

基于局部图划分的多相活动轮廓图像分割模型

孔丁科 汪国昭

(浙江大学数学系计算机图像图形研究所 杭州 310027)

摘要: 几何活动轮廓模型是图像分割领域的强有力工具。最近,一种基于成对相似性的图划分活动轮廓(GPAC)模型被提出,并有效应用于均质图像分割。但是,该模型的连接权函数仅与图像光谱相关,使得模型在低对比度模糊图像的应用存在较大局限,同时,成对相似性的计算量大,模型的数值实现效率不甚理想。针对这些问题,该文引入测地核函数定义连接权函数,结合多相水平集,提出了基于局部图划分的多相活动轮廓图像分割模型。自然图像的实验结果证明了该模型的有效性。

关键词: 图像分割; 多相活动轮廓; 局部图划分; 窄带水平集; 测地核函数

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)09-2126-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01129

Localized Graph-cuts Based Multiphase Active Contour Model for Image Segmentation

Kong Ding-ke Wang Guo-zhao

(Institute of Computer Graphics and Image Processing, Department of Mathematics,
Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Geometric active contour is used as a powerful tool to address image segmentation problems. Recently, a new region-based active contour model based on pairwise similarity between pixels, i.e., Graph Portioning Active Contours (GPAC) is presented, and well adapted to segment images with intensity homogeneity. However, it only takes spectral similarity as the cost function between vertices, and can not obtain satisfactory segmentation results for low contrast images with weak boundaries. In order to overcoming this limitation of GPAC model, a novel localized graph-cuts based multiphase active contours model using geodesic kernel based cost function is proposed. Experimental results of natural images verify that the model is efficient and accurate.

Key words: Image segmentation; Multiphase active contours; Localized graph-cuts; Narrow band level set; Geodesic kernel

1 引言

基于曲线演化理论^[1]与水平集方法^[2]的几何活动轮廓模型是为解决计算机视觉与模式识别领域广泛存在的图像分割问题而提出的,目前,在理论及应用方面的研究正方兴未艾^[3-8]。几何活动轮廓模型实现图像分割的基本思想是:将演化曲线(活动轮廓)隐含地表示为更高维曲面(称为水平集函数)的零水平集,水平集函数在演化方程(由图像信息定义的能量泛函变分得之)控制下进行演化,直至图像的目标边界。这种演化有许多优点:(1)曲线演化过程始终处于固定格网,因此数值实现较为简单;(2)能够自动处理边界拓扑变化(如合并、断裂等);(3)提供光滑、闭合的高精度分割曲线,利于后续图像处理

工作(如目标识别、形状分析等)。

几何活动轮廓模型基本可分为:边界模型^[3]和区域模型^[4-8]。边界模型是以边界局部信息驱使曲线演化,存在对初始曲线敏感、易边缘泄漏等问题。相对而言,区域模型直接利用活动轮廓内部和外部的全部信息,具有较好的抑噪性和边界处理能力,而且降低了曲线演化对初始曲线的依赖性,因此能获得较好的分割结果。

目前,常见的区域模型有分段常数模型^[4,5],分段光滑模型^[6],统计模型^[7,8]等。近来,Sumengen等^[9,10]结合图划分和几何活动轮廓模型的优点,提出了基于成对相似性的图划分活动轮廓(Graph Partitioning Active Contours, GPAC)模型。与传统区域模型不同,GPAC模型以活动轮廓内外像素点的成对相似性作为连接权函数并定义能量泛函,同时,应用基于梯度下降法的水平集函数演化,最终获得全局优化的图像分割结果。然而,GPAC模

2009-08-25 收到, 2010-03-15 改回

国家自然科学基金(60773179, 60933008, 60970079)资助课题

通信作者: 孔丁科 dinckong@gmail.com

型存在明显不足: (1)连接权函数仅与光谱信息相关, 因此, 对离散及低对比度模糊图像难有较好的边界定位结果; (2)图像成对相似性计算量较大, 数值实现效率不甚理想^[11]。

针对 GPAC 模型的上述缺陷, 本文提出了基于局部图划分的多相活动轮廓(Localized Graph-cut based Multiphase Active Contours, LGMAC)图像分割模型。与原模型的不同之处: (1)以结合空间距离和图像梯度的测地核函数^[12]定义连接权函数, 在测度像素点相似度的同时, 有效保留潜在边界信息; (2)以测地核函数的带宽约束, 实现水平集演化的窄带加速效果; (3)优化图划分能量泛函定义, 以适应模型的多目标扩展。

