

基于电磁矢量阵列孔径扩展方法的相干目标 DOA 估计

刘兆霆^① 何劲^② 刘中^①

^①(南京理工大学电子工程系 南京 210094)

^②(康考迪亚大学电子与计算机工程系 加拿大)

摘要: 该文采用均匀且稀疏分布的电磁矢量矩形阵列, 针对相干目标提出了一种有效的 2 维波达角(DOA)估计算法, 该算法通过增加相邻阵元的间隔来扩展阵列的有效孔径, 从而提高算法的 DOA 估计性能。论文首先结合极化平滑算法和传播算子方法得到存在相位周期性模糊的方向余弦估计。为了解决模糊性问题, 论文通过协方差矩阵平滑提出一种新的解相干预处理算法, 由该算法得到的信号子空间包含矢量阵元的导向矢量, 且不存在相位模糊, 利用此特点实现去模糊处理, 得到目标的 DOA 估计。仿真结果表明, 与基于 ESPRIT 的孔径扩展算法相比, 提出的算法能够实现相干目标的 DOA 估计, 同时无需特征值或奇异值分解, 有更低的运算量。

关键词: 阵列信号处理; 波达方向估计; 相干信号; 极化敏感阵列; 极化平滑算法

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2511-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01377

Extended Aperture-based DOA Estimation of Coherent Sources Using a Electromagnetic Vector-sensor Array

Liu Zhao-ting^① He Jin^② Liu Zhong^①

^①(Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

^②(Faculty of Engineering and Computer Science, Concordia University, Canada)

Abstract: An efficient algorithm for multiple coherent sources' two-dimensional Direction Of Arrival (DOA) estimation with a sparse uniform rectangular array of electromagnetic vector sensor (EmVS) is proposed. The algorithm can improve the DOA estimation performance by increasing the intervector sensor spacing to achieve aperture extension. The Polarization Smoothing Algorithm (PSA) is coupled with the propagator method (PM) to acquire cyclically ambiguous DOA estimates. In order to disambiguate the cyclic phase ambiguities, a novel pre-processing method is derived by Covariance Matrix Averaging (CMA) and identify the true DOA estimates from a set of cyclically ambiguous candidate estimates based on the vector sensor steering vector's characteristics. Comparing with the existing extended aperture-based direction finding method, the proposed algorithm can estimate the DOA of coherent sources, and requires no eigen-decomposition, hence, has a lower computational complexity. Monte-Carlo simulations are presented to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Array signal processing; Direction Of Arrival (DOA) estimation; Coherent source; Polarization sensitive array; Polarization smoothing algorithm

1 引言

极化敏感阵列通常是由电磁矢量传感器(EmVS)按一定空间位置排列组成的阵列, 可同时测量目标的空间和极化角度信息, 因此EmVS在阵列信号处理方面得到了广泛的应用, 提出一系列目标参数估计算法^[1-11]。这其中, 文献[6]通过对电场和磁场导向矢量进行向量叉积(vector cross-product)得到目标DOA和极化参数估计, 该方法无需阵元的位置信息, 因此可以采用阵元任意分布的阵列结构, 并且阵元间隔大于半波长时不会出现估计值的模糊

问题, 但增加阵元间隔对估计性能的改善作用不大。而文献[7,8]采用EmVS均匀稀疏分布阵列, 先得到模糊的DOA估计, 然后通过去模糊处理得到目标真正的DOA估计。该方法能够通过增加阵元间隔显著改善算法的DOA估计性能。然而, 目前大多数算法都是基于特征值或奇异值分解^[6-8,12-14] (以得到信号/噪声子空间), 运算量比较大, 因此不适合阵元较多以及需要对参数进行实时估计的情况。文献[9]推广了文献[6]的方法, 提出了一种基于传播算子^[9,10]的DOA估计算法, 虽然有相对较低的运算量, 但和文献[6]的方法一样, 增加阵元间隔不会明显改善参数的估计性能。另外, 上述的许多算法基于信号的协方差矩阵为非奇异的假设, 因此也不适合处理在多

径环境下的相干信号。文献[11]提出了一种解相干预处理技术,即极化平滑算法(PSA),并结合MUSIC算法解决了利用EmVS阵列实现相干信号的DOA估计问题。相比空间平滑(SS)^[12]算法,PSA没有减少阵列的孔径,但阵元间隔必须小于半波长;虽然可采用阵元任意分布的阵列结构,但需要2维搜索,运算量较大。

