

基于 SCCC 结构非相干 MAP 译码的简化算法

曹敏^{①②} 尹虹^③ 王国栋^④ 李际平^②

^①(西安通信学院 西安 710106)

^②(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

^③(解放军 95035 部队 广州 510410)

^④(广州军区综合训练基地 75660 部队 桂林 541002)

摘要: 差分编码和序列译码相结合是实现高性能非相干解调的主要方式。对采用差分编码的 SCCC 结构进行非相干译码,其性能近乎于相干解调,但在估计信道转移概率时引入了修正的零阶贝塞尔函数,因此译码复杂度过高,不利于工程实现。针对该问题,该文提出了两种基于 SCCC 结构的非相干 MAP 译码的简化算法。该算法利用对贝塞尔函数的近似式,简化了内码译码 log-MAP 算法中分支度量的计算。理论分析和仿真结果表明,简化后的算法在保证译码性能的前提下,显著地减小了译码复杂度。

关键词: 差分编码; 串行级联卷积码(SCCC); MAP 算法; 非相干解调

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2526-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01156

Simplified Noncoherent MAP Decoding Algorithm Based on SCCC Structure

Cao Min^{①②} Yin Hong^③ Wang Guo-dong^④ Li Ji-ping^②

^①(Xi'an Communication Institute, Xi'an 710106, China)

^②(Institute of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

^③(95035 Troops of PLA, Guangzhou 510410, China)

^④(Comprehensive Training Base 75660 Troops of Guangzhou Military Command, Guilin 541002, China)

Abstract: Differential encoding used in conjunction with sequence decoding is a primary method to implement high performance noncoherent demodulation. Though noncoherent decoding based on SCCC with differential encoding is almost similar to coherent demodulation in performance, its high decoding complexity makes its engineering application difficult because of the introduction of modified zero-order Bessel function to estimate the channel transition probability. To solve this problem, two simplified noncoherent MAP decoding algorithms based on SCCC structure are proposed in this paper. These algorithms use an approximate formula of zero-order Bessel function to simplify the branch metrics in log-MAP algorithm of inner decoder. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed algorithms can largely reduce the decoding computational complexity and have good performance.

Key words: Differential encoding; Serially Concatenated Convolutional Code (SCCC); MAP algorithm; Noncoherent demodulation

1 引言

目前,对于串行级联卷积码(SCCC)编译码结构系统的研究普遍基于相干解调,而相干解调要求在接收端恢复出与发端同频同相的载波,这给存在交织器尤其是长交织的系统设计带来了困难,甚至使

其无法实现。这主要因为:(1)尽管 SCCC 结构在低信噪比下可实现优异的译码性能,并且文献[1]给出了减小错误平层、提高误码性能的方法,但由于载波同步偏差对系统解调性能恶化显著,因此系统往往仍需要较高的信噪比;(2)由于系统采用了交织和迭代译码,所以译码必须整块进行,导致载波同步难以采用具有较好相位跟踪能力的判决反馈结构,因此存在相位抖动时,系统的性能完全无法保证。文献[2]提出了一种基于相位估计的迭代译码算法,

2009-09-01 收到, 2010-05-27 改回

国家 863 计划项目(2009AA01Z235)和国家自然科学基金(60972060)

资助课题

通信作者: 曹敏 shrana@126.com

但是同样无法解决频率偏移的问题。因此,对于 SCCC 结构的非相干解调算法的研究具有重要意义。

差分编码是实现非相干解调的常用方法。然而与相干解调的 PSK 系统相比,采用差分结构系统的误码性能明显下降。多符号差分检测 (Multi-Symbol Differential Detection, MSDD) 能够减小这种性能损失^[3]。为了进一步提高系统性能,许多学者研究了卷积编码、交织器和差分编码串行级联的纠错编码结构^[4-6]。由于差分编码可以看作是递归卷积码的一种,因此这种码属于 SCCC。当 SCCC 与非相干解调结合时,采用多符号差分的思想,内码译码器必须同时完成信道估计和最大似然译码。文献[7]提出了一种 SCCC 编码的 M-PSK 的非相干接收机,通过扩展虚拟格状图实现了多符号差分非相干译码,最终获得与相干解调较为接近的性能。由于在推导信道转移概率时引入了零阶贝塞尔函数,因此在实际实现中会带来较大的复杂度。针对此问题,本文提出了两种简化的内码译码算法,简化了复杂的信道转移概率的求解问题。从仿真结果和分析可知,简化算法在大大降低系统复杂度的同时,能够实现较好的译码性能,因此具有工程实践意义。