2 GPAC 模型

基于图划分(Graph Partitioning Method, GPM)的图像分割技术一直以来是图像分割领域的有效工具^[13], 其基本思想是: 将图像映射为带权无向图, 把像素点视作节点, 利用最小割集准则得到图像的最佳分割。GPM 方法本质上是将图像分割问题转化为最优化问题, 而最小割集准则在连续域下可用能量泛函等价表示, 因此, Sumengen 等^[9]利用几何活动轮廓模型模拟最优划分问题, 提出了基于成对相似性的图划分活动轮廓模型。

令 $G = G(V, E)$ 是图像 I 的带权无向图(其中 V 是节点, E 是节点间的边), 则图 G 被划分为 A, B 两部分(且 $A \cup B = V, A \cap B = \emptyset$)的代价函数可表示为

$$\text{cut}(A, B) = \sum_{p \in A, q \in B} w(p, q) \quad (1)$$

其中 $w(p, q)$ 是节点 p, q 之间的连接权(相似性)函数, 在连续域下, 用能量函数等价表示为

$$E = \text{cut}(A, B) = \int_{p \in A=R_i(\mathcal{C})} \int_{q \in B=R_o(\mathcal{C})} w(p, q) dq dp \quad (2)$$

其中 \mathcal{C} 是闭曲线, 而 $R_i(\mathcal{C})$ 和 $R_o(\mathcal{C})$ 分别是闭曲线的内部和外部区域。由此, GPAC 模型融合最优划分和活动轮廓模型, 用梯度下降法求解上式能量的最小化问题, 经变分有 GPAC 模型的曲线演化方程^[9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} &= \left(\int_{R_i(\mathcal{C}(t))} w(c, p) dp - \int_{R_o(\mathcal{C}(t))} w(c, p) dp \right) \mathbf{N} \\ &= F(c) \mathbf{N} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 t 是曲线演化的时间参数, c 是活动轮廓 \mathcal{C} 上的点, 而 \mathbf{N} 是其外法向。从演化方程可知, 对任意 $c \in \mathcal{C}$, $F(c)$ 是该点与活动轮廓内部和外部的相似度比较: 当 $F(c) > 0$ 时, 活动轮廓扩张; 反之, 当 $F(c) < 0$ 时, 活动轮廓收缩, 而当且仅当 c 位于目标边界时演化停止。

相对于基于区域相似性的传统区域模型而言, GPAC 模型采用自由度更高的像素级相似性比较, 使得模型更易融合和扩展, 而且, 模型通过 GPM 全局最优化策略, 以达到最佳的分割结果。下面分析 GPAC 模型的不足之处。

首先, 仅以像素点的光谱信息(如灰度等)定义连接权函数, 而与空间分布无关, 使得模型对不同局部结构但光谱信息相似的像素点不存在区分度, 因此, 仅适用于高对比度的均质图像, 而对光谱信息复杂、边界模糊的离散及低对比度图像(如自然、遥感图像等)难有较好的分割结果。

其次, 图像成对相似性的计算量极大, 使得模型在处理较大图像分割时, 存在明显的局限性。文献[9]对 GPAC 模型进行了分块加速, 但数值实现效率仍不理想^[11]; 而文献[10]提出了基于过分割的加速方法, 极大提高了数值实现效率, 但过分割质量很大程度上决定了图像的分割精度。

3 LGMAC 模型

在 GPAC 模型中, 连接权函数与空间分布无关, 这使得模型对图像局部结构缺乏区分度和自适应性, 从而无法较好地表征局部结构, 造成潜在边界信息易在演化过程中被忽略。为解决这一问题, 本文引入测地核函数^[12]定义模型的连接权函数, 它满足以下特性: (1)能够根据图像局部结构自适应地选取邻域采样点, 在有效表征局部结构的同时, 实现了水平集演化的窄带加速效果; (2)能够在有效测度像素点相似性的同时, 较完整地保留潜在边界信息, 从而提高模型的弱边界处理能力。同时, 为更好地处理多目标图像, 本文将分割模型进行了多相水平集扩展。