针对上述问题,本文利用稀疏且均匀分布的EmVS矩阵阵列,推导了一种新的解相干预处理方法-协方差矩阵平滑(CMA),由该方法得到的信号子空间包含不存在相位模糊的EmVS导向矢量,利用此特点可实现去模糊处理。论文结合CMA的可去模糊性和PSA具有不减少阵列孔径的优势,采用传播算子实现了相干信号的DOA估计,无需奇异值分解和角度搜索,有相对较低的运算量;并且通过增加阵元间隔其估计性能能够得到显著改善。

2 信号模型

考虑 K 个全极化相干窄带平面波信号从不同方向入射到 EmVS 均匀分布的 $L \times M$ 矩形阵列^[7,8],其中 L 和 M 分别表示与 x 和 y 轴平行的阵元个数。令第 k 个入射波参数为 $(\theta_k, \varphi_k, \gamma_k, \eta_k)$, 其中 $0 \leq \varphi_k < 2\pi$, $0 \leq \theta_k < \pi/2$ 分别表示该入射波的方向角(与 x 轴夹角)和仰角(与 z 轴夹角), 而 $0 \leq \gamma_k < \pi/2$ 和 $-\pi \leq \eta_k < \pi$ 为其极化参数。不失一般性,考虑 6 分量 EmVS, 它是由相互正交且共点的 3 偶极子加 3 磁环单元构成的, 其 6×1 维导向矢量 $\mathbf{c}_k = [c_{1,k}, \dots, c_{6,k}]$ 可表示为

$$\mathbf{c}_k = \Theta(\theta_k, \varphi_k) \mathbf{g}(\gamma_k, \eta_k) \quad (1)$$

其中 $\Theta(\theta, \varphi) = [\chi_1, \chi_2]$ 和 $\mathbf{g}(\gamma, \eta) = [\sin \gamma e^{j\eta} \cos \gamma]$, 且 $\chi_1 = [\mathbf{b}_1^T(\theta, \varphi), \mathbf{b}_2^T(\theta, \varphi)]^T$, $\chi_2 = [\mathbf{b}_2^T(\theta, \varphi), -\mathbf{b}_1^T(\theta, \varphi)]^T$, $\mathbf{b}_1(\theta, \varphi) = [\cos \varphi \cos \theta, \sin \varphi \cos \theta, -\sin \theta]^T$, $\mathbf{b}_2(\theta, \varphi) = [-\sin \varphi \cos \varphi]^T$, 。对于阵列的第 (l, m) 个阵元, 其在时刻 t 所得到的 6×1 维测量矢量为

$$\mathbf{z}_{l,m}(t) \triangleq \sum_{k=1}^K \mathbf{c}_k q_{u,k}^l q_{v,k}^m s_k(t) + \mathbf{n}_{l,m}(t) \quad (2)$$

其中 $s_k(t)$ 表示第 k 个信号的复包络。在入射波信号为全相干的情况下, $s_k(t)$ 可表示为 $s_k(t) = \beta_k s_1(t)$, β_k 为一非零复常数; $q_{u,k} = e^{j2\pi \Delta_x u_k / \lambda}$ 和 $q_{v,k} = e^{j2\pi \Delta_y v_k / \lambda}$ 分别表示平行于 x 轴和 y 轴方向相邻阵元的空间相位因子, Δ_x 和 Δ_y 分别表示 x 和 y 方向的阵元间隔, λ 为波长; $\mathbf{n}_{l,m}(t)$ 表示高斯白噪声矢量。整个矩形阵列的 $6LM \times 1$ 维导向矢量可表示为 $\mathbf{q}_u(u_k) \otimes \mathbf{q}_v(v_k) \otimes \mathbf{c}_k$, 其中 $\mathbf{q}_u(u_k) = [q_{u,k}, \dots, q_{u,k}^L]^T$, $\mathbf{q}_v(v_k) = [q_{v,k}, \dots, q_{v,k}^M]^T$, 而 \otimes 表示 Kronecker 积。

