

基于网络编码的分层媒体多播中的层速率分配优化

林晓斌^{①②} 许胤龙^{①②} 詹成^{①②} 王青山^③

^①(中国科学技术大学计算机科学与技术学院 合肥 230027)

^②(安徽省高性能计算重点实验室 合肥 230027)

^③(合肥工业大学理学院 合肥 230009)

摘要: 该文研究了基于网络编码的分层媒体多播中的层速率优化分配问题。通过优化分配层速率, 最大化所有接收节点的接收速率总和。由于该问题是一个非线性整数规划的问题, 该文提出了一个时间复杂度为 $O(|V| |T|^2 |E|^2)$ 的启发式的层速率分配算法 MRAA。算法 MRAA 根据各接收节点的接收带宽将网络图按层层数优化分解成子图, 每个子图中各接收节点的最大流的最小值即是相应的层速率。模拟实验表明, 算法 MRAA 相比已有算法对网络吞吐量提高 15%–18%, 对各接收节点的平均带宽利用率改善 6%–10%。

关键词: 网络编码; 网络异构性; 分层媒体多播; 层速率分配; 非线性整数规划

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2421-08

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01069

Optimal Layer Rate Allocation in Layered Media Multicast Based on Network Coding

Lin Xiao-bin^{①②} Xu Yin-long^{①②} Zhan Cheng^{①②} Wang Qing-shan^③

^①(School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

^②(The Key Laboratory on High Performance Computing, Anhui Province, Hefei 230027, China)

^③(School of Science, HeFei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: This paper focuses on layer rate allocation in network coding based layered media multicast. The sum of receiving rates of all receivers is maximized by optimizing layer rate allocation. Since it is a nonlinear integer programming, a heuristic algorithm, MRAA (M-layer Rate Allocation Algorithm), is proposed with the time complexity $O(|V| |T|^2 |E|^2)$ to solve it. Algorithm MRAA decomposes the network graph into several subgraphs, and the minimum of the maximum flows of all receivers in each subgraph is the corresponding layer rate. Numerical results indicate that the algorithm MRAA can increase the network throughput by 15%–18% and improve the average bandwidth utilization rate of the receivers by 6%–10%, compared with the algorithm in the existing work.

Key words: Network coding; Network heterogeneity; Layered media multicast; Layer rate allocation; Nonlinear integer programming

1 引言

随着网络技术的快速发展, 视频会议、远程教学、交互视频游戏等众多流媒体应用受到广泛的关注。由于网络的异构性, 同一个多播会晤中各接收节点可能具有不同的接收带宽。单速率多播中, 所有接收节点以相同速率接收服务, 不适合异构网络。而多速率多播在同一个多播会晤中以不同的速率为不同接收节点提供服务, 更适合大规模异构网络的多媒体应用。

分层多播(累积分层多播)^[1]是一种广泛应用的多速率多播技术。在分层多播中, 源节点将多媒体数据编码成一个基础层和若干增强层。基础层包含最基本数据, 能够独立解码; 而增强层 k 只有在基础层, 增强层 1, 增强层 2, \dots , 增强层 $k-1$ 都收到时才能解码。接收节点收到的分层数量越多服务质量越好。各接收节点可以根据各自的带宽接收相应层数的分层数据。

在传统的网络通信中, 中间节点收到数据后对数据不进行任何处理, 只实现存储转发。而利用网络编码(network coding)^[2], 中间节点对收到的数据进行编码处理后再转发, 接收节点收到足够的编码数据后, 通过解码操作即可得到所有参与编码的原

2009-08-05 收到, 2010-06-28 改回

国家自然科学基金(60773036)资助课题

通信作者: 林晓斌 xblin@mail.ustc.edu.cn

始数据。通过网络编码,中间节点可以增加每次传输的有效信息量,从而提高网络吞吐量。Ahlsvede 等人^[2]、Koetter 等人^[3]证明了利用网络编码多播组可以达到的最大多播速率等于源节点到各接收节点的最大流的最小值。Li 等人^[4]证明了利用线性网络编码多播组就可以达到最大多播速率。Sanders 等人^[5]则提出了构造线性编码的多项式时间算法来保证多播组能达到最大多播速率。