3.1 基于测地核函数的连接权

定义1 对定义域为 $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ 的图像 $I: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$ ($m \geq 1$ 是光谱空间维数)求导, 可得图像方向对比度矩阵 $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{Z} \end{pmatrix}$ (其中 $\mathbf{X} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial I_i}{\partial x} \right)^2$, $\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial I_i}{\partial x} \frac{\partial I_i}{\partial y}$, $\mathbf{Z} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial I_i}{\partial y} \right)^2$), 而对比度变化率可由矩阵 \mathbf{M} 的特征向量表示, 其极值 $\lambda^\pm = \frac{\mathbf{X} + \mathbf{Z}}{2} \pm \sqrt{\frac{(\mathbf{X} - \mathbf{Z})^2}{4} + \mathbf{Y}^2}$, 定义图像梯度 $g = \lambda^+ - \lambda^-$ ^[14]。

定义2 给定 $p, q \in \Omega$, 定义长度为 $l-1$ 的路径 $\ell = \ell_{p \rightarrow q}$, 而 (p_i, p_{i+1}) 是路径内的邻接点对(其中 $i \in [1, l-1]$, 且 $p_1 = p, p_l = q$)。对于路径子段 $\ell_{p_i \rightarrow p_{i+1}}$, 考虑局部成本函数为

$$\tau_i(g) = \frac{1}{2} \left[|g(p_i)| + |g(p_{i+1})| \right] \cdot |p_i - p_{i+1}| \quad (4)$$

其中 g 是图像梯度, 定义路径 $\ell = \ell_{p \rightarrow q}$ 的测地时间为

$$\tau_i(\ell) = \sum_{i=1}^{l-1} \tau_i(g) \quad (5)$$

由定义可知, 测地时间与空间距离与图像梯度均相关。一般来讲, 图像梯度越大(潜在边界), 或空间距离越大, 则路径的测地时间越长。由此可以给出基于测地时间的测地核函数定义^[12]。

$$K_\sigma(p, q) = G_\sigma \left[\alpha \cdot \sum_{i=1}^{l-1} \tau_i(g) \right] \quad (6)$$

其中 $G_\sigma(u) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} e^{-u^2/2\sigma^2}$ 是高斯核函数 ($\sigma > 0$ 是核带宽), $[\cdot]$ 是路径 $\ell_{p \rightarrow q}$ 的测地时间, $\alpha > 0$ 是其尺度参数(实验中 $\alpha = 3.0$)。进一步给出本文模型的连接权函数

$$w(p, q) = \frac{K_\sigma(p, q)}{\|I(p) - I(q)\|_{L_2}} \quad (7)$$

其中 $\|I(p) - I(q)\|_{L_2}$ 是像素点 p, q 的光谱 L_2 范数距离, 而 $K_\sigma(p, q)$ 是测地核函数作为距离权系数。

由连接权函数定义可知: 在相同的光谱差值情况下, 若空间距离或图像梯度越小, 则相似性越大; 反之, 相似性越小, 如处于潜在边界两侧的邻近点对, 虽然距离小, 但梯度大, 因此 K_σ 小, 则点对相似性小。因此, 基于测地核函数的连接权函数能自适应地表征和区分图像局部结构, 较好地保留潜在边界信息, 同时, 能够通过核带宽的约束, 实现模型的快速窄带演化: 在数值实现中, 当空间距离 $|p - q| > 3\sigma$ 时, $K_\sigma(p, q)$ 趋于零, 因此, 活动轮廓可看成在 $\pm 3\sigma$ 范围内做窄带水平集演化, 从而极大地降低了演化过程的计算量。

3.2 多相活动轮廓模型

为方便模型的多目标扩展, 首先对连续域下的能量泛函进行优化。令

$$\text{diss}(A, A) = - \int_{p \in A} \int_{q \in A} w(p, q) dq dp \quad (8)$$

$$\text{diss}(B, B) = - \int_{p \in B} \int_{q \in B} w(p, q) dq dp$$

其中 $A \cup B = \Omega$, $A \cap B = \emptyset$, 而 $w(p, q)$ 是式(7)定义的相似性函数(下同)。

定理 1 令

$$E' = \frac{1}{2} (\text{diss}(A, A) + \text{diss}(B, B)) \quad (9)$$

则能量泛函 E' 与 GPAC 能量泛函 E 等价。

证明

$\text{cut}(A, B) = -(\text{diss}(A, \Omega) - \text{diss}(A, A))$, 同理有 $\text{cut}(A, B) = -(\text{diss}(B, \Omega) - \text{diss}(B, B))$ 。

