

## 对强化 MD 结构杂凑函数的一个新的“牧群”攻击

陈士伟 金晨辉

(信息工程大学电子技术学院 郑州 450004)

**摘要:** 该文构造了具有  $2^k$  个起始点的变长“钻石树”结构的多碰撞, 并据此提出了对强化 MD 结构杂凑函数的一个新的选择目标强制前缀且原像长度为  $2k+3$  块的原像攻击(即“牧群”攻击)。由于增大了攻击过程中可利用的中间链接值的数量, 故当  $k \geq n/4 - 1.05$  时, 新的牧群攻击可将该攻击的计算复杂性由现有结果  $O(2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2})$  降至  $O(2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2})$ 。

**关键词:** 密码学; 杂凑函数; 强化 MD 结构; 原像攻击; 牧群攻击; 多碰撞

**中图分类号:** TN918.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2010)08-1953-03

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2009.01313

## A New Herding Attack on Hash Functions with Strengthening Merkle-Damagard (MD) Construction

Chen Shi-wei Jin Chen-hui

(Institute of Electronic Technology, University of Information Engineering, Zhengzhou 450004, China)

**Abstract:** This paper constructs a “diamond structure” multicollision with  $2^k$  initial values and variant lengths, which is used to propose a new chosen target forced prefix preimage attack (herding attack) on hash functions with Strengthening Merkle-Damagard (SMD) construction to find a preimage with  $2k+3$  blocks. Since the number of the chaining values available in herding attack is increased, the computational complexity of herding attack is reduced to  $O(2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2})$  from  $O(2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2})$  for  $k \geq n/4 - 1.05$ .

**Key words:** Cryptography; Hash functions; SMD construction; Preimage attack; Herding attack; Multicollision

### 1 引言

杂凑算法被广泛应用于数字签名、数据完整性等领域, 许多杂凑算法如国际标准 MD5, SHA-0, SHA-1 等都具有相同的迭代结构, 即 MD 结构。碰撞攻击是对杂凑函数的基本攻击方法。2004 年的欧洲密码年会上, 王小云等人<sup>[1]</sup>提出了 MD5 等一系列 MD 结构杂凑算法的碰撞对。2005 年, 王小云等<sup>[2]</sup>首次公布了针对 MD5 等杂凑函数的碰撞攻击算法。随后, 许多密码研究者<sup>[3-6]</sup>针对王小云等的碰撞攻击算法又进行了详细系统的分析。与此同时, 压缩函数随机条件下的 MD 结构杂凑函数的分析也成为杂凑函数的一个研究热点。2004 年, Joux<sup>[7]</sup>提出了寻找 MD 结构杂凑函数的  $k$ -碰撞的方法, 该方法可找到能产生相同杂凑值的  $k$  个长度相同的消息, 其计算复杂性为  $2^{n/2}k$  ( $n$  是杂凑值的比特数, 下同)。2005 年, Kelsey 和 Schneier<sup>[8]</sup>提出了寻找  $(a,b)$ -可扩展消息的方法, 它本质上类似于  $(b-a+1)$ -碰撞, 只

是找出消息的长度可以遍历  $a$  与  $b$  之间的所有值。2006 年, Kelsey 和 Kohno<sup>[9]</sup>指出杂凑函数应能抵抗选择目标强制前缀的原像攻击, 即“牧群”攻击, 它是指对于杂凑函数  $H$  和选择的杂凑值  $h$ , 对任给的消息前缀  $M_{\text{pre}}$ , 都能找到一个以  $M_{\text{pre}}$  为前缀且使  $H(M) = h$  的消息  $M$ 。Kelsey 和 Kohno<sup>[9]</sup>指出 MD 结构杂凑函数不能抵抗“牧群”攻击, 并给出了具体的攻击方法。其攻击思路是先构造一个具有  $2^k$  个起始点的深度为  $k$  的“钻石树”结构的  $2^k$ -碰撞, 且它们产生的杂凑值都为  $H_0$ , 并将  $H_0$  的值公开; 然后对任给定的  $M_{\text{pre}}$ , 选取有一定意义的消息块  $B$ , 使得以  $M_{\text{pre}}$  为前缀的消息块  $M_{\text{pre}}||B$  的杂凑值与已构造出的“钻石树”结构的  $2^k$ -碰撞的  $2^k$  个起始值中的一个相等, 最后再将该起始点对应的消息添加至  $M_{\text{pre}}||B$  的后面, 从而产生杂凑值  $H_0$  的以  $M_{\text{pre}}$  为前缀的原像。

