

双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法

张剑云 郑志东 李小波
(合肥电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 该文提出了一种基于平行因子分析的双基地 MIMO 雷达发射角、接收角及多普勒频率的联合估计算法。推导了 SweilingII 目标模型下的接收信号表示式, 表明它具有三面阵模型特性。分析了该模型分解的唯一性, 并从三线性最小二乘迭代得到的矩阵中完成参数估计。该算法充分利用接收端输出的所有信息, 且每次迭代具有精确的最小二乘闭式解, 消除了多次特征分解的误差积累, 因此提高了估计精度。同时能够实现自动配对, 降低了运算量。仿真试验验证了理论分析的有效性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 收发角度; 多普勒频率; 平行因子分析; 三线性最小二乘

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)08-1843-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01133

An Algorithm for DOD-DOA and Doppler Frequency Jointly Estimating of Bistatic MIMO Radar

Zhang Jian-yun Zheng Zhi-dong Li Xiao-bo
(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: A new algorithm to jointly estimate the DOD-DOA and Doppler frequency of bistatic MIMO radar is proposed based on the parallel factor. The receiver signal expression is derived under SweilingII target model, which shows it has three-way array model characteristics. Therefore, the uniqueness of the low-rank three-way array model decomposition is analysed. And the three parameters are jointly estimated from three matrices that are obtained from the low-rank decomposition. The new algorithm uses all of the received data and eliminates the error propagation of the several eigen decompositions because each iteration possesses a typical least square problem with a unique closed solution. Hence the estimation accuracy is increased. Furthermore, the estimated parameters are automatically paired without the additional pairing method, which the computational complexity of the proposed algorithm is reduced. Finally, simulation results are presented to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: Bistatic MIMO radar; Direction Of Arrival-Direction Of Departure (DOA-DOD); Doppler frequency; PARAllel FACtor (PARAFAC); Trilinear Alternating Least Squares (TALS)

1 引言

MIMO(Multiple-Input Multiple-Output)雷达是一种新体制雷达, 它具有诸多优点, 因而成为学术界研究的热点。目前, MIMO 雷达按其收发阵元的配置方式可分为两种类型: 空间分集 MIMO 雷达^[1,2]和单(双)基地 MIMO 雷达^[3-7]。空间分集 MIMO 雷达的阵元采用大间隔配置方式, 发射波从不同角度照射目标, 充分利用空域信息来克服目标的闪烁效应, 进而提高目标的检测性能。而单(双)基地 MIMO 雷达的收发阵元为传统的相干配置方式, 因此不具有空间分集特点, 但与传统的阵列雷达所不同, 它的方向矢量是发射和接收方向矢量的 Kronecker 积^[3], 可形成大的虚拟阵列, 能够提高雷

达的角度估计精度, 以及增加最大可识别的目标数等。本文研究双基地 MIMO 雷达(Bistatic MIMO radar)的三参数估计问题。

双基地 MIMO 雷达采用收发分置的阵列配置形式, 其方向矢量包含了目标相对发射和接收阵列的方位信息, 因此较一般的阵列角度估计复杂, 需要同时估计出目标的发射角(DOD)和接收角(DOA)。文献[4]利用 Capon 算法实现了双基地 MIMO 雷达的 DOD-DOA 联合估计, 然而它需要 2 维谱峰搜索, 计算量较大。文献[5]通过构建不同接收阵元间的互协方差矩阵, 利用 DOA 矩阵法推导出了在白噪声和有色噪声背景下收发角度联合估计的表达式, 仿真表明此算法具有较好的估计精度, 但它需要多次的高维特征分解, 存在误差积累现象。文献[6]把传统的 ESPRIT 算法应用到 MIMO 雷达

上,对 MIMO 雷达特殊的方向矢量进行分解,提取出相应的收发旋转不变因子,且利用特征值乘法很好地解决了收发角度的配对问题。但在低信噪比时的估计精度不高,且不同目标的收发角度组合中,若存有某一对收发特征值乘积与某一目标的收发特征值乘积相等,那么该配对算法将失效(具体分析见试验 1),因此,它受到了目标角度分布的限制,存在参量兼并问题。文献[7]利用传播算子进行双基地 MIMO 雷达的快速多目标定位,与文献[6]相比,在保证相同估计性能的同时,极大地减少了运算量,且实现了收发角的自动配对。但是,以上文献中的信号模型都忽略了目标的多普勒效应,即只考虑目标静止时的收发角度估计问题,而对其发射角、接收角及多普勒频率的联合估计目前尚未有文献报道。