两式相加, 则有

$$2E = 2\text{cut}(A, B) = \text{diss}(A, A) - \text{diss}(A, \Omega) + \text{diss}(B, B) - \text{diss}(B, \Omega) \quad (10)$$

但由于 $\text{diss}(A, \Omega) + \text{diss}(B, \Omega) = \text{diss}(\Omega, \Omega)$ 与图划分无关, 可忽略。因此, 式(10)等价于 $2E = \text{diss}(A, A) + \text{diss}(B, B)$ 。证毕

下面给出本文多相活动轮廓模型的外部能量泛函定义:

$$E_{\text{ext}}^{\text{LGMAC}} = - \sum_{i=1}^N \int_{p \in A_i} \int_{q \in A_i} w(p, q) dq dp \quad (11)$$

其中 $N = 2^k$ 是目标区域个数。由定义可知, 最优化过程即是最小化各目标区域内的图像点相异性。

Vese 等^[6]针对分段常数和分段光滑的图像提出了用 k 个水平集函数划分 $N = 2^k$ 个子区域的多相分割模型: 用 $\phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k\}$ 表示水平集函数的集合, A_1, A_2, \dots, A_{2^k} 表示分割区域, 则 $\bigcup_{i=1}^{2^k} A_i = \Omega$, $\bigcap_{i=1}^{2^k} A_i = \emptyset$,

对于第 $i(i = 1, 2, \dots, 2^k)$ 个区域, 自然数 i 的二进制数可表示为 $b_1^i b_2^i \dots b_k^i$ (其中 $b_l^i = \{0, 1\}$, $1 \leq l \leq k$)。由此可定义区域 A_i 的特征函数

$$A_i : \chi_i = \prod_{l=1}^k \left[H(\phi_l)^{b_l^i} (1 - H(\phi_l))^{(1-b_l^i)} \right] \quad (12)$$

其中 H 是一维 Heaviside 函数, 在数值实现时, 本文采用与文献[4,6]一致的正则化 Heaviside 函数及相应的 Dirac 函数:

$$H_\varepsilon(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{x}{\varepsilon} \right) \right] \quad (13)$$

$$\delta_\varepsilon(x) = H'_\varepsilon(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + x^2}$$

结合活动轮廓长度约束项, LGMAC 能量泛函可表示为

$$E^{\text{LGMAC}}(\phi) = -\lambda \sum_{i=1}^{2^k} \int_{\Omega} \int_{\Omega} w(p, q) \chi_i(p) \chi_i(q) dq dp + \sum_{l=1}^k \int_{\Omega} |\nabla H_\varepsilon(\phi_l(p))| dp \quad (14)$$

由 $E^{\text{LGMAC}}(\phi)$ 通过变分^[6]得到如下水平集函数的演化方程:

$$\frac{\partial \phi_l(c)}{\partial t} = \delta_\varepsilon(\phi_l(c)) \left[\lambda \sum_{j=1}^{2^{k-1}} \chi_j^l(c) \left(\int_{\Omega} w(c, p) \chi_j^l(p) \cdot H_\varepsilon(\phi_l(p)) dp - \int_{\Omega} w(c, p) \chi_j^l(p) (1 - H_\varepsilon(\phi_l(p))) dp \right) + \kappa_l \right] \quad (15)$$

其中 $\chi_j^l(p) = \prod_{m=1, m \neq l}^{k-1} \left[H_\varepsilon(\phi_l)^{b_j^m} (1 - H_\varepsilon(\phi_l))^{(1-b_j^m)} \right]$ ($j = 1, 2, \dots, 2^{k-1}$), $\kappa_l = \text{div} \left[\frac{\nabla \phi_l}{|\nabla \phi_l|} \right]$ 是活动轮廓 C_l 的曲率,

而 $\lambda > 0$ 是外部能量项的权系数。与文献[4,6,9,11]一致, 本文算法根据式(15)的中心差分方法实现。

4 实验分析

本文用 LGMAC 模型对 Berkeley 数据库^[15]的多幅自然图像(具有形态各异的目标边界)进行分割实验, 并将结果与 GPAC 模型^[9]和 NCUT 模型^[16]的分割结果进行定量比较, 分析和验证 LGMAC 模型的以下特点: (1)目标边界获取能力; (2)窄带加速效果; (3)多相分割的有效性。实验参数的取值: $\varepsilon = 1.0$, $\sigma = 6.0$, $\lambda = 0.1 \times 255^2$, 时间步长 $\Delta t = 0.2$ 。实验