针对 MD 结构杂凑函数的“牧群”攻击是一种选择目标强制前缀的原像攻击, 但并不限定原像的长度。然而, 在实际的应用中, 有时还需限定原像的长度。本文将考察这类将原像长度限制为指定长度的“牧群”攻击问题, 并考虑此时如何降低攻击

2009-10-09 收到, 2010-02-09 改回

河南省杰出青年科学基金(0312001800)资助课题

通信作者: 陈士伟 chenshiwei1012@sohu.com

算法的复杂性问题。本文将构造出具有  $2^k$  个起始点且长度可变的“钻石树”结构的多碰撞，并基于此结构提出对强化 MD 结构杂凑函数的一个新的“牧群”攻击，即找到给定杂凑值的长度为  $2k+3$  块的一个原像。当  $k \geq n/4 - 1.05$  时，对强化 MD 结构的新的“牧群”攻击的计算复杂性为  $O(2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2})$ ，低于文献[9]的攻击算法在原像长度为  $2k+3$  块时的计算复杂性  $O(2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2})$ 。

## 2 MD 结构和强化 MD 结构杂凑函数的描述

设  $f: \{0,1\}^{n+m} \rightarrow \{0,1\}^n$  为压缩函数，输入消息为  $M$ 。如果消息  $M$  的长度  $|M|$  不是  $m$  的整数倍，则在其后添加 1 个 1 及若干个 0，从而使填充后的消息  $M^{\text{pad}}$  的长度为  $m$  的整数倍。设  $M^{\text{pad}}$  可被划分为  $l$  个  $m$ -bit 的消息块  $m_1, m_2, \dots, m_l$ ，则 MD 结构杂凑函数的描述如下：

$$\text{MD}^f(IV, M^{\text{pad}}) = f(f(\dots f(f(IV, m_1), m_2), \dots, m_{l-1}), m_l)$$

然而，MD 结构杂凑函数不能抵抗碰撞攻击，故需在消息  $M$  的后面添加 1 个 1 及若干个 0 使其长度为  $m$  的整数倍少于  $L$ -bit，然后加上原消息长度的  $L$  位的二进制表示，即 MD 强化。例如对于 MD5 算法， $L$  为 64。设利用该方法填充过的消息  $M^{\text{pad}_L}$  可被划分为  $l$  个  $m$ -bit 的消息块  $m_1, m_2, \dots, m_l$ ，则强化 MD 结构杂凑函数的描述如下：

$$\begin{aligned} \text{SMD}^f(IV, M^{\text{pad}_L}) \\ = f(f(\dots f(f(IV, m_1), m_2), \dots, m_{l-1}), m_l) \end{aligned}$$

下面将提出对强化 MD 结构杂凑函数的新的“牧群”攻击，即对于给定的杂凑算法  $H$ ，杂凑值  $h$  以及消息前缀  $M_{\text{pre}}$ ，找到以  $M_{\text{pre}}$  为前缀的长度为  $2k+3$  块的消息  $M$ ，使得消息  $M$  的杂凑值为  $h$ 。

## 3 强化 MD 结构杂凑函数的“牧群”攻击

Kelsey 和 Kohno<sup>[9]</sup>构造了具有  $2^k$  个起始点且深度为  $k$  的“钻石树”结构的多碰撞，并利用该多碰撞提出了对 MD 结构及强化 MD 结构杂凑函数的“牧群”攻击。由于强化 MD 结构杂凑函数的输入消息的尾部添加了原消息长度的二进制表示，因此“牧群”攻击找到的选择目标强制前缀的原像的长度应该与指定的长度相同。在利用文献[9]构造出的等长“钻石树”结构的多碰撞进行“牧群”攻击时，若要利用除起始点之外的中间链接值，则作者提出可在“钻石树”结构的尾部添加一个  $(1, k)$ -可扩展的消息，以保证构造出的原像具有指定的长度  $k+2$  块，且其算法的计算复杂性为  $O(2^{n-k-1} + 2^{n/2+k/2+2})$ 。下面将提出一种构造具有  $2^k$  个起始点且长度可变的“钻石树”结构的多碰撞的方法，使得在利用除起始点之外的中间链接值进行“牧群”攻击时，能保证找