本文的结构如下:第 2 节推导了双基地 MIMO 雷达在 SweilingII 目标模型下匹配滤波器的输出表示式;第 3 节介绍了平行因子分析(PARAFAC)的一般方法,通过构造三面阵模型,提出一种基于 PARAFAC 的 MIMO 雷达 DOA-DOD 及多普勒频率的联合估计算法;第 4 节通过计算机仿真验证理论的可行性;第 5 节为结束语。

2 信号模型描述

收发阵元配置如图 1 所示,考虑目标为 SweilingII 起伏模型^[4],即在一个发射脉冲周期内,目标的散射截面(RCS)保持不变,而脉冲与脉冲间的起伏是统计独立的,并且不同目标的 RCS 波动是不相关的。

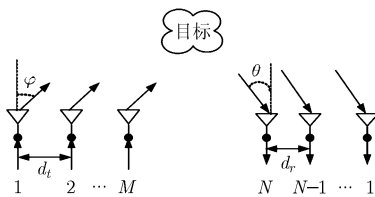


图 1 收发阵元配置

假设双基地 MIMO 雷达具有 M 个发射阵元, N 个接收阵元,发射与接收的各自阵元间隔为 d_t, d_r 。在相同距离分辨单元上存在 P 个目标, (φ_i, θ_i) 表示第 i ($i=1, \dots, P$) 个目标的位置,其中 φ_i, θ_i 分别为第 i 个目标所对应的雷达发射角和接收角。各发射阵元同时发射相互正交的相位编码信号,若第 m 个阵元发射的第 l 个脉冲为

$$s_{m,l}(t) = s_m(t' + lT), \quad -T/2 \leq t' \leq T/2, \quad m=1, \dots, M \quad (1)$$

式中 t 和 t' 分别对应慢时间和快时间, T 表示脉冲重复周期。 $s_m(t)$ 为第 m 个发射阵元的基带波形,则单目标观测时,第 n 个接收阵元接收的第 l 个回波脉冲为

$$y_{n,l}(t-\tau) = \sum_{m=1}^M \rho_{li} s_{m,l}(t-\tau) \exp(j\alpha_{ni} + j\beta_{mi}) \cdot \exp(j2\pi f_{di}(t-\tau)) + w_{n,l}(t), \quad i=1, \dots, P \quad (2)$$

式中 $n=1, \dots, N, l=1, \dots, L, \tau$ 为目标的回波延时, $w_{n,l}(t)$ 为零均值复白高斯过程,第 l 个脉冲回波时的噪声, ρ_{li} 为第 l 个发射脉冲在第 i 个目标上的散射系数, $\rho_{li} \sim N^C(0, \sigma_i^2)$, 且对于 SweilingII 目标模型,有: $\rho_{li}, \rho_{l'j}$ 相互独立,对于 $l \neq l', i \neq j$ 。 $\alpha_{ni} = 2\pi(n-1)d_r \sin \theta_i / \lambda$, $\beta_{mi} = 2\pi(m-1)d_t \sin \varphi_i / \lambda$, 分别是与目标位置、第 n 个接收阵元位置和第 m 个发射阵元位置有关的相移,它们是 MIMO 雷达方向矢量的元素^[1]。 f_{di} 为第 i 个目标的多普勒频率。将式(1)代入式(2),并去掉多普勒频率的有关项^[8]:

$$y_{n,l}(t-\tau) = \sum_{m=1}^M \rho_{li} s_{m,l}(t' + lT - \tau) \exp(j\alpha_{ni} + j\beta_{mi}) \cdot \exp(j2\pi f_{di} lT) + w_{n,l}(t' + lT) \quad (3)$$

这里双基地 MIMO 雷达采用正交的发射波形,并假设发射能量已归一化,有

$$\int s_m(k) s_k^*(k) = \delta_{m,k} \quad (4)$$

那么,对每个接收阵元的接收信号通过一个匹配滤波器组进行匹配滤波后,可将各发射信号分离得

$$y_{n,m,l} = \int y_{n,l}(t-\tau) s_{m,l}^*(t-\tau) dt = \rho_{li} \exp(j(\alpha_{ni} + \beta_{mi})) \exp(j2\pi f_{di} lT) + w_{n,m,l} \quad (5)$$

其中 $*$ 为共轭运算, $y_{n,m,l}$ 表示第 m 个发射阵元中发射的第 l 个脉冲信号在第 n 个接收阵元的输出。将所有接收阵元的第 l 次回波进行匹配滤波器分离后的输出写成向量形式为

$$\mathbf{y}_l = \rho_{li} [\mathbf{a}_r(\theta_i) \otimes \mathbf{a}_t(\varphi_i)] \exp(j2\pi f_{di} lT) + \mathbf{w}_l \quad (6)$$

