基于相位补偿的 BPSK 相参脉冲串信号多普勒频率变化率估计算法

李 宏 秦玉亮 李彦鹏 王宏强 黎 湘 (国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要:目标与观测平台之间径向加速度引起的接收信号多普勒频率变化率的精确估计对于高精度单站无源定位与 跟踪具有重要意义。该文针对脉内相位调制信号的频率变化率不能直接表征多普勒频率变化率的问题,首先引入相 位补偿的方法消除 BPSK 相位调制序列的影响,然后针对固定脉冲重复频率和脉冲重复频率抖动两种情况分别提 出了径向加速度引起的多普勒频率变化率的精确估计方法,并且给出了多普勒频率变化率与采样频率、观测时间及 脉冲重复频率之间的约束关系。仿真结果表明,典型参数条件下该文提出算法的信噪比门限比已有算法低约 4~6 dB。

关键词:无源定位与跟踪; BPSK 脉冲压缩波形; 相参脉冲串; 多普勒频率变化率
 中图分类号: TN911.7
 文献标识码: A
 文章编号: 1009-5896(2010)09-2156-05
 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01364

A Phase Compensation Based Algorithm for Doppler Frequency Rate Estimation from BPSK Coherent Pulse Train

Li Hong Qin Yu-liang Li Yan-peng Wang Hong-qiang Li Xiang (School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The precise passive locating and tracking technology for a single observer demands high accuracy estimation of Doppler frequency rate produced by the radial acceleration between the target and the observer from the received signals. The frequency rate cannot denote the Doppler frequency rate for the PSK signal. A phase compensation based algorithm for Doppler frequency rate estimation from BPSK coherent pulse train is presented to conquer the problem. Both the fixed and alterable pulse repetition frequency (PRF) cases are considered. The limitation between the Doppler frequency rate and the sampling frequency, the observing time and the PRF is given. The simulation results show that the proposed algorithm achieves a 4~6 dB lower SNR threshold than the known ones in the typical condition.

Key words: Passive locating and tracking; BPSK compression waveform; Coherent pulse train; Doppler frequency rate

1 引言

雷达信号中的多普勒变化率反映了运动目标与 观测平台之间的径向加速度信息,利用多普勒频率 变化率信息可以对辐射源进行无源定位,其定位精 度优于传统的测向定位方法^[1]。在无源定位应用中, 对多普勒频率变换率的估计精度要求很高,因此高 精度的多普勒频率变化率估计是实现这类无源定位 的关键技术。BPSK 是一种常用的脉冲编码方式, 其模糊函数呈图钉形,在脉冲多普勒雷达、地形跟 随/防撞雷达、导航雷达及各类 LPI/LPD 雷达等雷 达系统中有广泛应用。常用二相编码有 Bark 码、 Bark 衍生码、最小峰值旁瓣码等。

2009-10-22 收到, 2010-02-12 改回 通信作者: 李宏 lihong.nudt@gmail.com 在短的观测时间内,目标与观测平台的径向加 速度可视作不变,因此观测平台接收信号的多普勒 频率变化率可视为恒定,通常情况下多普勒频率变 化率很小,不超过100 Hz/s。文献[2]利用脉冲间的 相参特性等效延长了信号观测时间,通过谱相关获 得了单载频相参脉冲信号的多普勒频率变换率的估 计,但该方法不适用于有脉冲内相位调制的信号。 BPSK 信号在脉冲内进行了相位调制,其频率变化 率不等于多普勒频率变化率,直接估计其多普勒频 率变化率难度大。若能去除相调制影响,将信号变 成单载频信号,则可借鉴文献[2]的方法对多普勒频 率变化率进行估计。基于这一思路,文献[3]采用平 方倍频过程增加了噪声交叉项,信号的信噪比损失 约6dB,并且对等效载频估计精度要求更苛刻。文 献[4]利用脉冲间相关运算消除脉内调制的影响,但 基于脉冲间相关的估计算法的估计性能比基于平方 倍频算法差^[5]。

