

## 一种压缩感知重构算法

甘伟 许录平 苏哲

(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

**摘要:** 为提高压缩感知重构精度, 该文提出一种分段弱阈值修正共轭梯度追踪算法。该算法修正了方向追踪算法的方向, 明确给出了搜寻原子下标的停止迭代准则, 利用搜寻所得下标集通过最小二乘法得到稀疏信号的估计值。仿真结果表明在同等稀疏的条件下实现精确重构, 该算法与匹配追踪(MP)算法和分段正交匹配追踪 FDR 阈值算法(StOMP-FDR)相比, 所需的观测值个数少 20%; 在处理 2 维图像信号时, 其重构精度比分段正交匹配追踪 FAR 阈值算法(StOMP-FAR)和贝叶斯算法(BCS)高 1%。

**关键词:** 压缩感知; 方向追踪; 共轭梯度

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)09-2151-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01346

## A Recovery -Algorithm for Compressed Sensing

Gan Wei Xu Lu-ping Su Zhe

(School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In order to improve recovery accuracy for compressed sensing, a Stagewise Weak selection Modifying approximation Conjugate Gradient Pursuit (StWMCGP) algorithm is proposed in this paper. This algorithm modifies the direction in the directional pursuit algorithm and clearly presents a stopping criterion to search the indices of elements and get a set. Then the evaluation of sparse signal is obtained by using Least-squares algorithm and the set. Simulated results show that for the same sparsity level, the number of measurements needed by the algorithm is about 20% less than that needed by MP or StOMP-FDR to exactly recover. When recovering two-dimensional image signal, the recovery accuracy of this algorithm is about 1% higher than that of BCS or StOMP-FAR.

**Key words:** Compressed Sensing (CS); Directional pursuit; Conjugate gradient

### 1 引言

近年来出现了一种新颖的理论——压缩感知<sup>[1,2]</sup>(Compressed Sensing, CS), 它突破了传统的奈奎斯特采样定理, 实现了采样方式的转变即从信号采样转变成信息采样。CS理论有3个核心问题<sup>[3]</sup>: 信号稀疏变换、观测矩阵设计和恢复重构算法。其中恢复重构算法直接关系到重构精度的大小, 运算时间的长短, 决定着CS理论是否切实可行。一些学者致力于压缩感知的恢复重构问题提出了贝叶斯<sup>[4]</sup>(BCS), 匹配追踪<sup>[5]</sup>(MP), 正交匹配追踪<sup>[6]</sup>(OMP)和分段正交匹配追踪<sup>[7]</sup>(StOMP)算法。为了提高运算速度, 另一些学者另辟蹊径提出了梯度追踪算法<sup>[8]</sup>(GP), 但其精度较低。在GP的基础上,

Blumensath等人为了提高重构精度引入了共轭方向和弱阈值原子选择策略, 提出分段弱阈值共轭梯度追踪算法<sup>[9,10]</sup>(StWCGP), 但重构精度仍不够理想。

针对StWCGP重构精度比较低的缺点, 本文在其方向和输出上进行改进, 明确地给出了停止迭代准则。改进后的算法称为分段弱阈值修正共轭梯度追踪算法(Stagewise Weak selection Modifying approximation Conjugate Gradient Pursuit, StWMCGP)。仿真结果表明StWMCGP能够有效地提高重构精度。

### 2 CS模型

CS理论指出, 只要信号是可压缩的或在某个变换域是稀疏的, 那么就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将变换所得的高维信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解一个优化问题从这些少量的投影中以高概率重构出原信号。在CS模型中并不是

2009-10-15 收到, 2010-04-02 改回

国家 863 计划项目(2007AA12Z323)和国家自然科学基金(60772139)