式中 $\mathbf{y}_l = [y_{1,1,l}, y_{1,2,l}, \dots, y_{N,M,l}]^T$ 为 $MN \times 1$ 的输出矢量, \otimes 表示矩阵的 Kronecker 积, $\mathbf{a}_t(\varphi_i), \mathbf{a}_r(\theta_i)$ 分别为第 i 个目标对应的发射和接收方向矢量, $\mathbf{a}_t(\varphi_i) = [1, e^{j\beta_{2i}}, \dots, e^{j\beta_{Mi}}]^T$, $\mathbf{a}_r(\theta_i) = [1, e^{j\alpha_{2i}}, \dots, e^{j\alpha_{Ni}}]^T$ 。将散射系数 ρ_{li} 与多普勒项合并,可得在 P 个目标情况下,第 l 次回波的滤波器输出为

$$\boldsymbol{\eta}_l = [\mathbf{A}(\varphi) \odot \mathbf{B}(\theta)] \mathbf{c}_l^T(f_d) + \mathbf{w}_l \quad (7)$$

其中 \odot 为 Khatri-Rao 积

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\varphi) &= [\mathbf{a}_t(\varphi_1), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_P)] \\ \mathbf{B}(\theta) &= [\mathbf{a}_r(\theta_1), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_P)] \\ \mathbf{c}_l(f_d) &= [\rho_{l1} \exp(j2\pi f_{d1} lT), \dots, \rho_{lP} \exp(j2\pi f_{dP} lT)] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由式(7)可推知在多目标时, L 个回波串经过匹配滤波器组的输出:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{A}(\varphi) \odot \mathbf{B}(\theta)] \mathbf{C}^T(f_d) + \mathbf{W} = \mathbf{Y}' + \mathbf{W} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{Y} = [\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_L]$ 为 $MN \times L$ 维的输出矩阵。 $\mathbf{C}^T(f_d) = [\mathbf{c}_1^T(f_d), \mathbf{c}_2^T(f_d), \dots, \mathbf{c}_L^T(f_d)]$ 为 $P \times L$ 维的矩阵矢量, 它是多普勒频率的函数(假设目标的散射系数为已知)。由式(9)知, 对 MIMO 雷达的发射角、接收角及多普勒频率的估计可转化为对 $\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\theta), \mathbf{C}(f_d)$ 3 个矩阵的估计。

3 基于 PARAFAC 的联合估计算法

3.1 PARAFAC 分析方法

平行因子分析法最早在化学光谱分析中被人们利用, 而仅仅在近几年才逐渐被引入到阵列信号处理当中^[9-11]。平行因子分析法是三面阵或多面阵低秩分解的总称^[11], 它处理三维数据是基于三线分解理论, 其前提是保证数据在三方向呈线性。因而若考虑矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times F}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{J \times F}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times F}$ 构成 $I \times J \times K$ 维三面阵 \mathbf{X} , 那么其任何一个元素可以分解为

$$x_{i,j,k} = \sum_{f=1}^F a_{i,f} b_{j,f} c_{k,f} \quad (10)$$

$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, k = 1, \dots, K$

式中 $a_{i,f}, b_{j,f}, c_{k,f}$ 分别为矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的元素。若利用张量来对三面阵进行平行因子分解的话, 那么可以表示为

$$\mathbf{X} = \sum_{f=1}^F \mathbf{a}_f \circ \mathbf{b}_f \circ \mathbf{c}_f \quad (11)$$

式中 \circ 表示外积运算, $\mathbf{a}_f, \mathbf{b}_f, \mathbf{c}_f$ 分别为矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的第 f 列向量。由于三面阵的对称性, 因而它可以表示成矩阵形式。进一步, 定义 $J \times K$ 维的矩阵 $\mathbf{X}_{i \cdot}, i = 1, \dots, I$, $K \times I$ 维矩阵 $\mathbf{X}_{\cdot j}, j = 1, \dots, J$ 和 $I \times J$ 维矩阵 $\mathbf{X}_{\cdot k}, k = 1, \dots, K$ 。这样借助式(10)的紧凑形式, 三面阵 \mathbf{X} 可写成三种矩阵切片形式:

$$\mathbf{X}_{i \cdot} = \mathbf{B} \mathbf{D}_i [\mathbf{A}] \mathbf{C}^T, i \in \{1, \dots, I\} \quad (12)$$

$$\mathbf{X}_{\cdot j} = \mathbf{C} \mathbf{D}_j [\mathbf{B}] \mathbf{A}^T, j \in \{1, \dots, J\} \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_{\cdot k} = \mathbf{A} \mathbf{D}_k [\mathbf{C}] \mathbf{B}^T, k \in \{1, \dots, K\} \quad (14)$$