针对 BPSK 编码信号相位存在 π 跳变的特点, 本文提出了一种基于信号相位信息的去 BPSK 调制 方法,基于该方法的多普勒频率变化率估计算法与 文献[3,4]中算法相比,在相同估计精度条件下所需 信噪比门限更低。

2 信号模型^[2-5]

在工程应用中一般将目标辐射源和观测平台的 相对距离展开为时间的二次项,一次项表征目标相 对于观测平台的径向速度,二次项表征相对径向加 速度,在观测平台接收信号中分别体现为多普勒频 率和多普勒频率变化率。观测平台在雷达一次扫描 周期内接收到的信号时长很短,因此在一个扫描周 期内,多普勒频率变化率近似为一常量^[3]。

接收 BPSK 相参脉冲串信号可以表示为信号加 噪声的形式:

$$r(t) = s(t) + v(t) \tag{1}$$

$$s(t) = \sum_{p=0}^{P-1} A e^{j \left[2\pi f_l t + \pi \dot{f}_d t^2 + \varphi_0 + \phi(t-pT_p)\right]} \operatorname{rect}\left(\frac{t-pT_p}{\tau}\right)$$
(2)

式中 f_I 为等效载频, f_a 为多普勒频率变化率, φ_0 为 初相, T_p 为第 p 个脉冲到达时间, $\phi(t)$ 为 BPSK 调 制相位, 取值为 0 和 π , rect (t/τ) 表示时宽为 τ 的 矩形函数。

对中频信号进行采样,设采样频率为 f_s。为分 析方便,假设每个脉冲采样点数均为 N,得到采样 信号为

$$r_{p}(n) = A e^{j[2\pi f_{p}n + \pi \alpha n^{2} + \varphi_{p} + \phi(n)]} + \upsilon_{p}(n),$$

$$p = 1, 2, \cdots, P, \quad n = 0, 1, \cdots, N - 1$$
(3)

式中 $f_p = F_I + \alpha K_p$, $\varphi_p = \varphi_0 + 2\pi F_I K_p + \pi \alpha K_p^2$, $F_I = f_I / f_s$, $\alpha = \dot{f}_d / f_s^2$; $K_p = f_s \cdot T_p \perp K_1 = 0$; $v_p(n)$ 为零均值复高斯白噪声, 方差为 $\sigma_{v_p}^2$ 。

3 去 BPSK 调制原理

借鉴文献[6]中 BPSK 信号相位补偿的思想,构造新序列为

$$B(f,n) \equiv r_p(n)e^{-j2\pi f n} \tag{4}$$

根据文献[7],信噪比较高时,加性噪声 $v_p(n)e^{-j2\pi fn}$ 可等效为零均值实高斯相位噪声 $u_p(n)$ 。因此, B(f,n)的相位测量值为

$$\arg_{2\pi} \left[B(f,n) \right] = \left[2\pi \left(f_p - f \right) n + \pi \alpha n^2 + \varphi_p + \phi(n) + u_p(n) \right]_{2\pi}$$
(5)

式中 $\arg_{2\pi}(x)$ 表示取复变量x的相位,并且规范化到 区间 $[-\pi,\pi)$, $[x]_{2\pi} \in [-\pi,\pi)$ 。

一般条件下 $f_d \ll f_s^2$,因此 α 非常小,可忽略 $\pi \alpha n^2$ 的影响,那么当 $f = f_p$ 时,式(5)表示为

$$\arg_{2\pi} \left[B(f_p, n) \right] = \left[\varphi_p + \phi(n) + u_p(n) \right]_{2\pi} \tag{6}$$

对于 BPSK 脉冲压缩信号,相位调制序列 { $\phi(n)$ } 取 离散值 0 和 π ,相位测量值 $\arg_{2\pi}[B(f_p,n)]$ 在初相 $\psi_1 = [\varphi_p]_{2\pi} \pi \psi_2 = [\varphi_p + \pi]_{2\pi}$ 处呈高斯分布。若能够 估计出初相 ψ_1 或 ψ_2 ,则可以消除调制相位的影响。 **3.1 初相估计算法**