资助课题

通信作者: 甘伟 421711988@qq.com

直接测量信号  $f$  本身, 而是将信号  $f$  投影到观测矩阵上得到观测向量  $\mathbf{y}$ 。用矩阵表示:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{f} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{y}$  是  $M \times 1$  的观测向量,  $\Phi$  是  $M \times N$  ( $M \ll N$ ) 的观测矩阵。其中信号  $f$  为长度为  $N$  的离散实值信号且在基  $\psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$  上是稀疏的即

$$\mathbf{f} = \sum_{k=1}^N \psi_k \mathbf{x}_k = \psi^T \mathbf{x} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{x}$  是  $N \times 1$  的系数向量且仅有  $k \ll N$  个非零系数,  $\psi$  是  $N \times N$  的稀疏矩阵。将式(2)代入式(1)得

$$\mathbf{y} = \Phi \psi^T \mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{A} = \Phi \psi^T$  为CS信息算子, 其列向量称为原子。因观测维数  $M$  远远小于信号维数  $N$ , 所以无法直接从  $\mathbf{y}$  的  $M$  个观测值中解出信号  $f$ 。由于式(3)中  $\mathbf{x}$  是稀疏的, 这就为求解信号  $f$  提供了可能。根据信号稀疏分解理论中的稀疏分解算法, 可以通过求解式(3)的逆问题解得  $\mathbf{x}$ , 然后将  $\mathbf{x}$  代入式(2), 求得信号  $f$ 。CS理论重构问题的实质就是在已知观测向量  $\mathbf{y}$  和观测矩阵  $\Phi$  的条件下, 如何快速、准确地重构出信号  $f$ 。

### 3 StWMC GP 算法

#### 3.1 传统的StWCGP算法

由于OMP应用于大尺度问题时, 它所需的存储空间很大且其运算速度不够理想, 为了提高OMP的运算速度、减少存储空间, Blumensath等人提出了方向追踪算法<sup>[8]</sup>。其流程如下:

步骤1 初始化:  $\mathbf{r}^0 = \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}^0 = 0$ ,  $\Gamma^0 = \{\}$ 。

步骤2 for  $n = 1$ ;  $n = n + 1$  直到停止条件满足为止。

- (1)  $\mathbf{g}^n = \mathbf{A}^T \mathbf{r}^{n-1}$ ;
- (2) 原子下标选取原则:  $i^n = \arg_i \max |g_i^n|$ ;
- (3) 下标集更新:  $\Gamma^n = \Gamma^{n-1} \cup i^n$ ;
- (4) 计算方向向量:  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}$ ;
- (5)  $\mathbf{c}^n = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^n}$ ;
- (6) 计算最优步长:  $a^n = \frac{\langle \mathbf{r}^{n-1}, \mathbf{c}^n \rangle}{\|\mathbf{c}^n\|_2^2}$ ;
- (7) 更新输出:  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{x}_{\Gamma^n}^{n-1} + a^n \mathbf{d}_{\Gamma^n}$ ;
- (8) 更新残余:  $\mathbf{r}^n = \mathbf{r}^{n-1} - a^n \mathbf{c}^n$ 。

步骤3 输出  $\mathbf{r}^n$ ,  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$ 。

其中  $\Gamma^n$  表示第  $n$  次迭代时算法已选取的原子其下标所组成的集合;  $\mathbf{A}_{\Gamma^n}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的子矩阵, 且该子矩阵仅由那些位于下标集  $\Gamma^n$  中的下标所对应的原子组成; 同理:  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$  表示  $\mathbf{x}$  的子向量, 且该子向量仅由那些位于下标集  $\Gamma^n$  中下标所对应的元素组成;  $\mathbf{r}^n$  表示第  $n$  次迭代时的残余量;  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^{n-1}$  的元素其下标

位于集合  $\Gamma^{n-1}$  内的与向量  $\mathbf{x}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  的元素完全相同, 其余的为0。

StWCGP是在方向追踪算法的框架下将第  $n$  次迭代时的方向向量取为  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{g}_{\Gamma^n}^n + w \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$ , 并将原子选择策略变为:  $\Gamma^n = \Gamma^{n-1} \cup \{i : |g_i| \geq \alpha \max_j |g_j|\}$ 。其中:  $\alpha$  表示阈值参数 ( $\alpha \leq 1$ ),  $\mathbf{g}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{A}_{\Gamma^n}^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{x}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1})$  表示梯度,  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n$  与  $\mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  是  $G$  共轭的, 即  $\mathbf{G}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  与  $\mathbf{g}_{\Gamma^n}^n + w \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  的内积为0,  $\mathbf{G}_{\Gamma^n} = \mathbf{A}_{\Gamma^n}^T \mathbf{A}_{\Gamma^n}$ ,  $\mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  和  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n$  的关系类似于  $\mathbf{x}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  和  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$ 。