到的原像具有指定的长度  $2k+3$  块。

### 3.1 MD 结构的变长“钻石树”结构的多碰撞构造

以下约定  $|B|$  是消息  $B$  包含的  $m$ -bit 块的数量。构造具有  $2^k$  个起始点的“钻石树”结构的多碰撞的具体算法 1 描述如下：

步骤 1 构造出  $2^k$  个不同的起始点：随机选择一个初始值  $IV$  和  $2^k$  个消息块，并分别计算出其杂凑值

$$H_i^{(0)} = f(IV, M_i), \quad i = 0, 1, \dots, 2^k - 1 \quad (1)$$

步骤 2 对  $j$  从 0 到  $k-1$ ，执行：

(a) 对任意  $H_i^{(j)} (i = 0, 1, \dots, 2^{k-j} - 1)$ ，利用碰撞攻击方法，找出两个不同的消息  $B_{1,i}^{(j)}$  和  $B_{2,i}^{(j)}$ ，使得

$$\text{MD}^f(H_i^{(j)}, B_{1,i}^{(j)}) = \text{MD}^f(H_i^{(j)}, B_{2,i}^{(j)}) = HH_i^{(j)} \quad (2)$$

其中  $|B_{1,i}^{(0)}| = 1$ ， $|B_{2,i}^{(0)}| = 2$ ，且对于  $t = 1, \dots, k-1$ ，有  $|B_{1,i}^{(t)}| = 1$  和  $|B_{2,i}^{(t)}| = 2t + 1$ ；

(b) 对每个  $HH_i^{(j)} (i = 0, 1, \dots, 2^{k-j} - 1)$ ，随机选择  $2^{n/2-(k-j)/2+1/2}$  个单消息块，记其全体构成集合  $\Omega_j$ 。利用碰撞攻击方法，找出集合  $\{0, 1, \dots, 2^{k-j} - 1\}$  的不交二元子集  $A_i = \{k_i, l_i\} (i = 0, 1, \dots, 2^{k-j-1} - 1)$ ，且对  $0 \leq i < 2^{k-j-1}$ ，均找出  $M_{k_i}^{(j)} \in \Omega_{k_i}, M_{l_i}^{(j)} \in \Omega_{l_i}$ ，使得  $H_i^{(j+1)} = f(HH_{k_i}^{(j)}, M_{k_i}^{(j)}) = f(HH_{l_i}^{(j)}, M_{l_i}^{(j)})$ 。不妨假设  $k_i = 2i, l_i = 2i + 1$ 。

步骤 3 对  $0 \leq j \leq k-1, 0 \leq i < 2^{k-j}$ ，选择  $B_{1,i}^{(j)}$  或  $B_{2,i}^{(j)}$ ，从而产生一个具有  $2^k$  个起始点  $H_0^{(0)}, \dots, H_{2^k-1}^{(0)}$  和  $2^{k+1}-2$  个可用中间链接值  $HH_i^{(j)} : 0 \leq i < 2^{k-j}, 0 \leq j \leq k-1$  的多碰撞“钻石树”结构。

由碰撞攻击理论易证，算法 1 的步骤 1 的计算量为  $2^k$  次  $f$  的计算；步骤(a)和步骤(b)的计算量分别近似为  $2^{n/2+k-j+1}$  和  $2^{n/2+(k-j)/2+1/2}$  次  $f$  的计算，故步骤 2 的计算量近似为  $\sum_{j=0}^{k-1} [2^{n/2+k-j+1} + 2^{n/2+(k-j)/2+1/2}]$