文献[6]提出利用统计直方图(Histogram)方法 在 $[-\pi,\pi)$ 范围内估计 ψ_1 或 ψ_2 ,但是统计直方图的估 计性能与数据量和区间大小有关,通常区间选择与 数据密切相关,无有效的确定准则,参数估计性能 不理想。

对于任意的 φ_p ,变量 ψ_1 和 ψ_2 必有一个在区间 [- $\pi/2,\pi/2$)内。不失一般性,设 $\psi_1 \in [-\pi/2,\pi/2)$ 。将 式(6)表示的相位序列进行模 π 运算,并规范化到 [- $\pi/2,\pi/2$):

$$\arg_{\pi}[B(f_p, n)] = \left[\psi_1 + u_p(n)\right]_{\pi} \tag{7}$$

可见,这一处理消除了 BPSK 相位调制序列 $\{\phi(n)\}$ 的影响。

令 \hat{f}_p 为脉冲等效载频 f_p 的估计值,则在高信噪 比条件下,初相 ψ_1 的估计为

$$\widehat{\psi}_1 = \arg_{\pi} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} B(\widehat{f}_p, n) \right]$$
(8)

3.2 去 BPSK 相位补偿

 $R(\beta,\psi) =$

$$\begin{cases} \beta, & \left| \arg_{2\pi}(\beta) - \psi \right| > 3\pi/2 \vec{\alpha} \left| \arg_{2\pi}(\beta) - \psi \right| < \pi/2 \\ \beta e^{j\pi}, & \breve{\Xi} \vec{C} \end{cases}$$

利用 $\hat{\psi}_1$ 和算子 $R(\beta, \psi)$ 对序列 $B(\hat{f}_p, n)$ 进行去调制补偿,得到

$$\widetilde{B}(\widehat{f}_p, n) = A e^{j\left[2\pi(f_p - \widehat{f}_p)n + \varphi_p\right]} + \xi_p(\widehat{f}_p, n) \qquad (10)$$

式中 $\xi_p(f,n)$ 等效为补偿误差。 对去调制相位补偿后的序列 $\tilde{B}(\hat{f}_p,n)$ 求和得到

$$\Xi_p(\hat{f}_p) = A \frac{\sin\left[\pi(f_p - \hat{f}_p)N\right]}{N\sin\left[\pi(f_p - \hat{f}_p)\right]} e^{j\left[\pi(f_p - \hat{f}_p)(N-1) + \varphi_p\right]} + \varepsilon_p(\hat{f}_p)$$
(11)

式中第1项包含多普勒频率变化率信息,称之为信 号项,第2项为噪声项, $\varepsilon_p(\hat{f}_p)=1/N \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \xi_p(\hat{f}_p,n)$ 。 依据大数定理 $\varepsilon_p(\hat{f}_p)$ 可等效为高斯噪声。式(11)中, 若 $\hat{f}_p \rightarrow f_p$,则 $\Xi_p(\hat{f}_p)$ 的信噪声比最大。

3.3 频率估计修正算法

由第 3.2 节的分析可知,提高 BPSK 脉冲等效 载频 f_p的估计精度有利于提高式(11)的信噪比。对 于 BPSK 信号,FFT 频谱峰值频率不一定是载频频 率^[6]。文献[6]提出修正 WPA(Weighted Phase Average)算法在信噪比较高时(信噪比门限约 10 dB) 可获得理想估计精度,但频率估计范围小。文献[8] 提出的载频盲估计方法可克服文献[6]中频率估计范 围小的缺陷(信噪比门限与文献[6]相同)。本文采用 文献[8]的载频估计方法估计每个 BPSK 脉冲的等效 载频,算法细节参见该文献。

令
$$\hat{f} = \sum_{p} \hat{f}_{p} / P$$
,若脉冲重复频率固定则有
 $E[\hat{f}] = f_{I} + \frac{P-1}{2} \alpha \Delta$
 $\operatorname{var}[\hat{f}] = \frac{1}{P} \operatorname{var}[\hat{f}_{p}]$

$$(12)$$

式中
$$\Delta = f_s/f_{\rm prf}$$
, $\alpha \Delta = \dot{f}_d/(f_s \cdot f_{\rm prf})$, 因此,

$$\left| E[\hat{f}] - f_p \right|_{\rm max} = \frac{P-1}{2} \frac{\dot{f}_d}{f_s f_{\rm prf}} \to 0$$
(13)