3 协方差矩阵平滑(CMA)算法

第 (l, m) 个阵元和第 (a, b) 个阵元测量矢量的协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{l,m}^{(a,b)} &\triangleq \mathbf{E}\{\mathbf{z}_{l,m}(t) \mathbf{z}_{a,b}^H(t)\} = \sum_{k=1}^K q_{u,k}^l q_{v,k}^m \mathbf{c}_k \mathbf{R}_k^{(a,b)} + \mathbf{w}_{l,m}^{(a,b)} \\ &= \mathbf{A}_{l,m} \mathbf{R}^{(a,b)} + \mathbf{w}_{l,m}^{(a,b)}, \\ &l, a = 1, \dots, L, \quad m, b = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{w}_{l,m}^{(a,b)} = \mathbf{E}\{\mathbf{n}_{l,m}(t) \mathbf{n}_{a,b}^H(t)\}$; $\mathbf{R}^{(a,b)} = [(\mathbf{R}_1^{(a,b)})^T, \dots, (\mathbf{R}_K^{(a,b)})^T]^T$; $\mathbf{R}_k^{(a,b)} = \mathbf{E}\{s_k(t) \mathbf{s}^H(t) \mathbf{A}_{a,b}^H\}$; $\mathbf{A}_{l,m} = [q_{u,1}^l q_{v,1}^m \mathbf{c}_1, \dots, q_{u,K}^l q_{v,K}^m \mathbf{c}_K]$; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$ 。利用 $\mathbf{R}_{l,m}^{(a,b)}$ ($l = 1, \dots, L, m = 1, \dots, M$), 定义 $6LN \times 6K$ 维矩阵 $\mathbf{R}^{(a,b)} \triangleq \mathbf{R}_0^{(a,b)} + \mathbf{W}^{(a,b)}$, 其中

$$\mathbf{R}_0^{(a,b)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,1}^{(a,b)} & \mathbf{R}_{1,2}^{(a,b)} & \dots & \mathbf{R}_{1,K}^{(a,b)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{1,N}^{(a,b)} & \mathbf{R}_{1,N+1}^{(a,b)} & \dots & \mathbf{R}_{1,M}^{(a,b)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{L,1}^{(a,b)} & \mathbf{R}_{L,2}^{(a,b)} & \dots & \mathbf{R}_{L,K}^{(a,b)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{L,N}^{(a,b)} & \mathbf{R}_{L,N+1}^{(a,b)} & \dots & \mathbf{R}_{L,M}^{(a,b)} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{H}^{(a,b)} \quad (4)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{1,1}^H, \dots, \mathbf{A}_{1,N}^H, \dots, \mathbf{A}_{L,N}^H]^H = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_K] \quad (5)$$

且 $N = M - K + 1$; $\mathbf{a}_k \triangleq \mathbf{q}_u(u_k) \otimes \tilde{\mathbf{q}}_v(v_k) \otimes \mathbf{c}_k$; $\tilde{\mathbf{q}}_v(v_k) = [q_{v,k}, \dots, q_{v,k}^N]^T$; $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_0, \dots, \mathbf{v}_{K-1}]$, $\mathbf{v}_n = \text{diag}(q_{v,1}^n, \dots, q_{v,K}^n)$; $\mathbf{H}^{(a,b)} = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{R}^{(a,b)}$, \mathbf{I}_i 是 $i \times i$ 单位阵, 矩阵 $\mathbf{W}^{(a,b)}$ 由相应的 LM 个噪声协方差矩阵 $\mathbf{w}_{l,m}^{(a,b)}$ ($l = 1, \dots, L; m = 1, \dots, M$) 构成。容易证明 $\mathbf{R}_0^{(a,b)}$ 的秩为 K , 且可得到平滑矩阵

$$\mathbf{R} \triangleq [\mathbf{R}^{(1,1)}, \dots, \mathbf{R}^{(1,M)}, \dots, \mathbf{R}^{(L,M)}] = \mathbf{A} \mathbf{\Omega} + \mathbf{W} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{\Omega} = \mathbf{V} [\mathbf{H}^{(1,1)}, \dots, \mathbf{H}^{(1,M)}, \dots, \mathbf{H}^{(L,M)}]$, $\mathbf{W} = [\mathbf{W}^{(1,1)}, \dots, \mathbf{W}^{(1,M)}, \dots, \mathbf{W}^{(L,M)}]$ 。