次  $f$  的计算，因而算法 1 的计算复杂性为  $O(2^{n/2+k+2} + 2^{n/2+k/2+3/2})$  次  $f$  的计算。

注 在步骤 2(a)中，利用碰撞攻击的方法可以找到两个不同的消息  $B_{1,i}^{(j)}$  和  $B_{2,i}^{(j)}$  产生相同的杂凑值，本文按生日攻击所需的计算量分析了该步的计算量。事实上，碰撞攻击的方法有许多种，例如王小云等<sup>[2]</sup>提出的碰撞攻击方法所需的计算量远远小于生日攻击的计算量。因而在实际的攻击中，构造出“钻石树”结构的多碰撞的计算量可以小于  $O(2^{n/2+k+2} + 2^{n/2+k/2+3/2})$ 。

### 3.2 强化 MD 结构杂凑函数的新的“牧群”攻击

利用前面构造出的长度可变的“钻石树”结构的多碰撞，可以构造出对强化 MD 结构杂凑函数的一个新的“牧群”攻击，即对于给定的消息前缀  $M_{\text{pre}}$ ，杂凑值  $h = f(H_0^{(k)}, w)$  (这里的  $w$  表示 1 个 1， $m-L-1$

个 0 和  $(2k+3)m$  的  $L$ -bit 的二进制联接而成的  $m$ -bit 单消息块)及消息长度  $2k+3$  块, 可选择具有一定意义的消息  $B$ , 使得以  $M_{\text{pre}}$  为前缀的消息  $M_{\text{pre}}\|B$  的杂凑值  $\text{MD}^f(M_{\text{pre}}\|B)$  与“钻石树”结构的多碰撞中的某起始点  $H_i^{(0)}$  或某中间链接值  $HH_i^{(j)}$  相同, 从而将  $M_{\text{pre}}\|B$  与“钻石树”中  $H_i^{(0)}$  或  $HH_i^{(j)}$  的一条后续路径相接。由于本文构造出的“钻石树”结构是变长的, 故可依据相接点的位置选择适合长度的消息添加到  $M_{\text{pre}}\|B$  的尾部, 以保证添加后的消息具有指定的长度, 最后再在最后添加消息长度的二进制表示, 从而产生以  $M_{\text{pre}}$  为前缀且杂凑值为  $h$  的一个消息。

具体的攻击算法 2 描述如下:

步骤 1 根据算法 1 构造具有  $2^k$  个起始点的变长“钻石树”结构的多碰撞;

步骤 2 选择有一定意义的单消息块  $B$  并计算出  $S = \text{MD}^f(M_{\text{pre}}\|B)$ 。

若  $S \notin \{H_i^{(0)}, HH_i^{(j)} : 0 \leq i < 2^{k-j}, 0 \leq j < k-1\}$ , 则返回执行步骤 2。否则, 定义  $i_0 = i$ , 且对  $t = 1, 2, \dots, k-1$ , 定义  $i_t = \lfloor i_{t-1}/2 \rfloor$ , 并执行:

(1)若  $S = HH_i^{(j)}$ , 则在  $M_{\text{pre}}\|S$  的尾部依次添加  $M_{i_0}^{(j)}\|B_{2,i_1}^{(j+1)}\|M_{i_1}^{(j+1)}$  及  $B_{1,i_2}^{(j+2)}\|M_{i_2}^{(j+2)}, \dots, B_{1,i_{k-j-1}}^{(k-1)}\|M_{i_{k-j-1}}^{(k-1)}$  共  $[2(j+1)+1]+2[(k-1)-(j+1)+1]=2k+1$  个消息块后, 得到块数为  $(2k+3)$  的消息  $M$ 。

(2)若  $S = H_i^{(0)}$ , 则在  $M_{\text{pre}}\|S$  的尾部依次添加  $B_{2,i_0}^{(0)}\|M_{i_0}^{(0)}, B_{1,i_1}^{(1)}\|M_{i_1}^{(1)}, \dots, B_{1,i_{k-1}}^{(k-1)}\|M_{i_{k-1}}^{(k-1)}$  共  $2k+1$  个消息块后, 得到块数为  $(2k+3)$  的消息  $M$ 。