即用 \hat{f} 代替 \hat{f}_p 引起的误差可以忽略,且 \hat{f} 的方差小 于 \hat{f}_p 的方差。这一处理降低了对频率估计方法的要求。用 \hat{f} 替换式(8)中 \hat{f}_p ,即对每个脉冲都采用平均频率 \hat{f} 去调制,式(11)所得序列可以表示为

$$\Xi_p(\hat{f}) = A \frac{\sin\left[\pi(f_p - \hat{f})N\right]}{N\sin\left[\pi(f_p - \hat{f})\right]} e^{j\left[\pi(f_p - \hat{f})(N-1) + \varphi_p\right]} + \varepsilon_p(\hat{f})$$

(14)

4 多普勒频率变化率估计算法

在高信噪比条件下, $\varepsilon_p(\hat{f})$ 可等效为实相位噪声,式(14)表示的新序列的相位测量值为

$$\arg_{2\pi} \left[\Xi_p(\hat{f}) \right] = \left[\pi (f_p - \hat{f})(N - 1) + \varphi_0 + 2\pi F_I K_p + \pi \alpha K_p^2 + \varsigma_p \right]_{2\pi}$$
(15)

式中 ς_p 为等效相位噪声。

考虑到脉冲重复频率变化的影响,令 \bar{f}_{prf} 表示平均意义上的脉冲重复频率, $\bar{\Delta}$ 为脉冲起始采样点间 采样点数的均值。对相位测量值序列 $\{\arg_{2\pi}[\Xi_p(\hat{f})]\}$ 进行二阶相位差分:

$$\nabla^2 \left\{ \arg_{2\pi} [\Xi_p(\hat{f})] \right\} = \left[2\pi\alpha \bar{\Delta}^2 + 2\pi F_I e_{\mathrm{PRI}}(p) + \nu(p) \right]_{2\pi}$$
(16)

式中 $\widetilde{K}_p = K_p + (N-1)/2$, $\nu(p) = \varsigma_{p+1} - 2\varsigma_p + \varsigma_{p-1}$, $e_{\text{PRI}}(p) = \widetilde{K}_{p+1} - 2\widetilde{K}_p + \widetilde{K}_{p-1}$, $2\overline{\Delta}^2 \approx \widetilde{K}_{p+1}^2 - 2\widetilde{K}_p^2 + \widetilde{K}_{p-1}^2$, 当 \dot{f}_d 较小时,可保证

$$-\frac{1}{2}\overline{f}_{\rm prf}^2 < \dot{f}_d < \frac{1}{2}\overline{f}_{\rm prf}^2 \tag{17}$$

如果脉冲重复频率固定不变,则 $e_{PRI}(p) \rightarrow 0$,根据文献[9],参数 α 的估计为

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{2\pi\Delta^2} \sum_{p=2}^{p-1} w_p z_p \tag{18}$$

式中

$$w_p = \frac{30p(p-1)[P-(p-1)](P-p)}{P(P^2-1)(P^2-4)}$$
(19)

若 $e_{PRI}(p) \rightarrow 0$,则必须消除 $2\pi F_I e_{PRI}(p)$ 的影响。 定义新相位序列如下:

$$z(p) = \nabla^2 \arg_{2\pi} \left\{ \Xi_p(\hat{f}_p) e^{-j2\pi \hat{f} \tilde{K}_p} \right\}$$

= $2\pi\alpha\nabla + 2\pi(F_I - f)e_{PRI}(p) + \nu(p)$ (20) 要避免 $2\pi(F_I - \hat{f})e_{PRI}(p)$ 引起相位模糊,则要求较高 的中频估计精度或脉冲重复频率抖动较小,即要满 足| $\sigma_f \sigma_{f_I} \ll 1$ 。此时,将式(20)写成矢量形式为