近年来,基于网络编码的多速率媒体多播引起了一些专家学者的关注。文献[6-9]研究了多速率多播的问题,但没有考虑分层之间的优先级,不符合分层多播中高层数据依赖低层数据解码的特性。在每层速率已知的前提下,Zhao 等人^[10]、Xu 等人^[11]、Wu 等人^[12]分别研究了基于网络编码的分层多播。由于这些工作都假定各层速率是预先固定的,不能根据网络拓扑动态分配各层速率,从而不能充分利用网络带宽。在层速率可变的假定下,Zhang 等人^[13]研究了基于网络编码的层速率分配问题。由于该问题是一个非线性整数规划的问题,他们提出了确定层速率的近似算法 ApproxIVM。但该算法根据少数最大流较小的接收节点的最大流来确定层速率,会导致多数最大流较大的接收节点不能充分利用带宽;且每一分层速率确定后,文中没有给出算法用于分配每层数据所需的链路带宽,从而不能充分利用网络带宽。

针对每层速率可变的分层多播问题,本文研究了基于网络编码的层速率优化分配算法。该算法首先将网络图按接收节点的总数分解成子图,然后将这些子图按分层层数进行合并,在合并后的各子图中接收节点的最大流的最小值即是优化分配的各层速率大小。相比低带宽接收节点优先的层速率分配算法 ApproxIVM^[13],本文的算法居于全局优化,能够满足不同接收节点的带宽需求。模拟实验表明本文算法能够显著提高网络吞吐量,提高网络带宽的利用率。

2 问题模型

本节对基于网络编码的分层媒体多播中的层速率分配优化问题进行简要的形式化描述。表1给出几个重要的变量。

将网络用有向图 $G(V, E, s, T)$ 表示,其中 V 是节点集, E 是边集, s 是源节点, T 是所有 n 个接收节点的集合,即 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\} \subseteq V$ 。边 (u, v) 表示节点 u 和节点 v 之间的链路, $c(u, v)$ 表示链路 (u, v) 的容量。假定 s 上的视频数据经编码器分层编码后形成 $m(m \leq n)$ 个具有顺序关系的层:第1层(基础层),

表1 模型的部分变量

b_k	第 k 层的层速率
T_k	接收第 k 层的接收节点集合
z_i^k	0-1 变量,表示接收节点 t_i 能否接收第 k 层
f_i^k	从 s 到接收节点 t_i 的第 k 层数据流
$f_i^k(u, v)$	链路 (u, v) 上为 f_i^k 分配的带宽
$f^k(u, v)$	链路 (u, v) 上为第 k 层数据流分配的总带宽

第2层(增强层1), ..., 第 m 层(增强层 $m-1$)。为保证各接收节点能够正确地解码接收的网络编码数据包,本文限定对分层编码的视频文件进行网络编码时只是在同一分层的数据包之间进行。因为如果允许不同分层的数据包之间进行网络编码,可能造成低带宽的接收节点由于只能接收部分的网络编码包,从而不能正确解码。

由文献[11,13],基于网络编码的分层媒体多播中的层速率优化分配问题可模型化为以下数学规划:

$$\text{最大化: } \sum_{t_i \in T} \sum_{k=1}^m z_i^k * b_k$$

约束条件:

$$(1) z_i^k = 0 \text{ 或 } 1, \forall t_i \in T, \forall k = 1, \dots, m;$$

$$(2) z_i^1 \geq z_i^2 \geq \dots \geq z_i^m, \forall t_i \in T;$$

$$(3) \sum_{\{v|(u,v) \in E\}} f_i^k(u, v) - \sum_{\{v|(v,u) \in E\}} f_i^k(v, u) = \beta_{i,u}^k, \\ \forall u \in V, \forall t_i \in T, \forall k = 1, 2, \dots, m;$$

$$(4) f^k(u, v) \geq f_i^k(u, v) \geq 0, \forall (u, v) \in E, \forall t_i \in T, \\ \forall k = 1, 2, \dots, m;$$

$$(5) \sum_{k=1}^m f^k(u, v) \leq c(u, v), \forall (u, v) \in E。$$

$$\text{其中 } \beta_{i,u}^k = \begin{cases} z_i^k * b_k, & \text{若 } u = s \\ -z_i^k * b_k, & \text{若 } u = t_i。 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