由于StWCGP的方向向量只取了一个与当前方向共轭的方向, 并且其输出  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$  并不是第  $n$  次迭代时方程:  $\mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{x} = \mathbf{y}$  的最小二乘解, 因此StWCGP的重构精度并不理想。

#### 3.2 针对StWCGP算法的改进

文中通过修改方向和输出  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$  修正了StWCGP, 提出StWMC GP。其方向向量取了两个与当前方向共轭的方向, 即  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{g}_{\Gamma^n}^n + b_1 \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1} + b_2 \mathbf{d}_{\Gamma^{n-2}}^{n-2}$ 。利用  $G$  共轭性质:  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^T \mathbf{G}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1} = 0$  和  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^T \mathbf{G}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-2}}^{n-2} = 0$  可以推出  $b_1$  和  $b_2$ , 由  $\mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$  和  $\mathbf{d}_{\Gamma^{n-2}}^{n-2}$  的关系可知:  $\mathbf{A}_{\Gamma^{n-1}} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1} = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$ , 因此,

$$b_1 = \frac{\langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{c}^{n-2} \rangle \times \langle \mathbf{c}^{n-2}, \mathbf{w} \rangle - \langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{w} \rangle \times \|\mathbf{c}^{n-2}\|_2^2}{\|\mathbf{c}^{n-1}\|_2^2 \times \|\mathbf{c}^{n-2}\|_2^2 - \langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{c}^{n-2} \rangle^2} \quad (4)$$

$$b_2 = \frac{\langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{c}^{n-2} \rangle \times \langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{w} \rangle - \langle \mathbf{c}^{n-2}, \mathbf{w} \rangle \times \|\mathbf{c}^{n-1}\|_2^2}{\|\mathbf{c}^{n-1}\|_2^2 \times \|\mathbf{c}^{n-2}\|_2^2 - \langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{c}^{n-2} \rangle^2} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{c}^{n-1} = \mathbf{A}_{\Gamma^{n-1}} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-1}}^{n-1}$ ,  $\mathbf{c}^{n-2} = \mathbf{A}_{\Gamma^{n-2}} \mathbf{d}_{\Gamma^{n-2}}^{n-2}$ ,  $\mathbf{w} = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{g}_{\Gamma^n}^n$ 。可以看出  $b_1$  和  $b_2$  中  $\mathbf{c}^{n-1}$ ,  $\mathbf{c}^{n-2}$  分别在第一次迭代和前2次迭代时已被计算出, 为了充分利用这种关系提高算法速度, 引入了辅助变量  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $z$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  详见算法流程。

StWMC GP流程如下:

步骤1 初始化:  $\mathbf{r}^0 = \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x}^0 = 0$ ,  $\Gamma^0 = \{\}$ 。

步骤2 for  $n = 1$ ;  $n = n + 1$  直到  $\Gamma^n$  中的原子下标个数大于  $2k$  时停止迭代。

- (1)  $\mathbf{g}^n = \mathbf{A}^T \mathbf{r}^{n-1}$ ;
- (2) 原子下标选取原则:  $\text{set} = \{i : |g_i| \geq \text{para} \times \max_j |g_j|\}$ ;
- (3) 下标集更新:  $\Gamma^n = [\Gamma^{n-1} \text{ set}]$ ;
- (4) If ( $n = 1$ ) ( $n = 1$ ;  $n = 2$  时都要经过特殊处理)
  - (a)  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{g}_{\Gamma^n}^n$
  - (b)  $\mathbf{c}^n = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{d}_{\Gamma^n}^n$

elseif( $n = 2$ )

(a)  $w_1 = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{g}_{\Gamma^n}$ ;

(b)  $w = -\frac{\langle \mathbf{c}^{n-1}, w_1 \rangle}{\|\mathbf{c}^{n-1}\|_2^2}$ ;

(c)  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{g}_{\Gamma^n} + w \mathbf{d}_{\Gamma^n}^{n-1}$ ;

(d)  $\mathbf{c}^n = w_1 + w \mathbf{c}^{n-1}$

else

(a)  $w = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \mathbf{g}_{\Gamma^n}$ ;

(b)  $k_1 = \|\mathbf{c}^{n-1}\|_2^2$ ;

(c)  $k_2 = \|\mathbf{c}^{n-2}\|_2^2$ ;

(d)  $z = \langle \mathbf{c}^{n-1}, \mathbf{c}^{n-2} \rangle$ ;