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v} \tag{21}$$

式中
$$\boldsymbol{x} = [\alpha \quad F_I - \hat{f}]^{\mathrm{T}}$$
。式(21)的广义最小二乘解为
 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^+ \boldsymbol{y}$ (22)

式中 A^+ 表示矩阵 $A = C^{-1}H$ 的 Moore-Penrose 广 义逆; $y = C^{-1}z$, C 为序列 $\{\nu_n\}$ 的协方差矩阵^[3]:

$$\boldsymbol{C} = \sigma_{\varsigma}^{2} \begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & -4 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -4 & 6 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & 6 \end{pmatrix}_{(P-2)\times(P-2)}$$
(23)

5 仿真分析与讨论

为了检验本文所提多普勒频率变化率估计算法 的性能,利用 Matlab2008a 对算法进行了 Monte-Carlo 仿真实验。仿真参数:中频频率 $f_I = 30$ MHz, 脉冲重复频率 $f_{prf} = 1$ kHz,采样频率 $f_s = 100$ MHz,脉冲宽度为 $\tau = 1.04$ µs。

仿真实验1 不同信噪比下算法性能

BPSK 编码序列分别采用 13 位 Bark 码序列和 26 位最小峰值旁瓣 (MPS—Minimum Peak Side lobe)序列^[10],编码序列见表 1。多普勒频率变化率 $\dot{f}_{a} = 62.5$ Hz/s,观测时间 50 ms,信噪比从 0 dB 增 加到 30 dB,步进 1 dB。每个信噪比下进行 1000 次 Monte-Carlo 仿真,仿真结果如图 1 所示。

从图 1(a)可以看出,本文算法信噪比门限约为 6 dB,而文献[3]中基于平方倍频及文献[4]中基于脉



图1算法估计性能与信噪比及观测时长的关系

表1 二相编码序列

13 位 Bark 码序列	26 位 MPS 码序列
0000011001010	10001110000000101011011001

冲间相关算法的信噪比门限分别为 12 dB 及 10 dB。 在信噪比高于 12 dB 时,本文算法与基于平方倍频 的算法的 RMSE 性能相当,性能好于基于脉冲间相 关的方法。从图中还可以看出,本文所提算法对不 同编码序列都有很好的性能。图 1(b)给出了算法估 计精度与观测时长的关系,可以看出增加观测时长 可大幅提高估计精度。

仿真实验 2 多普勒频率变化率与采样频率、 观测时间及脉冲重复频率约束关系

为验证本文 3.3 节多普勒频率变化率与采样频 率、观测时间及脉冲重复频率约束关系的正确性, 设多普勒频率变化率为 100 kHz/s, 观测时间为 100 ms,其它参数设置同仿真实验 1,容易验证条件式 (13),式(17)仍然成立,仿真结果如图 2。由图可见, 对于不同的编码序列,在多普勒频率变化率为 100 kHz/s 时,算法估计与多普勒频率变化率为 62.5 Hz/s 时相差很小,验证了本文理论分析结果。



图 2 不同多普勒频率变化率估计性能

仿真实验3 脉冲重复频率抖动的影响

图 3 给出了算法对随机重复频率抖动脉冲串信 号的估计性能,重复频率在 1%幅度范围内随机抖 动,编码序列采用 13 位 Bark 码,观测时间为 100 ms,其它参数设置同仿真实验 1。由于重复频率抖 动及初始载频估计精度的影响,在中低信噪比情况 下(≤ 10 dB),无法消除式(20)中2 $\pi(F_I - \hat{f})e_{PRI}(p)$ 引 起的相位模糊,导致算法性能退化。图中还给出了 未经抖动处理算法的性能(重复频率取平均值),信 噪比门限与抖动处理的算法相同,但估计 RMSE 性 能下降,在 12-15 dB 时与文献[4]中基于脉冲间相关 算法估计性能相当,但在更高信噪比时性能较其它 方法差,但其优点是不需进行矩阵求逆等复杂运算, 运算复杂度小。