文献[11]提出的PSA也是一种解相干预处理方法,它首先计算矢量阵列中EmVS的6个测量分量的自相关矩阵 $\mathbf{R}_i = \mathbf{Q}(\mathbf{A}_i \mathbf{R}_s \mathbf{A}_i^H) \mathbf{Q} + \mathbf{R}_{w,i}$ ($i = 1, \dots, 6$), 其中 $\mathbf{A}_i = \text{diag}(c_{i,1}, \dots, c_{i,K})$, \mathbf{R}_s 和 $\mathbf{R}_{w,i}$ 分别为信号和噪声的协方差矩阵, $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_u(u_1) \otimes \mathbf{q}_v(v_1), \dots, \mathbf{q}_u(u_K) \otimes \mathbf{q}_v(v_K)]$ 为 $LM \times K$ 维Vandemonde矩阵。由于信号相干, $\mathbf{Q}(\mathbf{A}_i \mathbf{R}_s \mathbf{A}_i^H) \mathbf{Q}$ 为秩亏矩阵, 但是当 $K \leq 6$ 时, 可通过对相关矩阵 \mathbf{R}_i ($i = 1, \dots, 6$) 进行相加平滑得到满秩矩阵 $\bar{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_1 + \dots + \mathbf{R}_6$ 。PSA的好处是不存在阵列孔径的损失, 因此有更低的估计误差。但PSA处理的相干信号的个数受所采用的EmVS类型的限制; 对于基于PSA的子空间方法, 矩阵 \mathbf{Q} 张成信号子空间, 且其只包含空间相位因子 $q_{u,k}$ 和 $q_{v,k}$, 当阵元间隔大于半波长时, 根据 $q_{u,k}$ 和 $q_{v,k}$ 得到的方向余弦估计存在周期性的相位模糊, 因此利用PSA无法实现去模

糊处理。而对于CMA算法,从式(6)的协方差平滑矩阵 \mathbf{R} 可以看出, \mathbf{A} 张成其信号子空间,且 \mathbf{A} 不仅包含空间相位因子 $q_{u,k}$ 和 $q_{v,k}$,也包含导向矢量 \mathbf{c}_k ,而 \mathbf{c}_k 中的元素不存在相位模糊,因此可以利用CMA算法的特点来实现去模糊处理。

4 基于传播算子方法(PM)的DOA估计

矩阵 \mathbf{Q} 可以表示为 $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1^H, \mathbf{Q}_2^H]^H$,其中 \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{Q}_2 分别为 $K \times K$ 和 $(LM-K) \times K$ 维子矩阵。由于 \mathbf{Q}_1 满秩,因此 \mathbf{Q}_2 的行向量可表示为 \mathbf{Q}_1 的行向量的线性组合,即

$$\mathbf{P}^H \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_2 \quad (7)$$

其中 \mathbf{P} 表示 $K \times (LM-K)$ 维线性算子或传播算子矩阵^[9,10]。相似地,极化平滑矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 可分割为两个子矩阵 $\bar{\mathbf{R}} = [\bar{\mathbf{R}}_1^H, \bar{\mathbf{R}}_2^H]^H$,其中 $\bar{\mathbf{R}}_1$ 和 $\bar{\mathbf{R}}_2$ 分别由 $\bar{\mathbf{R}}$ 的前 K 行和后 $LM-K$ 行构成。因此可通过下面的式子得到传播算子矩阵 \mathbf{P} 的估计

$$\mathbf{P} = (\bar{\mathbf{R}}_1 \bar{\mathbf{R}}_2^H)^{-1} \bar{\mathbf{R}}_1 \bar{\mathbf{R}}_2^H \quad (8)$$

利用得到的传播算子矩阵 \mathbf{P} ,分别计算空间相位因子 $q_{u,k}$ 和 $q_{v,k}$,从而得到信号的方向余弦。当阵元间隔大于半波长时,结合CMA算法实现方向余弦的去模糊处理。

4.1 相位因子 $q_{u,k}$ 和 $q_{v,k}$ 的估计

定义矩阵 \mathbf{Q}_1^u 和 \mathbf{Q}_2^u 分别为 \mathbf{Q} 的前 $(L-1)M$ 和后 $(L-1)M$ 行,即

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1^u &\triangleq [\mathbf{I}_{(L-1)M} : \mathbf{0}_{(L-1)M,M}] \mathbf{Q} \\ \mathbf{Q}_2^u &\triangleq [\mathbf{0}_{(L-1)M,M} : \mathbf{I}_{(L-1)M}] \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (9)$$