其中矩阵运算 $\mathbf{D}_i[\cdot]$ 表示由矩阵的第 i 行元素形成的一个对角矩阵。

定义 1^[9] 对于给定的矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I \times F}$, 当且仅当 \mathbf{A} 包含至少 r 个但不包含 $r+1$ 个线性独立的列时, \mathbf{A} 的秩为 $r_A = r$ 。若矩阵 \mathbf{A} 中任意的 k 个列线性独立, 则最大的 k 值称之为矩阵 \mathbf{A} 的 k 秩, 记为 $k_A = k$ 。

由定义 1 知, 若 $r_A = F$, 此时最大的 k 值为 F , 即 $k_A = r_A$; 若矩阵 \mathbf{A} 中存有 $k_A + 1$ 个线性独立的

列, 此时 $k_A < r_A$ 。因此矩阵的秩与 k 秩的关系为 $r_A \geq k_A$ 。

定理 1^[9,11] 已知三面阵的切片如式(12)-式(14)定义, 如果矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的 k 秩满足:

$$k_A + k_B + k_C \geq 2F + 2 \quad (15)$$

则由三面阵 \mathbf{X} 分解得到的矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 可唯一确定。

3.2 MIMO 雷达三面阵模型的形成

由式(9)可知, 匹配滤波器的输出 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{M \times N \times L}$ 具有三面阵模型特性, 因此它可以表示成一个由 L 个 $M \times N$ 维矩阵切片 $\mathbf{Y}_{\cdot l}$ 组成的集合, 其每个元素满足如下表达式:

$$\mathbf{Y}_{\cdot l} = \mathbf{A}(\varphi) \mathbf{D}_l [\mathbf{C}(f_d)] \mathbf{B}^T(\theta) + \mathbf{W}_{\cdot l} \quad (16)$$

由本文 3.1 节定义知, 式(16)可看成 $M \times N \times L$ 维三面阵 \mathbf{Y} 在 L 方向的第 l 个矩阵切片。从中也可得, 匹配滤波器的输出完全可以由矢量 $\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\theta), \mathbf{C}(f_d)$ 及 \mathbf{W} 表征出来, 同样地, 三面阵 \mathbf{Y} 也可由 N 个 $L \times M$ 维矩阵切片 $\mathbf{Y}_{\cdot n} = \mathbf{C}(f_d) \mathbf{D}_n [\mathbf{B}(\theta)] \mathbf{A}^T(\varphi) + \mathbf{W}_{\cdot n}$ 或是 M 个 $N \times L$ 维矩阵切片 $\mathbf{Y}_{m \cdot} = \mathbf{B}(\theta) \cdot \mathbf{D}_m [\mathbf{A}(\varphi)] \mathbf{C}^T(f_d) + \mathbf{W}_{m \cdot}$ 的集合构成。若把式(16)所有的矩阵切片 $\mathbf{Y}_{\cdot l}, (l = 1, \dots, L)$ 平铺连接成一个 $LM \times N$ 的矩阵, 则可得

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{\cdot L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\varphi) \mathbf{D}_1 [\mathbf{C}(f_d)] \\ \vdots \\ \mathbf{A}(\varphi) \mathbf{D}_L [\mathbf{C}(f_d)] \end{bmatrix} \mathbf{B}^T(\theta) + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{\cdot L} \end{bmatrix} \\ = [\mathbf{C}(f_d) \odot \mathbf{A}(\varphi)] \mathbf{B}^T(\theta) + \mathbf{W}_1 \quad (17)$$

同理可以分别得到一个 $NL \times M$ 的矩阵

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{\cdot N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(f_d) \mathbf{D}_1 [\mathbf{B}(\theta)] \\ \vdots \\ \mathbf{C}(f_d) \mathbf{D}_N [\mathbf{B}(\theta)] \end{bmatrix} \mathbf{A}^T(\varphi) + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\cdot 1} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{\cdot M} \end{bmatrix} \\ = [\mathbf{B}(\theta) \odot \mathbf{C}(f_d)] \mathbf{A}^T(\varphi) + \mathbf{W}_2 \quad (18)$$

和一个 $MN \times L$ 维的矩阵 \mathbf{Y} (式(9)所示), 为表达方便令 $\mathbf{Y}_3 = \mathbf{Y}$, 因此 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3$ 分别表示三面阵 \mathbf{Y} 沿接收方向, 发射方向及快拍方向上的切片集合, 各方向上的切片如图 2 所示。