平台为具有 Intel Core2 1.66G CPU, 1.5G RAM 的微机。

实验 1 目标边界获取能力 图 1 是一副自然图像的 2 相分割结果和比较, 该图像由于暗纹理等影响存在一定程度的模糊边界。图 1(b)是 GPAC 模型的分割结果, 图 1(c)是本文 LGMAC 模型的 2 相分割结果, 而图 1(d)是 GPAC 和 LGMAC 模型局部分割结果的比较。从对比结果可知, LGMAC 模型不仅能精确定位出高对比度目标边界, 而且在弱边界处理上也较 GPAC 模型更为出色。

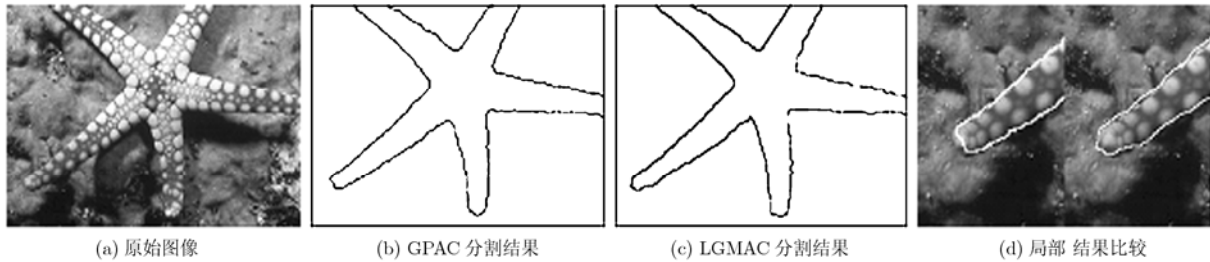


图 1 自然图像 LGMAC2 相分割示例

通过分割质量的定量比较, 进一步验证 LGMAC 模型的边界获取能力: 本文选取 Berkeley 数据库内适合 2 相分割的 64 副自然图像进行 GPAC 和 LGMAC 分割实验, 并计算其查全率 Recall(R)、查准率 Precision(P)和 F-Measure(F)。表 1 是上述分割实验的平均 P, R 和 F 值, 图 2 选取了一组自然图像的分割结果: 其中第 1 行是原始图像, 第 2 行是人工分割结果, 第 3, 4 行分别是 GPAC 和 LGMAC 模型的多相分割结果。由实验及分析结果可知, LGMAC 模型的 R, P 及 F 值均不同程度高于 GPAC 模型, 这得益于 LGMAC 模型的局部弱边界处理能力, 因此 LGMAC 模型的整体分割质量相对较优。

表 1 分割精确度分析

	GPAC	LGMAC
查准率 P	0.655	0.682
查全率 R	0.486	0.537
F 值	0.557	0.601

实验 2 窄带加速效果 本文通过分析 GPAC 模型和 LGMAC 模型的数据访问次数来计算算法复杂度: 在 GPAC 模型的数值实现中, 数据的访问次数为 amn , a 为平均迭代次数, n 是图像点个数;

而本文 LGMAC 的窄带演化实现为 bk^2m , b 为基于窄带加速的水平集迭代次数, $k = 6\sigma$ 是窄带宽度, 而 $m \ll n$ 是演化曲线上图像点的个数。表 2 给出了图 2 分割实验的平均运算量测定, 可以看出: LGMAC 模型不仅每次迭代的计算时间明显小于 GPAC 模型, 同时迭代次数也略小于 GPAC 模型, 因此, LGMAC 模型的实现效率优于 GPAC 模型。

表 2 图 2 实验平均运算量测定

	GPAC	LGMAC
迭代次数	1027	855
CPU 时间(s)	84.25	20.03
迭代平均时间(s)	0.082	0.023

实验 3 多相分割的有效性 图 3 给出了 LGMAC 模型 2 相($k=1$), 4 相($k=2$)及 16 相($k=4$)的分割示例。由实验结果可以看出, 本文模型可以实现多目标分割且分割结果较为理想: 随着相数增加, LGMAC 模型能较好地细分目标子区域, 而整体均质区域(如黑色背景)仍能比较完整地维持形状而未被过分割。