则 $\mathbf{Q}_2^u = \mathbf{Q}_1^u \mathbf{D}^u$,其中 $\mathbf{D}^u = \text{diag}(q_{u,1}, \dots, q_{u,K})$,并且矩阵 $\mathbf{Q}^u \triangleq [(\mathbf{Q}_1^u)^H, (\mathbf{Q}_2^u)^H]^H = [(\mathbf{G}_1^u)^H, (\mathbf{G}_2^u)^H, (\mathbf{G}_1^u \mathbf{D}^u)^H, (\mathbf{G}_2^u \mathbf{D}^u)^H]^H$,其中 \mathbf{G}_1^u 和 \mathbf{G}_2^u 分别包含 \mathbf{Q}_1^u 的前 K 行和后 $(L-1)M-K$ 行。显然 \mathbf{G}_1^u 是 $K \times K$ 维Vandermonde矩阵,若假设 $K < M$,则 $\mathbf{G}_1^u = \mathbf{Q}_1$ 。那么存在算子矩阵 $\mathbf{P}_u = [\mathbf{P}_{u,1}^H, \mathbf{P}_{u,2}^H, \mathbf{P}_{u,3}^H]$ 使得 $\mathbf{P}_u^H \mathbf{G}_1^u = [(\mathbf{G}_2^u)^T, (\mathbf{G}_1^u \mathbf{D}^u)^T, (\mathbf{G}_2^u \mathbf{D}^u)^T]^T$,而 $\mathbf{P}_{u,1} \sim \mathbf{P}_{u,3}$ 分别与 \mathbf{G}_2^u , $\mathbf{G}_1^u \mathbf{D}^u$ 和 $\mathbf{G}_2^u \mathbf{D}^u$ 有相同的矩阵维数。容易得到 $\mathbf{P}_{u,1}^\dagger \mathbf{P}_{u,3} = \mathbf{G}_1^u \mathbf{D}^u (\mathbf{G}_1^u)^{-1} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{D}^u \mathbf{Q}_1^{-1}$,即相位因子 $\{q_{u,k}, k=1, \dots, K\}$ 构成了矩阵 $\mathbf{P}_{u,1}^\dagger \mathbf{P}_{u,3}$ 的特征值,其中 \dagger 表示求伪逆。

同样为了得到 $q_{v,k}$ 估计,定义 $\tilde{\mathbf{I}}_1 = [\mathbf{I}_{M-1} : \mathbf{0}_{M-1,1}]$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_2 = [\mathbf{0}_{M-1,1} : \mathbf{I}_{M-1}]$,且

$$\mathbf{Q}_1^v \triangleq \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Q}_2^v \triangleq \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{Q} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{\Pi}_1$ 和 $\mathbf{\Pi}_2$ 为两个块对角矩阵,分别包含 L 个对角块 $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_2$,则 $\mathbf{Q}_2^v = \mathbf{Q}_1^v \mathbf{D}^v$, $\mathbf{D}^v = \text{diag}(q_{v,1}, \dots, q_{v,K})$,因此存在算子矩阵 \mathbf{P}_v 使得 $\mathbf{P}_v^H \mathbf{G}_1^v = [(\mathbf{G}_2^v)^T, (\mathbf{G}_1^v \mathbf{D}^v)^T, (\mathbf{G}_2^v \mathbf{D}^v)^T]^T$,以及 $\mathbf{G}_1^v = \mathbf{G}_1^u = \mathbf{Q}_1$ 。从而可通过特征值分解 $\mathbf{P}_{v,1}^\dagger \mathbf{P}_{v,3} = \mathbf{G}_1^v \mathbf{D}^v (\mathbf{G}_1^v)^{-1} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{D}^v \mathbf{Q}_1^{-1}$ 得到相位因子

$\{q_{v,k}, k=1, \dots, K\}$,其中 $\mathbf{P}_{v,1}$, $\mathbf{P}_{v,3}$, \mathbf{G}_1^v 和 \mathbf{G}_2^v 的定义类似于 $\mathbf{P}_{u,1}$, $\mathbf{P}_{u,3}$, \mathbf{G}_1^u 和 \mathbf{G}_2^u 。

显然, $\mathbf{P}_{u,1}^\dagger \mathbf{P}_{u,3}$ 和 $\mathbf{P}_{v,1}^\dagger \mathbf{P}_{v,3}$ 的特征值分别必须计算算子矩阵 \mathbf{P}_u 和 \mathbf{P}_v 。实际上,可以证明它们与式(7)的算子矩阵 \mathbf{P} 存在下列关系:

命题1 分割算子矩阵 $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_L]$,使得 \mathbf{P}_1 为 $K \times (M-K)$ 维子矩阵,而 \mathbf{P}_i ($i=2, \dots, L$)为 $K \times M$ 维子矩阵,那么 \mathbf{P}_u 能表示为 $\mathbf{P}_u = [\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_{L-1}, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_L]$ 。

命题2 定义 $\tilde{\mathbf{I}}_3 \triangleq [\mathbf{I}_{M-1-K} : \mathbf{0}_{M-1-K,1}]$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_4 \triangleq [\mathbf{0}_{K-1,1} : \mathbf{I}_{K-1}]$,则算子矩阵 \mathbf{P}_v 能表示为

$$\mathbf{P}_v = [\mathbf{P}_1 \tilde{\mathbf{I}}_3^H, \mathbf{P}_2 \tilde{\mathbf{I}}_1^H, \dots, \mathbf{P}_L \tilde{\mathbf{I}}_1^H, \tilde{\mathbf{I}}_4^H, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2 \tilde{\mathbf{I}}_2^H, \dots, \mathbf{P}_L \tilde{\mathbf{I}}_2^H]$$