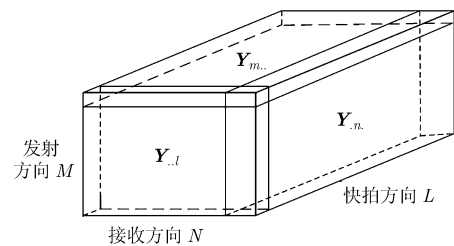


图 2 MIMO 雷达各方向切片示意图

下面说明其分解的唯一性。

考虑 $\mathbf{A}(\varphi) \in \mathbb{C}^{M \times P}$ 及 $\mathbf{B}(\theta) \in \mathbb{C}^{N \times P}$ 都是列满秩的范得蒙矩阵, $\mathbf{C}(f_d) \in \mathbb{C}^{L \times P}$ 线性独立的最大列数为 $\min(L, P)$, 那么这三个矩阵的 k 秩分别为 $k_{\mathbf{A}(\varphi)} = P, k_{\mathbf{B}(\theta)} = P$ 和 $k_{\mathbf{C}(f_d)} = \min(L, P)$ 。考虑多发脉冲多目标情况, 有 $P \geq 2, L \geq 2$, 从而有 $P + \min(P, L) + P \geq 2P + 2$ 满足定理 1, 故匹配滤波器输出 \mathbf{Y} 的 k 秩分解具有唯一性。

3.3 估计算法的实施步骤

根据三面阵 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3$ 估计矩阵 $\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\theta), \mathbf{C}(f_d)$ 通常采用三线阵交替最小二乘法(TALS)完成。TALS 是三面阵模型数据检测的一种常用方法, 其基本思想为: 当获得了一组初始估计值后, 每一步更新一个估计矩阵, 更新的方法为: 以此步中待更新的矩阵为变量, 其它矩阵依据上一次的估计结果作为常量, 利用最小二乘法来更新。待更新完所有估计矩阵后, 再进行下一次迭代, 直到算法收敛为止, 文献[12]证明了 TALS 算法的全局单调收敛性。由此思路, 本文算法的估计步骤可描述为:

步骤 1 由匹配滤波器的输出数据, 分别按式(17)、式(18)和式(9)构造三面阵 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3$ 。

步骤 2 任选随机矩阵初始化 $\hat{\mathbf{A}}_0(\varphi), \hat{\mathbf{B}}_0(\theta), \hat{\mathbf{C}}_0(f_d)$, 迭代序号为 $k = 1, 2, 3, \dots$ 。

步骤 3 将 $\hat{\mathbf{A}}_{k-1}(\varphi), \hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d)$ 代入式(19), 求其最小二乘解, 获得 $\mathbf{B}(\theta)$ 的第 k 次迭代估计值 $\hat{\mathbf{B}}_k(\theta)$ 如式(20)所示, 并转至步骤 4。式(19)、式(20)中, 符号 $\|\cdot\|_F$ 、 $\#$ 分别表示矩阵的 Frobenius 范数和矩阵的伪逆运算。

$$\hat{\mathbf{B}}_k(\theta) = \arg \min_{\mathbf{B}} \left\| \mathbf{Y}_1 - \left[\hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d) \odot \hat{\mathbf{A}}_{k-1}(\varphi) \right] \hat{\mathbf{B}}_k^T(\theta) \right\|_F^2 \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{B}}_k(\theta) = \mathbf{Y}_1^T \left[\left(\hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d) \odot \hat{\mathbf{A}}_{k-1}(\varphi) \right)^\# \right]^T \quad (20)$$

步骤 4 将 $\hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d), \hat{\mathbf{B}}_k(\theta)$ 代入式(21), 求其最小二乘解, 获得 $\mathbf{A}(\varphi)$ 的第 k 次迭代估计值 $\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi)$ 如式(22)所示, 并转至步骤 5。

$$\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi) = \arg \min_{\mathbf{A}} \left\| \mathbf{Y}_2 - \left[\left(\hat{\mathbf{B}}_k(\theta) \odot \hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d) \right) \mathbf{A}_k^T(\varphi) \right] \right\|_F^2 \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi) = \mathbf{Y}_2^T \left[\left(\hat{\mathbf{B}}_k(\theta) \odot \hat{\mathbf{C}}_{k-1}(f_d) \right)^\# \right]^T \quad (22)$$

步骤 5 将 $\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi), \hat{\mathbf{B}}_k(\theta)$ 代入式(23), 求其最小二乘解, 得到 $\mathbf{C}(f_d)$ 的第 k 次迭代估计值 $\hat{\mathbf{C}}_k(f_d)$ 如式(24)所示, 并计算 $\delta_k = \sum_{l=1}^L \left\| \mathbf{Y}_2 - \hat{\mathbf{A}}_k(\varphi) D_l \left[\hat{\mathbf{C}}_k(f_d) \right] \hat{\mathbf{B}}_k^T(\theta) \right\|_F^2$, 若 $|\delta_k - \delta_{k-1}| > \varepsilon$ (ε 为误差门限), 则重复步骤 3~5,