2 系统模型

采用内码为差分码的 SCCC 结构,如图 1 所示。

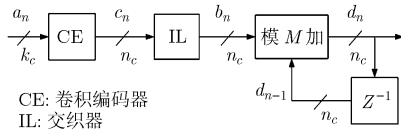


图 1 SCCC 结构图

信息经卷积编码器后输出码字为 c_1^N , 这里, x_m^m 表示序列 x_n, x_{n+1}, \dots, x_m 。采用随机交织器, 交织后符号 $b_n = c_{IL[n]}$, 其中 $IL[\cdot]$ 为交织映射函数。数据符号 b_n 经过模 M 加法器和比特延迟单元实现差分编码。最后, 经过 M-PSK 调制后的传输符号为 $v_n = \sqrt{\epsilon_s} \exp\{j(2\pi/M)d_n\}$, 其中 $n \in \{0, 1, \dots, N\}$, ϵ_s 为符号能量。非相干解调中, 考虑到未知载波相位误差 ϕ_c , 则第 n 个接收采样值为

$$r_n = v_n \exp\{j\phi_c\} + w_n \quad (1)$$

其中, 噪声采样 w_n 是零均值, 方差 σ^2 的高斯随机变量采样值, N_0 为单边带噪声功率谱密度。

图 2 给出了 SCCC 结构的迭代译码结构, 译码过程参见文献[7]。

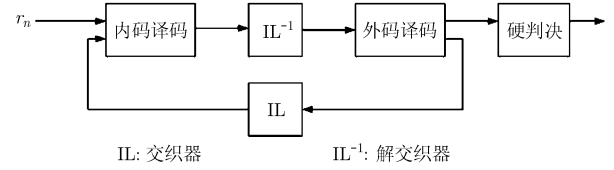


图 2 迭代译码结构

3 非相干 MAP 算法

3.1 基于 MSDD 的 MAP 译码

内码译码器通过多符号差分实现非相干解调, 核心思想是通过前几个符号对当前符号进行信道估值, 从而准确地计算出当前符号的信道转移概率, 其作用是计算送入差分编码器的数据符号的后验概率, 并补偿载波相位误差。基于 MSDD 的 MAP 译码算法首先需要计算条件概率密度函数 $p(r_n | b_1^N, r_0^{n-1})$, 以此值作为 MAP 算法中路径的分支度量。文献[7]给出了高斯噪声条件下该值的计算公式:

$$p(r_0^n | b_1^N) = K_n I_0 \left(\frac{2\sqrt{\epsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=0}^n r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\} \right| \right) \quad (2)$$

其中 $K_n \triangleq (1/\pi N_0)^{n+1} \exp\left\{-(1/N_0) \sum_{m=0}^n |r_m|^2 + \epsilon_s\right\}$, $|v_m|^2 = \epsilon_s$, $I_0(\cdot)$ 是修正的零阶贝塞尔函数。利用贝叶斯公式有

$$\begin{aligned} p(r_n | b_1^N, r_0^{n-1}) &= \frac{p(r_0^n | b_1^N)}{p(r_0^{n-1} | b_1^N)} = \frac{p(r_0^n | b_1^N)}{p(r_0^{n-1} | b_1^{N-1}, b_N)} \\ &= \frac{p(r_0^n | b_1^N)}{p(r_0^{n-1} | b_1^{N-1})} \\ &= K_n' \frac{I_0 \left(\frac{2\sqrt{\epsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=0}^n r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\} \right| \right)}{I_0 \left(\frac{2\sqrt{\epsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=0}^{n-1} r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\} \right| \right)} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $K_n' = K_n / K_{n-1}$ 。

为了减小译码时的计算量, 通常采用截断, 即把前样值个数减小到一个较小的值 Z 。于是, 用 $p(r_n | b_{n-Z+1}^n, r_{n-Z}^{n-1})$ 代替 $p(r_n | b_1^n, r_0^{n-1})$, 估计时只需要计算 b_{n-Z+1}^{n-1} 的 M^{Z-1} 种可能的值。