由命题1和命题2可以知,算子矩阵 \mathbf{P}_u 和 \mathbf{P}_v 可通过 \mathbf{P} 直接变换得到,无需重新计算;另外, $\mathbf{P}_{u,1}^\dagger \mathbf{P}_{u,3}$ 和 $\mathbf{P}_{v,1}^\dagger \mathbf{P}_{v,3}$ 的特征值分解具有相同的特征矢量集,因此在实际的应用中,估计值 $\{\hat{q}_{u,k}, k=1, \dots, K\}$ 和 $\{\hat{q}_{v,k}, k=1, \dots, K\}$ 可通过它们对应的特征矢量关系实现配对^[6]。

4.2 去模糊处理

由于阵元间隔大于半波长,根据 $\hat{q}_{u,k}$ 和 $\hat{q}_{v,k}$ 得到的方向余弦存在模糊性,即有 $\hat{u}_k(n_u) = \mu_k + n_u \lambda / \Delta_x$ 和 $\hat{v}_k(n_v) = \vartheta_k + n_v \lambda / \Delta_y$,其中 $\mu_k = \lambda \arg\{\hat{q}_{u,k}\} / 2\pi \Delta_x$, $\vartheta_k = \lambda \arg\{\hat{q}_{v,k}\} / 2\pi \Delta_y$, $[-\Delta_x(1 + \mu_k) / \lambda] \leq n_u \leq [\Delta_x(1 - \mu_k) / \lambda]$, $[-\Delta_y(1 + \vartheta_k) / \lambda] \leq n_v \leq [\Delta_y(1 - \vartheta_k) / \lambda]$, $[x]$ 和 $\lfloor x \rfloor$ 分别为对 x 上取整和下取整。从而相应得到一组模糊DOA估计 $\hat{\theta}_k(n_u, n_v) = \arcsin(\sqrt{\hat{u}_k^2(n_u) + \hat{v}_k^2(n_v)})$ 和 $\hat{\varphi}_k(n_u, n_v) = \angle(\hat{u}_k(n_u) + j\hat{v}_k(n_v))$,为了得到实际的估计值,需要进行去模糊处理。为此考虑传播算子 $\tilde{\mathbf{P}}$,使得 $\tilde{\mathbf{P}}^H \tilde{\mathbf{A}}_1 = \tilde{\mathbf{A}}_2$ 成立,其中 $\tilde{\mathbf{A}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_2$ 分别由 \mathbf{A} 的前 K 行和后 $6LN-K$ 行构成,则有 $\mathbf{a}_k^H \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{0}$ ($k=1, \dots, K$),且 $\boldsymbol{\Sigma} \triangleq [\tilde{\mathbf{P}}^H, -\mathbf{I}_{6LN-K}]^H$,因此可以通过下式得到信号实际的DOA估计:

$$\{\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k\} = \min_{\hat{\theta}_k(n_u, n_v), \hat{\varphi}_k(n_u, n_v)} \det\{\mathbf{h}^H \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma}^H \mathbf{h}\} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{h} \triangleq \mathbf{q}_u(\hat{u}_k) \otimes \tilde{\mathbf{q}}_v(\hat{v}_k) \otimes \boldsymbol{\Theta}(\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k)$, $\det\{\bullet\}$ 表示求行列式。算子 $\tilde{\mathbf{P}}$ 可以通过CMA算法中的协方差平滑矩阵 \mathbf{R} 估计得到。

与文献[7]提出的基于ESPRIT的孔径扩展算法相比,本文的算法(PSA/CMA-PM)有两个优势:其一是相对较低的运算量。本文提出算法主要是涉及两个传播算子矩阵 \mathbf{P} 和 $\tilde{\mathbf{P}}$ 的计算,共需要的计算量(乘法单元数)级为 $O(7LMKF - 6LK^2F + 6LKF)$ ^[9,10],其中 F 表示快拍数;而ESPRIT算法^[7]需要特征值分解来获得信号/噪声子空间,相应的运算量为 $O((6LM)^2F)$ 。分析可知本文算法与ESPRIT算法^[7]的比值小于 $O(7K/36LM)$,且阵元越多,本