(e)  $z_1 = \langle \mathbf{c}^{n-1}, w \rangle$ ;

(f)  $z_2 = \langle \mathbf{c}^{n-2}, w \rangle$ ;

(g)  $b_1 = \frac{z \times z_2 - z_1 \times k_2}{k_1^2 \times k_2^2 - z^2}$ ;

(h)  $b_2 = \frac{z \times z_1 - z_2 \times k_1}{k_1^2 \times k_2^2 - z^2}$ ;

(i)更新方向:  $\mathbf{d}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{g}_{\Gamma^n} + b_1 \mathbf{d}_{\Gamma^n}^{n-1} + b_2 \mathbf{d}_{\Gamma^n}^{n-2}$ ;

(j)  $\mathbf{c}^n = w + b_1 \mathbf{c}^{n-1} + b_2 \mathbf{c}^{n-2}$

(5)计算最优步长:  $a^n = \frac{\langle \mathbf{r}^{n-1}, \mathbf{c}^n \rangle}{\|\mathbf{c}^n\|_2^2}$ ;

(6)  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n = \mathbf{x}_{\Gamma^n}^{n-1} + a^n \mathbf{d}_{\Gamma^n}^n$ ;

(7)更新残余:  $\mathbf{r}^n = \mathbf{r}^{n-1} - a^n \mathbf{c}^n$

end

步骤3 由于Step2得到的集合  $\Gamma^n$  中可能有相同的元素,所以首先剔除集合  $\Gamma^n$  中相同的元素,得到新的集合  $\Gamma^n$ ,然后采用最小二乘法反求  $\mathbf{x}$ ,此时  $\mathbf{x}$  用  $\hat{\mathbf{x}}$  表示即  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\Gamma^n} \setminus \mathbf{y}$ 。

步骤4 输出  $\hat{\mathbf{x}}$  作为最终的解(而不是  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$  作为输出)。

因为当  $\Gamma^n$  中的元素个数大于等于  $2k$  时,  $\Gamma^n$  以很高概率包含  $\mathbf{x}$  全部非零元素的下标<sup>[11]</sup>。故文中将停止迭代准则定义为:当  $\Gamma^n$  中的元素个数大于等于  $2k$  时停止迭代,其中  $k$  代表稀疏度。由于实际中对一个稀疏信号重构时,稀疏度是未知的,因此使用本算法首先需要对稀疏度进行估计。本文中所有试验都将稀疏度  $k$  估计成  $N/3$  (经验值)。

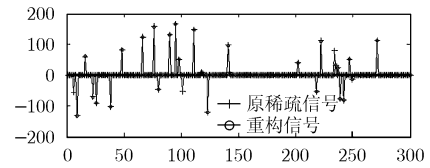
文中取两个与当前方向共轭的方向,是因为相比取1个共轭方向来讲,其精度要高,仅增加了2次矩阵和向量的乘积,并且其共轭方向所对应的系数  $b_1$ ,  $b_2$  没有涉及到矩阵运算,只需在算法流程中进行一次特殊处理。若取3个或3个以上的共轭方向,其共轭方向所对应的系数就会涉及到矩阵的运算,会增加计算复杂度。输出采用  $\hat{\mathbf{x}}$  代替原来的  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$ ,是因为  $\mathbf{x}_{\Gamma^n}^n$  不是最小二乘解。

## 4 试验结果及分析

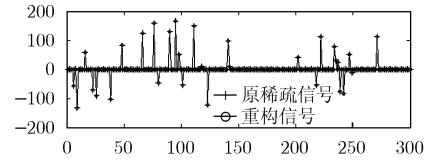
### 4.1 StWMCQP与StWCGP对稀疏信号重构的比较

采用 StWCGP 和 StWMCQP 对长度为  $N = 300$ ,  $k = 30$  的稀疏信号进行重构,观测值数目  $M$  取150,信息算子  $A$  的各原子是从  $M$  维空间的单位球上均匀采样而得。

由图1(a)可以看出原稀疏信号用 StWCGP 在上述条件下进行重构,其中有3个位置不能重构并且有些位置的圆心和十字心不重合,即这些位置没有被精确重构。由图1(b)可以看出 StWMCQP 在同样的条件下能对原稀疏信号实现精确重构。证实了 StWMCQP 比 StWCGP 的重构精度高。