传统的 MAP 算法实现 MSDD 需要进行虚拟格状图扩展。以 $Z=4$ 为例, 在接收端需要将原始的采样序列 $r_0^N = r_0, r_1, r_2, \dots, r_N$ 通过重叠扩展的方式变形为 $r_0^{4N} = r_0 r_1 r_2 r_3, r_1 r_2 r_3 r_4, r_2 r_3 r_4 r_5, \dots, r_{N-3} r_{N-2} r_{N-1} r_N$, 那么, 其对应的发送序列也相应地扩展为 $d_0^{4N} = d_0 d_1 d_2 d_3, d_1 d_2 d_3 d_4, d_2 d_3 d_4 d_5, \dots, d_{N-3} d_{N-2} d_{N-1} d_N$ 。因此对于 d_0^{4N} , 可将发送端的差分编码等效为如图 3 所示

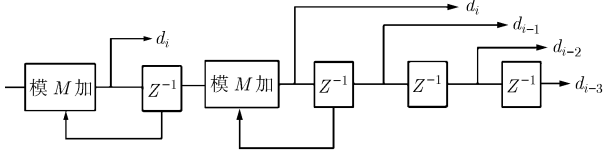


图3 差分编码结构及其等效递归卷积编码结构

的递归编码结构。

对于等效的卷积编码模型, 编码器在 n 时刻的状态为 $s_n = \underline{b}_{n-Z+1}^{n-1}$ 。对于 M^{Z-1} 个状态, 根据 b_n 的 M 个不同的取值, 在一个格状单元中有 M^Z 个分支。

由式(3)计算出分支度量值:

$$\begin{aligned} \mu(\tilde{b}_{n-Z+1}^n) &= p(r_n | \underline{b}_{n-Z+1}^n = \tilde{b}_{n-Z+1}^n, \underline{r}_{n-Z}^{n-1}) \\ &= \frac{p(\underline{r}_{n-Z}^n | \tilde{b}_{n-Z+1}^n)}{p(\underline{r}_{n-Z}^{n-1} | \tilde{b}_{n-Z+1}^n)} \\ &= K'_n \frac{I_0\left(\frac{2\sqrt{\varepsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=n-Z}^n r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\}\right|\right)}{I_0\left(\frac{2\sqrt{\varepsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=n-Z}^{n-1} r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\}\right|\right)} \\ &= K'_n \frac{I_0(\hat{x}_{n-Z}^n)}{I_0(\hat{x}_{n-Z}^{n-1})} \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\hat{x}_{n-Z}^n = \frac{2\sqrt{\varepsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=n-Z}^n r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\}\right|$$

$$\hat{x}_{n-Z}^{n-1} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_s}}{N_0} \left| \sum_{m=n-Z}^{n-1} r_m \exp\left\{-j\frac{2\pi}{M}d_m\right\}\right|$$

利用这种虚拟的编码结构和分支度量公式, 很容易采用 MAP 算法计算, 这里不再赘述。

3.2 简化的 MAP 算法

注意到式(4)中, 零阶贝塞尔函数的引入增加了 MAP 算法的复杂度, 在实际应用中往往不可取。由文献[8]可知, 当宗量 $x \gg 1/4$ 时, 零阶贝塞尔函数可近似为

$$I_0(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^x \quad (5)$$

因此, 当 $x_1 \gg 1/4$ 且 $x_2 \gg 1/4$ 时, 利用式(5)有

$$\ln \frac{I_0(x_1)}{I_0(x_2)} \approx (x_1 - x_2) + \frac{1}{2} \ln \frac{x_2}{x_1} \quad (6)$$