文算法所表现出来在计算量上的优势就越明显。其次, 本文能够实现相干信号的 DOA 估计, 而 ESPRIT^[7]不能。事实上, 我们也能够结合 PSA 和 CMA 解相干技术以及 ESPRIT 子空间算法, 实现孔径扩展及相干信号的 DOA 估计, 但这种算法 (PSA/CMA-ESPRIT) 需要两次特征值分解, 运算量较大。另外, 本文提出的 PSA/CMA-PM 与文献 [9] 基于 PM 的算法有相近的运算量, 但是本文提出的算法能够处理相干目标的参数估计, 且通过增加阵元间隔估计性能能够得到显著的改善。

5 计算机仿真实验

在这节, 通过仿真实验来验证 PSA/CMA-PM 算法的性能, 并与 PSA/CMA-ESPRIT 算法、ESPRIT^[7]算法和 PM^[9]算法进行比较。采用阵元均匀分布的 4×5 矩形极化敏感阵列 ($L=4, M=5$), 且假设两个方向的阵元间隔相等 ($\Delta=\Delta_x=\Delta_y$)。两个相干信号参数分别为 $\theta_1=55^\circ, \varphi_1=70^\circ, \gamma_1=45^\circ, \eta_1=-90^\circ$ 和 $\theta_2=65^\circ, \varphi_2=80^\circ, \gamma_2=45^\circ, \eta_2=90^\circ$, 并定义 DOA 估计的均方根误差 (RMSE) 为 $\text{RMSE}_k = \sqrt{E\{(\hat{\theta}_k - \theta_k)^2 + (\hat{\varphi}_k - \varphi_k)^2\}}$ 。进行 500 次 Monte-Carlo 独立实验。

图 1 比较了 PSA/CMA-PM 和 PSA/CMA-ESPRIT 两种算法对第 1 个信号的 DOA 估计误差与信噪比 (快拍数为 200) 和采样快拍数 (SNR=20 dB) 的关系。我们考虑了 3 种不同的阵元间隔 $\Delta=\lambda/2, 3 \times \lambda/2$ 和 $8 \times \lambda/2$ 。从图中可以看出, 对于不同的信噪比和采样快拍, 采用更大的阵元间隔, 两种算法均能够得到更好的估计性能。另外, 虽然 PSA/CMA-PM 的运算量大大低于 PSA/CMA-ESPRIT, 特别是在阵元较多和入射波信号较少的情况下, 但是图 1 显示了其估计性能却非常接近于 PSA/CMA-ESPRIT。

图 2 分别针对相干和非相干信号给出了 PSA/

CMA-PM, PSA/CMA-ESPRIT, ESPRIT^[7] 和 PM^[9] 4 种算法对第 1 个信号的 DOA 估计误差与阵元间隔的关系, 采样快拍为 200, 信噪比为 20 dB。从图 2(a) 可以看出, ESPRIT^[7] 和 PM^[9] 算法无法实现相干目标的 DOA 估计, 而对于 PSA/CMA-PM 和 PSA/CMA-ESPRIT 两种算法, 其估计误差随着阵元间隔的增大而显著下降。但当阵元间隔大于 $40 \times \lambda/2$ 时, 估计性能出现不稳定, 这是由于阵元间隔 Δ 的增加引起模糊估计值数量的增加, 同时它们之间的差值 λ/Δ 在减少, 从而使得在式 (11) 中出现了错误判决, 且这种错误判决的概率也在增加, 因此导致估计误差可能反而变大。而对图 2(b) 中的非相干目标, 增加阵元间隔使得 ESPRIT^[7] 算法的估计误差也出现了明显的下降, 且与 PSA/CMA-PM 和 PSA/CMA-ESPRIT 表现出相近的估计性能; 而 PM^[9] 的估计误差没有明显的变化, 事实上, 该方法通过空间/极化旋转不变特性, 利用 PM 的方法得到 E_m VS 导向矢量 \mathbf{c}_k 的估计, 然后根据向量叉积直接得到方向余弦 u_k 和 v_k 的估计, 无需阵元的位置信息, 因此该方法的优点是当阵元间距大于半波长时, 不会出现角度估计模糊现象, 但是通过增加阵元间隔所得到的估计性能的改善是有限的。

6 结论

本文采用电磁矢量阵列提出了一种新的解相干预处理算法—协方差矩阵平滑 (CMA), 当阵元间隔大于半波长时, 基于 CMA 的子空间方法能够对相干目标 DOA 估计值实现有效的去模糊处理。论文首先利用极化平滑算法不减少阵列孔径的特点, 通过传播算子得到高分辨但模糊的 DOA 估计; 然后通过 CMA 构造信号/噪声子空间实现去模糊处理, 得到目标实际的 DOA 估计。算法的实现过程无需奇异值分解和角度搜索, 因此有相对较低的运算量。