(a) StWCGP 算法对  $k=30$  的稀疏信号重构



(b) StWMCQP 算法对  $k=30$  的稀疏信号重构

图1 StWCGP与StWMCQP对稀疏信号的重构比较

### 4.2 不同算法精确重构所需观测值数目比较

从  $M$  维空间的单位球上均匀采样得到信息算子  $A$  的各原子,以1维  $k$  稀疏,长度为  $N = 400$  的信号  $f$  为例,来测试同一稀疏度下不同算法要实现精确重构对观测值数目  $M$  ( $M < N$ ) 的要求。重构信号用  $\hat{f}$  来表示,当  $\|\hat{f} - f\|_2^2 / \|f\|_2^2 \leq 0.004$  时,重构信号  $\hat{f}$  与信号  $f$  重合没有视觉差异,认定算法实现了精确重构,其中0.004从大量的试验中获得。

对同一稀疏度  $k$ ,依次采用MP, StOMP-FAR<sup>[7]</sup>, StOMP-FDR<sup>[7]</sup>, BCS, StWMCQP对信号  $f$  进行重构,记录下刚好精确重构时的  $M$ ,其中MP的最大迭代次数  $\maxIter$  设为10000次; StOMP-FDR算法中最大迭代次数  $S = 30$ ,参数  $q = 0.9$ ; BCS中参数  $\sigma = y$  的方差/100; StWMCQP中参数  $\text{para} = 0.98$ 。StOMP-FAR中的最大迭代次数  $S = 10$ 、参数  $q = M / (NS)(1 - k/N)$ ,式中  $M$  表示  $A$  的行数,  $N$  表示  $A$  的列数,  $k$  是稀疏度,  $S$  是最大迭代次数。

从图2可知:对于长度为  $N = 400$  的信号当稀疏度小于120时, StWMCQP 实现精确重构所需的观测值数目最少且比MP, StOMP-FDR所需的观测值个数少20%,比BCS, StOMP-FAR少3%。证实了相

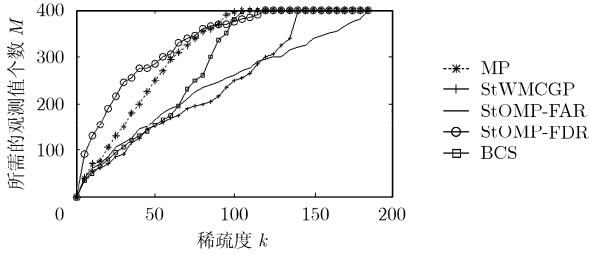


图2 精确重构时稀疏度 $k$ 与观测值数目 $M$ 之间的关系曲线

同的观测值个数条件下，StWMCGP的重构精度最高。综上可知：实际应用中采用StWMCGP对信号进行重构是理想的选择。

### 4.3 StWMCGP算法对2维图像的处理

本实验以图像Mondrian为例其大小为 $512 \times 512$ 。为了与以往经典算法进行对比，仍然采用小波基“symmlet8”，将Mondrian在该基下进行展开。采用多尺度CS<sup>[4]</sup>来对该图像进行重构，其中粗尺度 $j_0$ 设为4，细尺度 $j$ 设为6，信息算子 $A$ 的各原子是从 $M$ 维空间的单位球上均匀采样而得。图3(a)是原图像；图3(b)是采用小波变换得到的图像，所用样本数 $K = 4096$ ；图3(c)是采用StOMP-FDR进行多尺度重构后的图像，所用样本数为 $K = 2713$ ，参数 $q = 0.9$ ，最大迭代次数 $S = 30$ ；图3(d)是采用StOMP-FAR进行多尺度重构后的图像，所用样本数 $K = 2713$ ，参数 $q = 0.4M / NS$ ，最大迭代次数 $S = 30$ ；图3(e)是采用BCS进行多尺度重构后的图像，所用样本数 $K = 2713$ ，参数 $\sigma = \mathbf{y}$ 的方差/100；图3(f)是采用StWMCGP进行多尺度重构后的图像，所用样本数 $K = 2713$ ，参数 $\text{para} = 0.95$ 。各个算法的运算时间和重构精度见表1，其中重构精度以相对误差作为参考： $\text{error} = \|\hat{f} - f\|_2^2 / \|f\|_2^2$ ，其中 $f$ 代表原图像信号， $\hat{f}$ 代表重构信号。