若 $|\delta_k - \delta_{k-1}| < \varepsilon$, 则转至步骤 6。

$$\hat{\mathbf{C}}_k(f_d) = \arg \min_{\mathbf{C}} \left\| \mathbf{Y}_3 - \left[\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi) \odot \hat{\mathbf{B}}_k(\theta) \right] \hat{\mathbf{C}}_k^T(f_d) \right\|_F^2 \quad (23)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_k(f_d) = \mathbf{Y}_3^T \left[\left(\hat{\mathbf{A}}_k(\varphi) \odot \hat{\mathbf{B}}_k(\theta) \right)^\# \right]^T \quad (24)$$

步骤 6 经上述迭代计算, 得到 $\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\theta), \mathbf{C}(f_d)$ 的最终估计值 $\hat{\mathbf{A}}(\varphi), \hat{\mathbf{B}}(\theta), \hat{\mathbf{C}}(f_d)$, 并令 $\hat{a}_{j,i}(\varphi), \hat{b}_{j,i}(\theta), \hat{c}_{j,i}(f_d)$ 分别为 3 个估计矩阵的第 j 行第 i 列元素, 通过式(25)~式(27)对各列向量求平均的方法得到 $\hat{\varphi}_i, \hat{\theta}_i, \hat{f}_{di}, (i = 1, \dots, P)$ 。 $\text{angle}(\cdot)$ 表示取元素的相角运算。

$$\hat{\varphi}_i = \arcsin \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d_t (M-1)} \sum_{j=1}^{M-1} \text{angle} \left(\hat{a}_{j+1,i}(\varphi) / \hat{a}_{j,i}(\varphi) \right) \right\} \quad (25)$$

$$\hat{\theta}_i = \arcsin \left\{ \frac{\lambda}{2\pi d_r (N-1)} \sum_{j=1}^{N-1} \text{angle} \left(\hat{b}_{j+1,i}(\theta) / \hat{b}_{j,i}(\theta) \right) \right\} \quad (26)$$

$$\hat{f}_{di} = \frac{1}{2\pi T (L-1)} \cdot \sum_{j=1}^{L-1} \text{angle} \left[\left(\hat{c}_{j+1,i}(f_d) \rho_{j,i} \right) / \left(\hat{c}_{j,i}(f_d) \rho_{j+1,i} \right) \right] \quad (27)$$

在文献[6]中, 将 2 维的收发角度估计分解为两个 1 维的参数估计, 利用 ESPRIT 算法分别估计出发射和接收的旋转矩阵, 此方法虽然具有相同的特征矢量空间, 但由于各个旋转矩阵对角线元素的排列顺序可能不同, 因此存在参数配对问题, 而本文给出的参数估计算法, 由于对 $\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\theta)$ 和 $\mathbf{C}(f_d)$ 的估计在同一次迭代过程中完成, 因此这 3 个矩阵中相同的列序号对应着同一个目标的 3 个估计参数, 从而实现自动配对。

3.4 运算复杂度分析

本文算法和文献[6]的 ESPRIT 算法都是对一组 $M \times N \times L$ 的立体数据进行处理。由上面的算法步骤可知, 本文算法的运算量主要集中在三线阵最小二乘的迭代计算上, 对于上述三面阵的低秩分解, 平均约需 10 次迭代即可完成, 计算复杂度(次复乘)为 $O(10(P^3 + PMNQ))$ (执行一次 TALS 迭代计算复杂度为 $O(P^3 + PMNQ)$ [13])。而文献[6]的算法主要集中在两次协方差矩阵计算、一次奇异值分解、三次特征值分解及配对搜索上, 由文献[7]知这 3 种计算的运算量为 $O(2QM^2N^2 + 21(MN)^3 + 30P^3)$, 加上配对搜索的计算量 $O(P^2)$, 文献[6]中总的运算量约为 $O(2QM^2N^2 + 21(MN)^3 + 30P^3 + P^2)$, 图 3 给出了两种算法的运算量与快拍数 Q 的变化关系, 其中取 $M = N = 6, P = 3$ 。由图 3 可以看出, 本文算法的计算量要低于文献[6]方法。

4 计算机仿真

假设 MIMO 雷达的发射和接收阵元数分别为 $M = 6, N = 8$, 阵元间隔 $d_t = d_r = \lambda / 2$, 各发射阵元发射相互正交的 Hadamard 编码信号, 且每个重复周期内的相位编码个数 $Q = 256$, 分别进行如下试验。