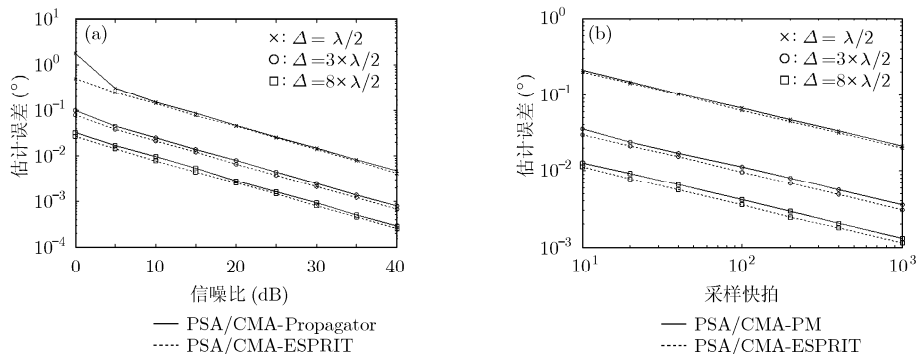


图 1 DOA 估计误差与信噪比和快拍数量的关系

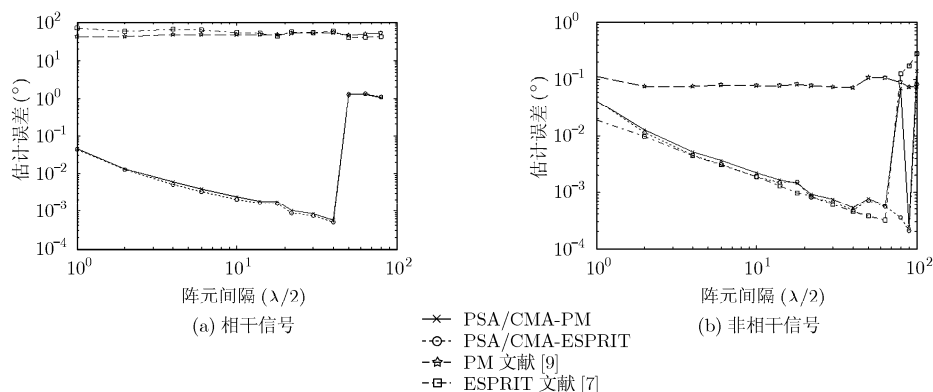


图 2 DOA 估计误差与阵元间隔的关系

参考文献

- [1] Tabrikian J, shavit R, and Rahamim D. An efficient vector sensor configuration for source localization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(8): 690-693.
- [2] Xiao Jin-Jun and Nehorai A. Optimal polarized beampattern synthesis using a vector antenna array [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 576-587.
- [3] Gong Xiao-feng, Liu Zhi-wen, and Xu You-gen. Direction-of-arrival estimation via twofold mode-projection[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(5): 831-842.
- [4] Xu You-gen, Liu Zhi-wen, Wong K T, and Cao Jin-Liang. Virtual-manifold ambiguity in HOS-based direction-finding with electromagnetic vector-sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(4): 1291-1308.
- [5] Mir H S and Sahr J D. Passive direction finding using airborne vector sensors in the presence of manifold perturbations[J]. *IEEE Transactions Signal Processing*, 2007, 55(1): 156-164.
- [6] Wong K T and Zoltowski M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(5): 671-681.
- [7] Zoltowski M D and Wong K T. Closed-form eigenstructure-based direction finding using arbitrary but identical subarrays on a sparse uniform rectangular array grid[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2205-2210.
- [8] Zoltowski M D and Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2195-2204.
- [9] He Jin and Liu Zhong. Computationally efficient 2D direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector sensors at unknown locations using the propagator method [J]. *Signal Processing*, 2009, 19(3): 491-503.
- [10] He Jin and Liu Zhong. Efficient underwater two-dimensional coherent source localization with linear vector-hydrophone array[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(9): 1715-1722.
- [11] Rahamim D, Tabrikian J, and Shavit R. Source localization using vector sensor array in a multipath environment[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3096-3103.
- [12] Wang Hong-yi and Liu K J R. 2-D spatial smoothing for multipath coherent signal separation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 2(34): 391-405.

刘兆霆: 男, 1975年生, 博士生, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、信号的稀疏分解、压缩感知。

何 劲: 男, 1980年生, 博士后, 研究方向为阵列信号处理、空时自适应处理、非平稳信号处理。

刘 中: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代信号处理、传感器网络、混沌与信息动力学。