通过与 NCUT 模型的定量分析比较, 进一步验证 LGMAC 多相分割的有效性: 自然图像分别通过 NCUT 模型和 LGMAC 模型进行多相分割, 分割结

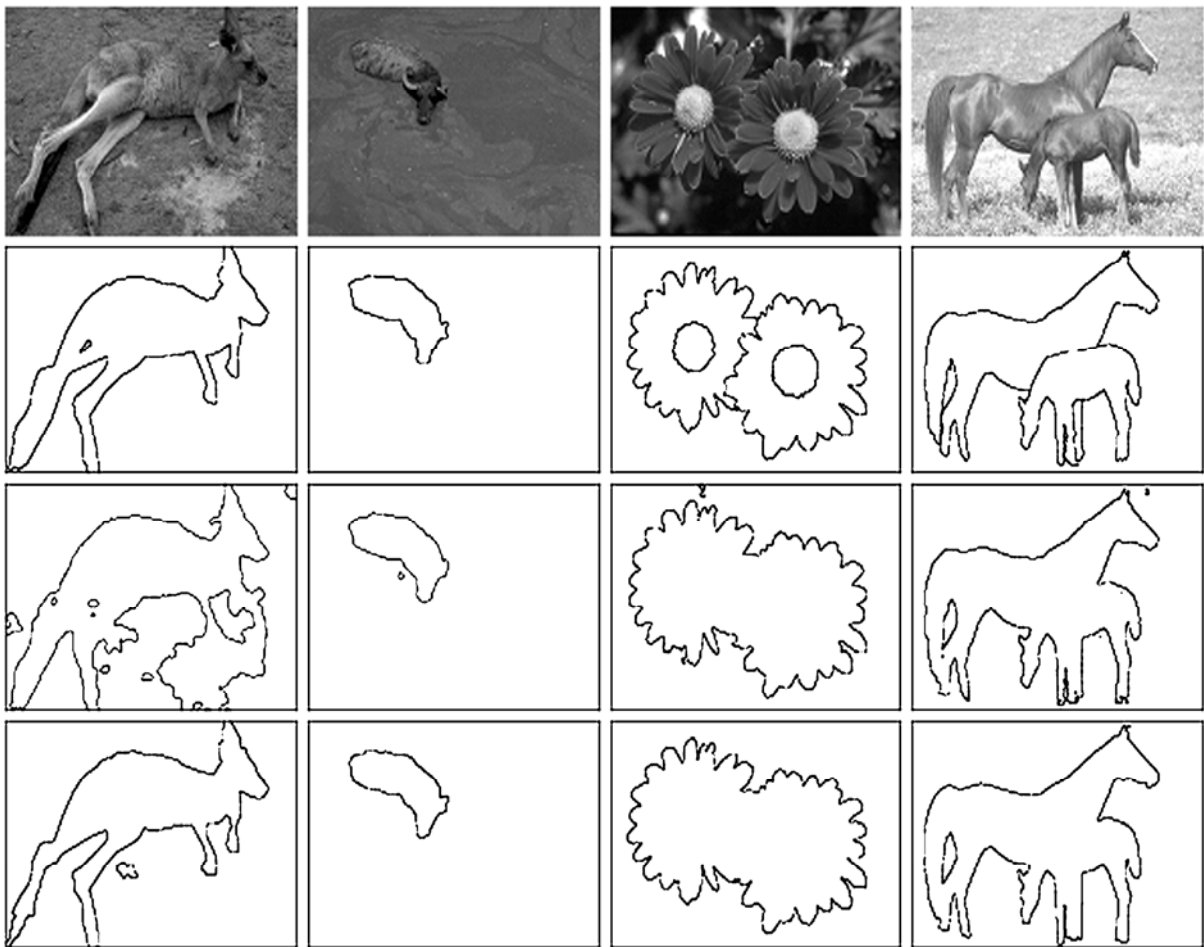


图 2 LGMAC 和 GPAC 模型 2 相分割结果

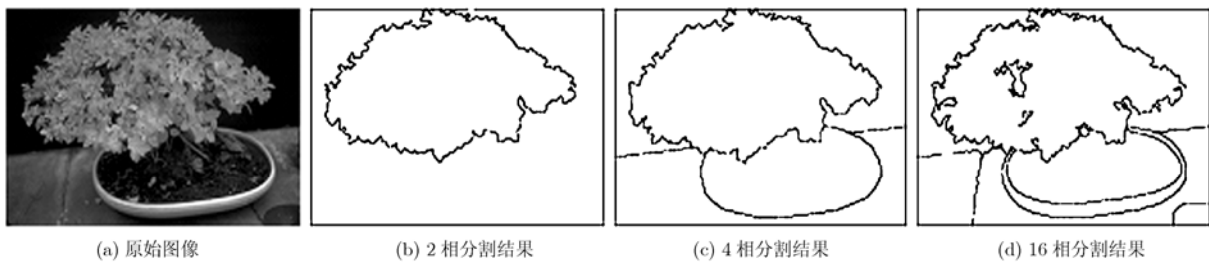


图 3 自然图像 LGMAC 多相分割示例

果与人工分割结果做比较, 并计算各模型的分割精度 F 值。图 4 是一组自然图像的实验结果, 其中第 1 行是原始图像, 第 2 行是人工分割结果, 第 3, 4 行分别是 NCUT 模型(采样邻域 18×18)和 LGMAC 模型的多相分割结果, 同时 F 值标记在结果图下。实验结果可知, LGMAC 模型分割结果的 F 值比 NCUT 模型高出 21%~37%, NCUT 模型的分割结果存在较大程度的过分割, 弱边界处理也不甚理想, 而 LGMAC 模型能同时保留大尺度均质目标和小尺度细节, 且边界定位基本准确。

5 结束语

本文提出了一种基于局部图划分的多相活动轮廓(LGMAC)图像分割模型: 以测度核函数定义连接权函数, 在测度像素点相似性的同时, 能有效表征和区分图像局部结构, 从而较完整地保留潜在边界信息; 同时, 通过核带宽的约束, 实现模型的快速窄带水平集演化。此外, LGMAC 模型还实现了复杂场景下的多目标分割。而融合更多图像特征定义连接权函数^[13], 进一步提高 LGMAC 模型的分割精度, 将是本文后续工作的主要内容。