而当 x_1, x_2 相对较大且 $x_1 \approx x_2$ 时, 可进一步简化为

$$\ln \frac{I_0(x_1)}{I_0(x_2)} \approx (x_1 - x_2) \quad (7)$$

本文通过分析简化公式成立条件的统计概率和求解差值平面的方式来分析式(6)和式(7)两种近似方法的准确度, 令

$$z_1 = \ln \frac{I_0(x_1)}{I_0(x_2)} - \left((x_1 - x_2) + \frac{1}{2} \ln \frac{x_2}{x_1} \right) \quad (8)$$

$$z_2 = \ln \frac{I_0(x_1)}{I_0(x_2)} - (x_1 - x_2) \quad (9)$$

图4为 $z_1 \sim (x_1, x_2)$, $z_2 \sim (x_1, x_2)$ 的3维平面图。由图可知除 x_1, x_2 接近为0值时, z_1 几乎处于零平面, 说明该简化的近似程度较好。而 z_2 在 x_1, x_2 较大时逐渐趋于零平面, 而在 x_1, x_2 较小时与零平面还存在一定差距, 但由于只有减法运算, 无疑对运算量的减小是显著的。

针对简化公式成立的条件: $\hat{x}_{n-Z}^n \gg 1/4$ ($\hat{x}_{n-Z}^{n-1} \gg 1/4$), 图5给出了信噪比 E_b/N_0 分别为 0 dB 和 4 dB, 扩展长度分别为 $Z=4$ 和 2 时, \hat{x}_{n-Z}^n 和 \hat{x}_{n-Z}^{n-1} 累积分布函数的仿真曲线。仿真结果表明, 当 $E_b/N_0=0$ dB 时, \hat{x}_{n-Z}^n 和 \hat{x}_{n-Z}^{n-1} 取值小于 1/4 的概率低于 0.03; 当 $E_b/N_0=4$ dB 时, 其取值小于 1/4 的概率均低于 0.005。因此这种简化方法所引起的误差就很小。

在 log-MAP 算法中, 需将式(4)取对数, 依据式(6)可将 log-MAP 算法中的分支度量化简为

$$\ln(\mu(\tilde{b}_{n-Z+1}^n)) = \hat{x}_{n-Z}^n - \hat{x}_{n-Z}^{n-1} + \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{x}_{n-Z}^{n-1}}{\hat{x}_{n-Z}^n} \quad (10)$$

由于当 Z 取较大值时, $\hat{x}_{n-Z}^{n-1} \approx \hat{x}_{n-Z}^n$, 因此进而可将上式简化为

$$\ln(\mu(\tilde{b}_{n-Z+1}^n)) = \hat{x}_{n-Z}^n - \hat{x}_{n-Z}^{n-1} \quad (11)$$