试验 1 假设空中存在 $P = 6$ 个不相关的目标源, 为了与文献[6]比较, 本实验暂不考虑目标的多普勒频率, 各目标的发射角度为 $\{\varphi_i\}_{i=1}^{P=6} = \{-35^\circ, -15^\circ, -15^\circ, -30^\circ, -20^\circ, -20^\circ\}$, 接收角度为 $\{\theta_i\}_{i=1}^{P=6} = \{15^\circ, 35^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 20^\circ\}$, 发射的脉冲重复周期数为 $L = 200$, 当信噪比 $\text{SNR} = 5 \text{ dB}$ 时, 经过 100 次 Monte-carlo 试验, 文献[6]和本文算法的位置估计星座图如图 4, 图 5 所示。

由图 4 和图 5 比较可知, 利用文献[6]算法估计时将会出现错误配对, 即存在参量兼并现象, 所以它受到目标位置分布的限制, 而本文算法则能正确地匹配收发角度。这是由于从 6 个目标的收发角度可以看出, (φ_3, θ_3) 与 (φ_1, θ_2) 具有相同的特征值乘积, 即满足 $e^{j\pi(\sin \varphi_3 + \sin \theta_3)} = e^{j\pi(\sin \varphi_1 + \sin \theta_2)}$, 而文献[6]的配对是通过收发特征值乘积与总特征值相减求误差最小的方法得到, 因此当存有噪声时, (φ_1, θ_2) 配对可能产生比 (φ_3, θ_3) 配对时更小的误差, 进而形成错误的配对方式 (φ_1, θ_2) , 同理也造成了 (φ_4, θ_5) 的错误配

对, 反之, 本文算法则能对目标进行有效估计, 且实现自动配对。

试验 2 假设存在两个目标, 各目标的位置分别为 $(\varphi_1, \theta_1) = (-40^\circ, -20^\circ)$, $(\varphi_2, \theta_2) = (10^\circ, 30^\circ)$, 多普勒频率为 $f_{d1} = 5 \text{ kHz}, f_{d2} = 8 \text{ kHz}$, 脉冲重复周期 $T = 100 \mu\text{s}$, 重复个数 $L = 200$ 。对目标的每个参数求均方根误差(RMSE), 且在每个信噪比下独立进行 100 次 Monte-carlo 试验, 图 6 和图 7 分别为两目标的 RMSE 随 SNR 的变化关系。

试验 3 假设两目标的信噪比均为 $\text{SNR} = 5 \text{ dB}$, 其它仿真条件与试验 2 相同, 得到图 8 和图 9 仿真结果, 分别为目标 1 和目标 2 的均方根误差随快拍数 L 的变化关系曲线。

由试验 2 和试验 3 可知, 本文算法的估计性能优于文献[6]的 ESPRIT 算法。这主要是由于 ESPRIT 算法在独立估计发射角和接收角时, 分别只用到了 $N(M - 1)$ 和 $M(N - 1)$ 个匹配滤波器的输出数据, 即没有利用上 MN 个输出的所有信息, 而本文算法在充分利用了接收端所有输出的同时, 其每步迭代都有精确的最小二乘闭式解, 这便消除了多次特征分解算法的误差积累, 因此本文算法具有更优的估计性能。

