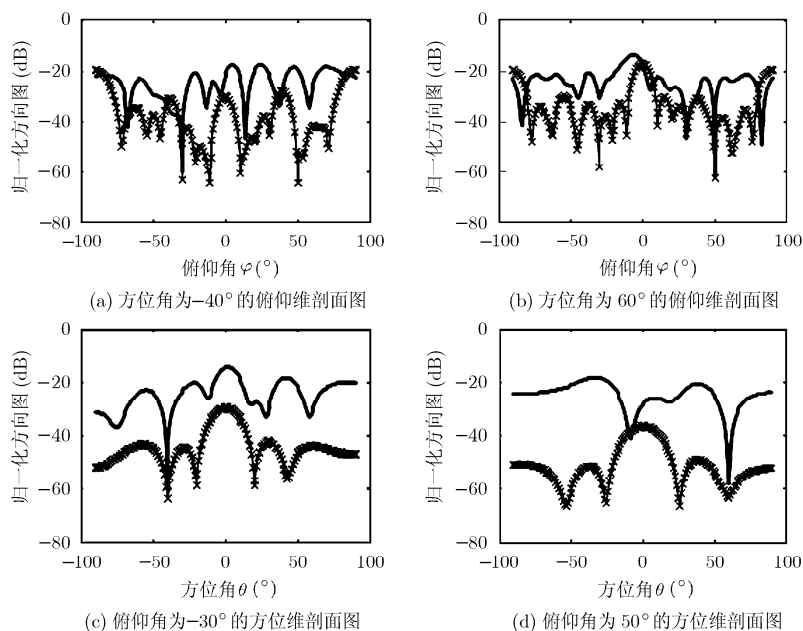


图5 方位角和俯仰角后的剖面方向图对比

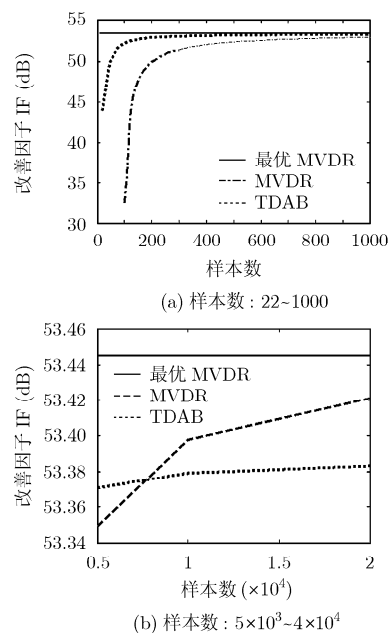


图6 100次蒙特卡罗仿真后改善因子随样本数变化曲线

### 参考文献

- [1] 张贤达, 保铮. 通信信号处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 320-325.  
Zhang X D and Bao Z. Communication Signal Processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002: 320-325.
- [2] Capon J, Greenfield R J, and Kolker R J. Multidimensional maximum likelihood processing of a large aperture seismic array [J]. *Proceeding of IEEE*, 1967, 55(2): 192-211.
- [3] Jin Y W and Friedlander B. Reduced-rank adaptive detection of distributed sources using subarrays [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2005, 53(1): 13-25.
- [4] 戴奉周, 刘宏伟, 吴顺君. 最大相关系数准则下的子带域宽带雷达杂波抑制与距离像增强[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(7): 1701-1705.  
Dai F Z, Liu H W, and Wu S J. Subband implementation for wideband radar clutter suppression and target HRRP enhancement on the principle of maximizing the pearson correlation coefficient [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1701-1705.
- [5] Viktor V Z and Teixeira M. SMI-MVDR beamformer implementations for large antenna array and small sample size [J]. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 2008, 55(10): 3317-3327.
- [6] Li J, Du L, and Stoica P. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming [C]. *IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), International Conference, Lasvegas, 2008: 2325-2328.*
- [7] Melvin W L. A STAP overview[J]. *IEEE Aerospace Electronic Systems Magazine*, 2004, 19(1): 19-35.
- [8] Reed I S, Mallett J D, and Brennan L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays [J]. *IEEE Transaction on Aerospace Electronic Systems*, 1974, 10(6): 853-863.
- [9] Feng D Z, Zheng W X, and Cichocki A. Matrix-group algorithm via improved whitening process for extracting statistically independent sources from array signals [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2007, 55(3): 962-977.
- [10] Stoica P and Selen Y. Cyclic minimizers, majorization techniques, and expectation-maximization algorithm: a refresher [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2004, 21(1): 112-114.

和 洁: 女, 1985年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、空时自适应信号处理、网络雷达信号处理。

冯大政: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达成像、阵列信号处理、盲信号处理、神经网络等。

吕 晖: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为网络雷达信号处理、阵列信号处理、空时自适应信号处理。