式(10), 式(11)分别代表了两种简化思路, 从后面的仿真结果可知, 两种简化算法的译码性能几乎接近原算法。

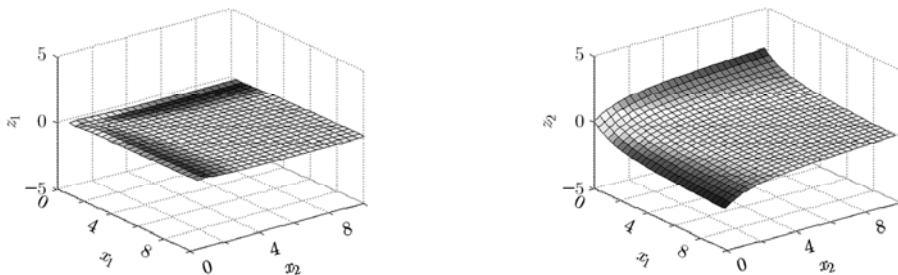


图4 两种近似公式与真值的差值平面

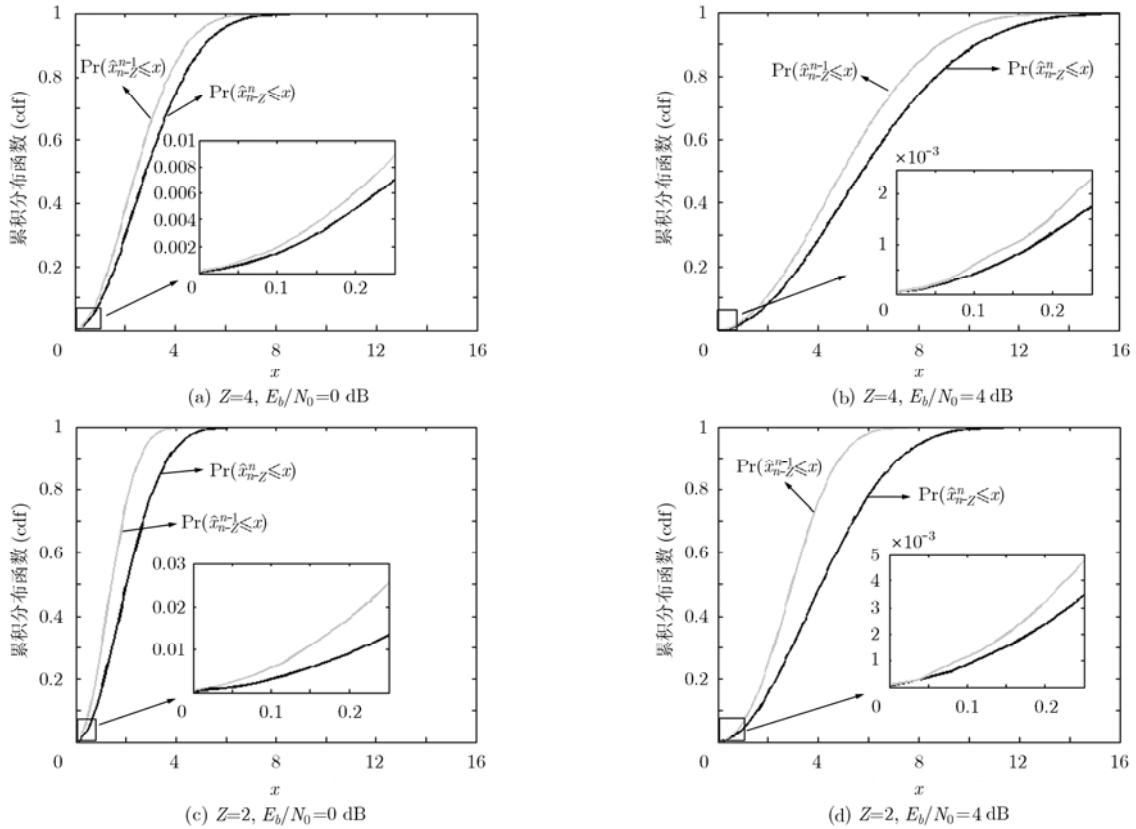


图 5 \hat{x}_{n-Z}^n 和 \hat{x}_{n-Z}^{n-1} 的概率密度函数和累积分布函数

4 仿真结果

以 QPSK 为例, 即 $M=4$, 对传统的 SCCC 编码的 MAP 非相干译码算法和文中的两种简化算法进行了仿真对比。文献中[7]采用零阶贝塞尔函数直接求解分支度量, 在本文仿真中命名为 Bessel 算法, 而式(10), 式(11)分别对应简化算法 1 和简化算法 2。图 6 给出了观察长度 $Z=4$ 和 $Z=2$ 时各个算法的性能比较。其它仿真参数如下: SCCC 中外码采用 4 状态, 码率为 $1/2$, 生成矩阵为 $(7,5)_8$ 的卷积码, 则 $k_c=1, n_c=2, L=3$ 。每组数据长度 $N=512$, SCCC 结构中采用 32×32 随机交织器, 译码迭代次数为 8。由仿真结果可知, 当 $Z=4$ 时, 3 种算法与相干解调性能已无太大差距, 约为 0.5 dB, 且 3 种算法的性能曲线几乎重合, 这说明两种简化算法, 不仅显著减小了运算量, 同时还保证了译码性能。当 $Z=2$ 时, 3 种算法性能开始退化, 而且 3 种算法的性能也出现了细微的差距, 这说明 Z 较小时, 简化后的分支度量运算与原算法存在一定的误差。

另外, 为了分析非相干接收机对于载波相位误差在一定范围内抖动的敏感程度, 针对简化算法 2, 本文分别对存在载波频偏和载波相位随机抖动两种方式进行了仿真。图 7 给出了不同载波频偏下简化

算法 2 的译码性能, 以符号速率对固有频差进行归一化, 相对载波频偏表示为 $f_d T$, f_d 为载波频偏, T 为符号周期。可以看出, 当相对频偏逐渐增加时, 性能逐渐退化。由此可知, 在非相干解调时, 由于系统没有锁相环跟踪频偏, 因此必须保证收发端的频差在允许的范围内, 同时还需要考虑多普勒频偏的影响。