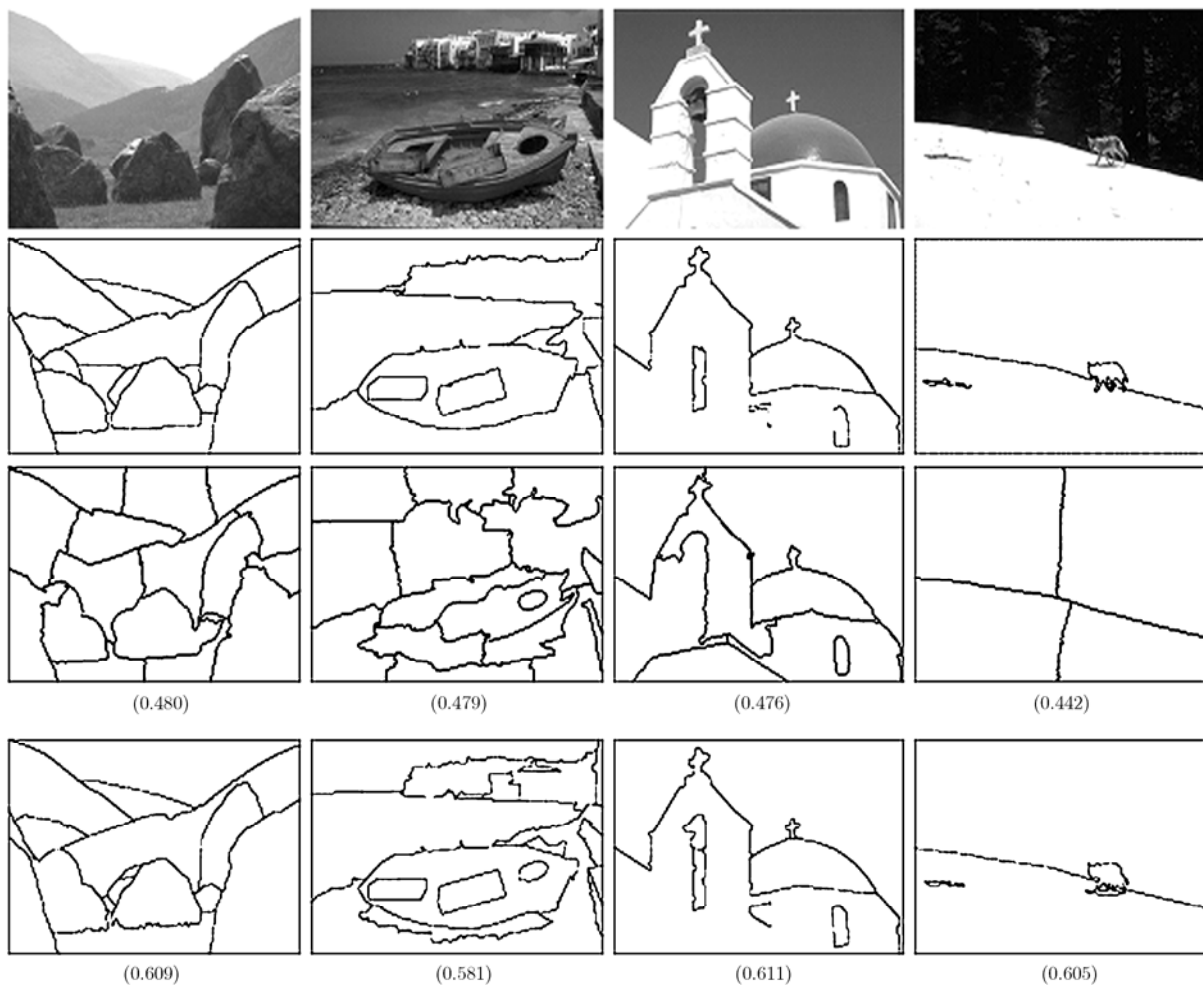


图4 LGMAC 和 NCUT 模型多相分割结果

参考文献

- [1] Kass M, Witkin A, and Terzopoulos D. Snakes: Active contour models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1988, 1(4): 321-331.
- [2] Osher S and Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation [J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12-49.
- [3] Caselles V, Kimmel R, and Sapiro G. Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1): 61-79.
- [4] Chan T F and Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266-277.
- [5] Yan N L, Lee H K, and Yip A M. A multiresolution stochastic level set method for Mumford-Shah image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(12): 2289-2300.
- [6] Vese L and Chan T F. A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford and Shah model [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3): 271-293.
- [7] Paragios N and Deriche R. Geodesic Active Regions: A new framework to deal with frame partition problems in computer vision [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2002, 13(1-2): 249-268.
- [8] 曹宗杰, 闵锐, 庞伶俐, 等. 基于统计模型的变分水平集 SAR 图像分割方法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(12): 2862-2866. Cao Zong-jie, Min Rui, and Pang Ling-li, et al. A variational level set SAR image segmentation approach based on statistical model [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(12): 2862-2866.