图 3 存在脉冲重复频率抖动时估计性能

6 结论

针对 BPSK 相参脉冲的特点,本文提出了一种 新的基于相位补偿的高精度多普勒频率变化率估计 算法,算法通过相位补偿去除 BPSK 调制引起的相 邻采样点±π相位差跳变,使得多普勒频率变化率信 息在频域得到了相参积累,进而利用二阶相位差分 方法估计多普勒频率变化率。讨论了有无脉冲重复 频率抖动两种情况下的多普勒频率变化率估计方 法,给出了多普勒频率变化率与脉冲重复频率、采 样频率及观测时间之间的约束关系。对于无脉冲重 复频率抖动的情况,不需要进行矩阵求逆运算,运 算复杂度大为减小;该处理方法对于脉冲重复频率 抖动幅度小于 1%时,仍能给出合理的估计精度。仿 真结果表明,相比于已有算法^[3,4]本文算法能够在更 低信噪比下给出多普勒频率变化率的高精度估计 值。

参考文献

- [1] 冯道旺.利用径向加速度信息的单站无源定位技术研究[D].长沙:国防科技学技术大学电子科学与工程学院,2003.
- [2] 冯道旺,周一宇,李宗华.相参脉冲序列多普勒变化率的一种快速高精度测量方法[J].信号处理,2004,20(1):40-43.
 Feng Dao-wang, Zhou Yi-yu, and Li Zong-hua. A fast and accurate estimator for Doppler rate-of-change with the coherent pulse train[J]. Signal Processing, 2004, 20(1):40-43.
- [3] 郁春来,占荣辉,万建伟.一种 BPSK 相参脉冲信号多普勒频
 率变化率测量方法[J].国防科技大学学报,2008,30(1):
 53-56(82).

Yu Chun-lai, Zhan Rong-hui, and Wan Jian-wei. A measurement algorithm for Doppler frequency rate-of-change with BPSK coherent pulse signal[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30(1): 53–56(82).

[4] 郁春来,万建伟,占荣辉.一种 PCM 相参脉冲序列多普勒频
 率变化率估计算法[J].电子与信息学报.2008,30(10):
 2303-2306.

Yu Chun-lai, Wan Jian-wei, and Zhan Rong-hui. An estimation algorithm for Doppler frequency rate-of-change with PCM coherent pulse train[J]. *Journal of Electronics* & Information Technology, 2008, 30(10): 2303–2306.

- [5] 郁春来.利用空频域信息的单站无源定位与跟踪关键技术研究[D].长沙:国防科技学技术大学电子科学与工程学院, 2008.
- [6] Nguyen V K. Frequency estimation of a radar pulse train with an unknown binary phase-coded sequence[C]. Proceedings of the 2008 International Conference on Radar, Adelaide, Australia, 2008: 271–275.
- [7] Tretter S A. Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1985, 32(6): 832–835.
- [8] 苑小华,罗武忠,罗来源. MPSK 信号载波频率盲估计[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(5): 1148-1150.
 Yuan Xiao-hua, Luo Wu-zhong, and Luo Lai-yuan. Blind carrier frequency estimation for MPSK Signal[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(5): 1148-1150.
- Händel P and Tichavský P. Frequency rate estimation at high SNR[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(8): 2101–2105.
- [10] Levanon N and Mozeson E. Radar Signals[M]. Hoboken, New Jersey: JOHN WILEY & SONS, INC., 2004: 106–109.
- 李 宏: 男, 1982 年生, 博士生, 从事精确制导、LPI雷达信号 截获方面的研究.
- 秦玉亮: 男, 1980年生,博士,讲师,从事精确制导、信息对抗 方面的研究.
- 李彦鹏: 男,1972年生,副研究员,从事精确制导、信息融合、 目标识别性能评估等领域的研究.
- 王宏强: 男,1970年生,研究员,主要从事精确制导、信息融合、 目标识别等领域的研究.
- 黎 湘: 男,1967年生,教授,主要从事精确制导、信息融合、 非线性信号处理等领域的研究.