图 8 给出了载波相位幅度随机抖动时简化算法 2 的性能曲线。相位抖动是通过方差为 σ_c^2 的高斯随机过程来实现的。由图可知, 随着相位抖动方差的增大, 性能同样是逐渐恶化, 因此在系统设计时, 需要考虑收发双方晶振稳定度 (oscillator instabilities and fluctuations) 的影响, 以保证相位抖动在允许的范围内。

5 结论

针对传统的 SCCC 编码系统非相干 MAP 算法运算复杂度较高的问题, 本文提出了两种简化算法, 并分析了简化的合理性。最后对两种算法和传统算法的性能进行了仿真。由仿真结果可知, 简化算法与传统算法的性能几乎重合, 但是系统的译码复杂度却大大降低, 因此非常具有工程实践意义。

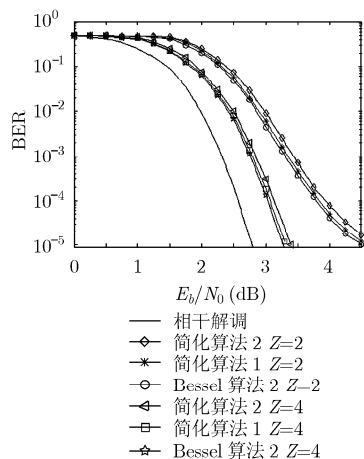


图6 不同观察长度下各算法性能的比较

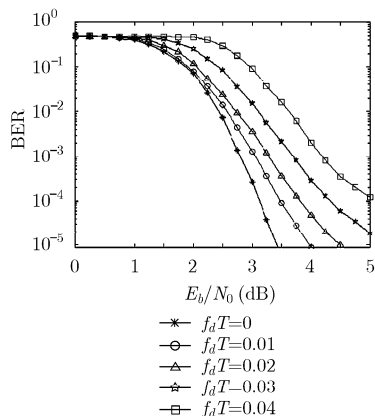


图7 不同载波频偏下的性能

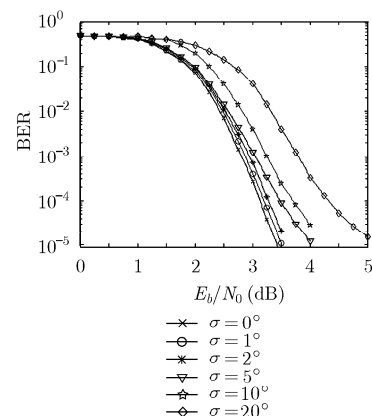


图8 不同相位抖动幅度下的性能

参考文献

- [1] Xue Rui and Zhao Dan-feng, *et al.*. An improved method for the convergence of iterative detection in SCCC system[C]. WICOM'08.4th International Conference, Dalian, 2008: 1-5.
- [2] Dong Peixin and Fan-Pinpi, *et al.*. Iterative phase recovery method of turbo-coded 16QAM based on soft symbol to bit mapping[C]. APCC/MDMC'04, Beijing, 2004: 782-787.
- [3] Teng C C, Fonseka J P, and Dowling E M. Non-coherent detectors for quadrature-multiplexed continuous phase modulation signals[J]. *IET Communications*, 2009, 3(4): 610-619.
- [4] Ramamurthy R and Ryan W E, *et al.*. Convolutional double accumulate codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2001, 5(4): 157-159.
- [5] Singh A and Boutillon E, *et al.*. Bit-width optimization of extrinsic information in Turbo decoder[C]. 5th International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, Switzerland, 2008: 134-138.
- [6] Teimouri M and Rezaee N, *et al.*. Rate allocation for serial concatenated convolutional codes[J]. *IET Communications*, 2006, 1(1): 79-85.
- [7] Marsland I D and Mathiopoulos P T, *et al.*. On the performance of iterative noncoherent detection of coded M-PSK signals[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2000, 48(4): 588-596.
- [8] 奚定平. 贝塞尔函数[M]. 北京高等教育出版社, 1999: 217-219.

曹敏: 女, 1985年生, 硕士生, 研究方向为卫星通信、调制和编码。

尹虹: 女, 1963年生, 讲师, 研究方向为无线通信。

王国栋: 男, 1981年生, 助理讲师, 研究方向为无线通信。

李际平: 男, 1962年生, 教授, 硕士生导师, 研究方向为卫星通信、调制和编码。