5 结束语

本文从多个脉冲发射信号出发, 逐步推导出动目标在 SweilingII 模型下的双基地 MIMO 雷达接收

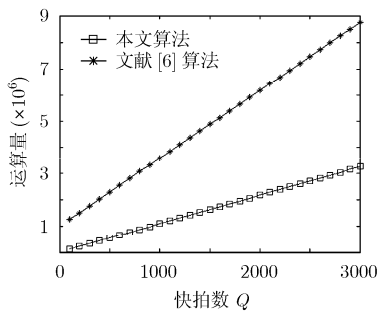


图 3 两种算法的运算量比较

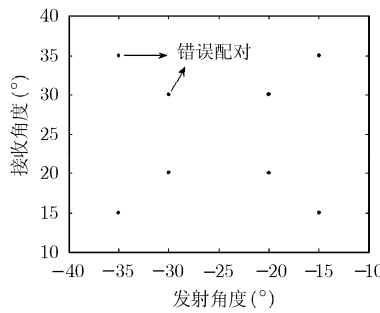


图 4 文献[6]的位置估计星座图

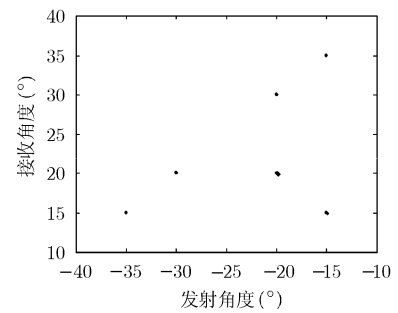


图 5 本文算法的位置估计星座图

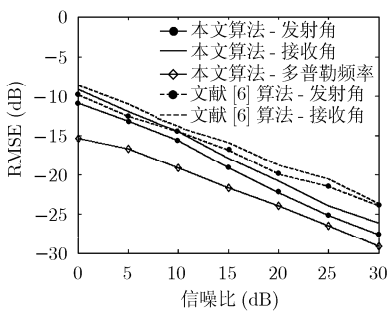


图 6 目标 1 的 RMSE 随 SNR 变化曲线

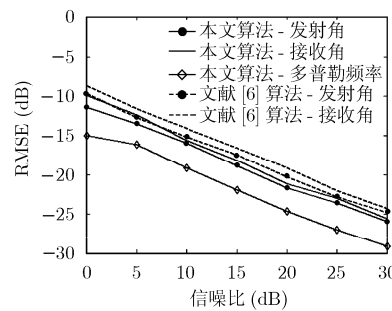


图 7 目标 2 的 RMSE 随 SNR 变化曲线

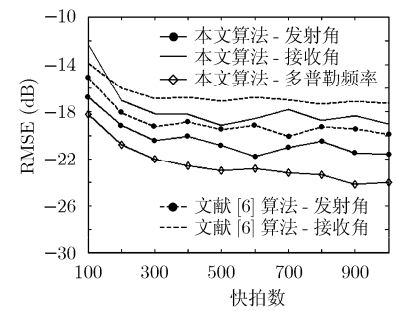


图 8 目标 1 的 RMSE 随快拍数变化曲线

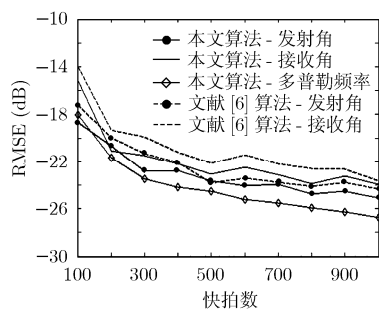


图 9 目标 2 的 RMSE 随快拍数变化曲线

信号表示式, 发现其具有三面阵模型特性, 由此提出了一种基于 PARAFAC 的 MIMO 雷达发射角、接收角及多普勒频率的联合估计算法。该方法通过匹配滤波器的输出构造三面阵模型, 并利用三线性最小二乘迭代得到 3 个估计矩阵, 最后通过简单的数学运算估计出目标的各个参数。它避免了谱峰搜索、协方差矩阵的估计及其特征值分解, 不需要额外的配对算法。仿真结果表明, 本文算法不存在参量兼并现象, 且较文献[6]具有更高的估计精度, 降低了算法的运算量, 更利于实际中应用。

参考文献

- [1] Fisher E, Haimovich A, and Blum R S, *et al.*. Spatial diversity in radar-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
- [2] Haimovich A M, Blum R S, and Lenard J, *et al.*. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [3] Li Jian and Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [4] Yan H, Li J, and Liao G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advance in Signal Processing*, 2008, 8(2): 1-8.
- [5] Jin Ming, Liao Gui-sheng, and Li Jun. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing of ELSEVIER Science*, 2009, 89(2): 244-251.
- [6] Duofang C, Baixiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *IEEE Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [7] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(7): 1664-1668.
Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1664-1668.
- [8] 屈金佑, 张剑云. MIMO 雷达的相干脉冲串检测性能[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(2): 378-381.
Qu Jin-you and Zhang Jian-yun. Detection performance of MIMO radar for coherent pulses[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(2): 378-381.
- [9] Sidiropoulos N D and Bro R. Blind PARAFAC receivers for DS-CDMA systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(3): 810-823.
- [10] Sidropoulos N D and Giannakos G B. Parallel factor analysis in sensor array procesing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2377-2388.
- [11] 梁军利, 翼邦杰, 赵峰等. 一种基于平行因子分析的近场源定位新方法[J]. *电子学报*, 2007, 35(10): 1909-1915.
Liang Jun-li, Ji Bang-jie, and Zhao Feng, *et al.*. A new near-field source localization algorithm using parallel factor analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(10): 1909-1915.
- [12] Sidiropoulos N D and Liu X. PARAFAC methods for deterministic blind beamforming identifiability[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(1): 228-236.
- [13] Rong Y, Vorobyov S A, and Gershman A B, *et al.*. Blind spatial signature estimation via time-varying user power loading and parallel factor analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(5): 1697-1710.

张剑云: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理等。

郑志东: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 雷达信号处理技术等。

李小波: 男, 1970 年生, 副教授, 研究方向为雷达信号处理、高速信号处理等。