- [9] Sumengen B and Manjunath B S. Graph Partitioning Active Contours (GPAC) for image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(4): 509-521.
- [10] Bertelli L, Sumengen B, and Manjunath B S, et al. A

- variational framework for multiregion pairwise-similarity-based image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, 30(8): 1400-1414.
- [11] Yuan X, Situ N, and Zouridakis G. A narrow band graph partitioning method for skin lesion segmentation [J]. *Pattern Recognition*, 2009, 42(6): 1017-1028.
- [12] Grazzini J and Soille P. Edge-preserving smoothing using a similarity measure in adaptive geodesic neighbourhoods [J]. *Pattern Recognition*, 2009, 42(10): 2306-2316.
- [13] 刘佳, 王宏琦. 一种基于图割的交互式图像分割方法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(8): 1973-1976.
- Liu Jia and Wang Hong-qi. A graph-cuts based interactive image segmentation method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(8): 1973-1976.
- [14] Scheunders P. A multivalued image wavelet representation based on multiscale fundamental forms [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(5): 568-575.
- [15] Martin D, Fowlkes C, and Tal D, *et al.* A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics [C]. *Proceedings 8th International Conference on Computer Vision*, Vancouver, Canada, 2001: 416-423.
- [16] Shi J and Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
- 孔丁科: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为图像处理、计算机图形学及地理信息系统.
- 汪国昭: 男, 1944年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为计算机图形学、计算机辅助几何设计及图像处理.