由表1可知：参数 $\text{para} = 0.9$ 时StWMCGP的运算时间最短，此时其重构精度与StOMP-FAR相当，参数 $\text{para} = 0.95$ 时StWMCGP的重构精度最高，此

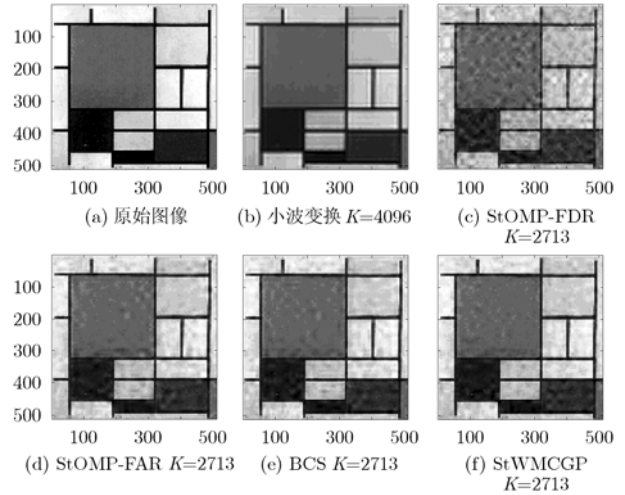


图3 不同算法对Mondrian的重构比较

时的运算时间与BCS相当。StWMCGP对于不同参数 $\text{para}$ 运算时间和重构精度不同，主要在于参数 $\text{para}$ 越大，StWMCGP每次迭代所选原子就越少，那么错选原子的概率就会降低，迭代次数就会增多，这样便增加了重构精度但也增加了运算时间；相反参数 $\text{para}$ 越小，每次迭代所选原子就越多，那么选错原子的概率就会增加，迭代的次数就会减少，这样便减少了运算时间但也降低了重构精度。所以在处理具体问题时，可通过选择参数 $\text{para}$ 来决定是增加重构精度还是提高运算速度。由表1和图3可知：小波变换过于平滑且存在伪边缘，重构精度最差。用StOMP-FDR重构效果也比较差；而用StOMP-FAR，BCS，StWMCGP重构从视觉上来讲没有太大差异，但StWMCGP的重构精度最高。

## 5 结论

针对 StWCGP 重构精度比较低的特点本文提出了 StWMCGP，仿真结果表明该算法的重构精度比 StWCGP，MP，StOMP-FDR 高，也比 StOMP-FAR，BCS 略高；并在重构精度可接受的情况下，通过调节参数还能提高运算速度。

表1 不同算法运算时间和重构精度(相对误差)

算法名称	小波重构	StOMP-FDR	StOMP-FAR	BCS	StWMCGP para=0.95	StWMCGP para=0.9
运算时间(s)	\	12.5511	32.7798	17.8499	19.223	10.171
重构精度	0.13325	0.12487	0.070507	0.068421	0.059302	0.073719

## 参考文献

[1] Candès E, Romberg J, and Tao Terence. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly

incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.  
 [2] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on*

- Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [3] 石光明, 刘丹华, 等. 压缩感知理论及研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070–1081.  
Shi Guang-ming and Liu Dan-hua, *et al.*. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070–1081.
- [4] Ji Shi-hao, Xue Ya, and Carin L. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346–2356.
- [5] Mallat S and Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397–3415.
- [6] Tropp J and Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.
- [7] Donoho D L, Tsaig Y, Drori I, and Starck J L. Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit. (Preprint, 2007) <http://www.dsp.ece.rice.edu/cs>.
- [8] Blumensath T and Davies M E. Gradient pursuits[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2370–2382.
- [9] Blumensath T and Davies M E. Stagewise weak gradient pursuits. Part I Fundamentals and numerical studies. (Preprint, 2008) <http://www.dsp.ece.rice.edu/cs>.
- [10] Blumensath T and Davies M E. Stagewise weak gradient pursuits. Part II Theoretical properties. (Preprint, 2008) <http://www.dsp.ece.rice.edu/cs>.
- [11] Needell D and Vershynin R. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[OL]. 2007, <http://www.math.ucdavis.edu/~vershynin/papers/ROMP.pdf>.
- 甘 伟: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为信号检测与信息处理、压缩感知及其应用.
- 许录平: 男, 1961年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为微弱信号检测、雷达探测制导和先进导航技术研究.