步骤 3 计算知  $H_0^{(k)} = \text{MD}^f(M)$ , 故在消息尾部添加 1 个 1,  $m-L-1$  个 0 以及  $(2k+3)m$  的  $L$ -bit 的二进制表示, 则可产生给定的杂凑值  $h$ 。

由 3.1 节知算法 2 的步骤 1 的计算复杂性为  $O(2^{n/2+k+2} + 2^{n/2+k/2+3/2}) = O(2^{n/2+k+2})$ 。由于步骤 2 利用的起点  $H_i^{(0)}$  和中间链接值  $HH_i^{(j)}$  的总个数为  $2^{k+1} + 2^k - 2 \approx 3 \times 2^k$ , 故由碰撞攻击理论知, 步骤 2 平均需要选择  $2^{n-k}/3$  个单消息块。因此, 针对长度为  $2k+3$  块的原像, 新的“牧群”攻击的计算量约为  $O(2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2})$ 。而利用文献[9]的算法找到长度为  $2k+3$  块的原像的计算复杂性约为  $O(2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2})$ 。又因当  $k \geq n/4 - 1.05$  时,  $2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2} \leq 2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2}$ , 故此时代本文提出的新的“牧群”攻击低于文献[9]提出的“牧群”攻击的计算复杂性。

## 4 结束语

本文构造了具有  $2^k$  个起始点且长度可变的“钻石树”结构的多碰撞, 并据此提出了对强化 MD 结构杂凑函数的新的“牧群”攻击, 该攻击方法找到了给定杂凑值的长度为  $2k+3(k \geq n/4 - 1.05)$  块且前缀固定的原像, 并将现有“牧群”攻击的计算复杂性由  $O(2^{n-2(k+1)} + 2^{n/2+k+5/2})$  降至  $O(2^{n-k}/3 + 2^{n/2+k+2})$ 。基于变长“钻石树”结构设计“牧群”攻击的思想能否用于对杂凑函数的其它结构的分析, 是值得进一步研究的问题。

## 参考文献

- [1] Wang X Y, Feng D G, and Lai X J, *et al.* Collisions for hash functions MD4, MD5, HAVAL-128 and RIPEMD[EB/OL]. Cryptology ePrint Archive, Report 2004/199, 2004.
- [2] Wang X Y and Yu H B. How to break MD5 and other hash functions [C]. Eurocrypt' 05, Berlin, 2005, LNCS 3494: 19-35.
- [3] Yu S, Yusuke N, and Jun Y, *et al.* How to construct sufficient condition in searching collisions of MD5 [EB/OL]. Cryptology ePrint Archive, Report 2006/074, 2006.
- [4] Xie T, Feng D G, and Liu F B. A new collision differential for MD5 with its full differential path[EB/OL]. Cryptology ePrint Archive, Report 2008/230, 2008.
- [5] Chen S W and Jin C H. An improved collision attack on MD5 algorithm[C]. Third SKLOIS Conference, Inscrypt 2007, Xining, China, August 31- September 5, 2007, Lecture Notes in Computer Science, 2007, Vol. 4990: 343-357.
- [6] 陈士伟, 金晨辉. MD5 碰撞攻击的多重消息修改技术研究. 通信学报, 2009, 30(8): 89-95.  
Chen S W and Jin C H. Research on the multi-message modification techniques on MD5[J]. *Journal on Communications*, 2009, 30(8): 89-95.
- [7] Joux A. Multicollisions in Iterated hash functions[C]. CRYPTO 2004, Berlin: Springer-Verlag, 2004. LNCS: 3152, 306-316.
- [8] Kelsey J and Schneier B. Second preimages on n-bit hash functions for much less than  $2^n$  work[C]. Eurocrypt 2005, Berlin: Springer-Verlag, 2005, LNCS 3494: 19-35.
- [9] Kelsey J and Kohno T. Herding hash functions and the Nostradamus attack[C]. Eurocrypt 2006, Berlin: Springer-Verlag, 2006, LNCS 4004: 183-200.

陈士伟: 女, 1983 年生, 博士生, 研究方向为密码学。

金晨辉: 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为密码学与信息安全。