数学规划的目标是最大化各接收节点的接收速率总和,即网络吞吐量。约束条件(1)和条件(2)是分层媒体数据的解码条件,即第 k 层在第1层到第 $k-1$ 层都接收的前提下才能解码。约束条件(3)是从源节点 s 到每一特定接收节点 $t_i (\forall t_i \in T)$ 的第 $k (\forall k = 1, 2, \dots, m)$ 层的数据流的平衡条件。约束条件(4)是基于网络编码的带宽使用特性:同一层数据流之间不竞争链路带宽。约束条件(5)保证每条链路的带宽使用在其容量限制之内。

0-1 变量 z_i^k 的取值依赖于 b_k , 因此当各层速率 b_k 为变量(即各层速率是我们需要优化分配的对象)

时上述规划式是非线性整数规划。通过求解非线性整数规划来优化分配各层速率十分困难。因此, 本文旨在设计有效的启发式算法来优化分配层速率以改善网络吞吐量, 提高网络带宽的利用率。

3 启发式算法

在分层媒体多播中, 网络各链路为每层数据分配链路带宽。根据各链路为 m 层数据分配的链路带宽, 网络图 $G(V, E, s, T)$ 被分解成 m 个子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ ($1 \leq k \leq m$)。 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ 是第 k 层数据在网络 $G(V, E, s, T)$ 中的传输图, 其中 $E_k = \{(u, v) \mid f^k(u, v) > 0, (u, v) \in E\}$, V_k 为与 E_k 中的边关联的节点集合, T_k 是接收第 k 层的接收节点集合。在层速率固定(即在问题模型的数学规划中, b_k 是已知常量, 此时数学规划为整数线性规划)的情形下, 文献[13]证明了数学规划的可行解对应于将网络图分解的各子图中的各参数, 文献[10,11]设计了相应的算法根据给定的各层速率将网络图分解成子图。而在层速率可变(即在问题模型的数学规划中, b_k 是需优化的变量, 此时数学规划为非线性整数规划)的情形下, 本文通过证明定理 1 从而求解各层的优化速率并得到各层相应的传输子图。

定理 1 在图 $G(V, E, s, T)$ 按最大化吞吐量最优分解的 m 个子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ ($1 \leq k \leq m$) 中, 从 s 到 T_k 的各接收节点最大流的最小值 $\min\text{-max flow}(G_k)$ 是第 k 层的最优层速率 b_k^* 。

证明 不妨设在传输子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ 中从 s 到 t_i ($t_i \in T_k$) 的最大流 $\text{maxflow}(t_i) = \min\text{-maxflow}(G_k)$ 。若 $\min\text{-maxflow}(G_k) < b_k^*$, 则 t_i 不能收到第 k 层, 即 $t_i \notin T_k$, 矛盾。若 $\min\text{-maxflow}(G_k) > b_k^*$, 利用算法 LIF^[5] 设定网络编码系数, 对在子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ 中传输的数据包进行网络编码, 能够保证 T_k 中的所有接收节点都以 $\min\text{-max flow}(G_k)$ 接收数据, 与题设 b_k^* 是第 k 层的最优层速率矛盾。因此, $\min\text{-maxflow}(G_k) = b_k^*$ 。 证毕

由定理 1, 优化分配 m 层的层速率即是网络图优化分解成 m 个传输子图, 每个传输子图中从源到各接收节点的最大流的最小值即是优化的层速率。由于直接将网络图分解成 m ($m \leq n$) 个子图较困难, 本文先设计算法 NRAA(N-layer Rate Allocation Algorithm)将网络图按接收节点的个数 n 分解成 n 个传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$), 其中 $E_l = \{(u, v) \mid y^l(u, v) > 0, (u, v) \in E\}$ 且 $y^l(u, v)$ 表示 n 层机制下链路 (u, v) 为第 l 层分配的带宽, V_l 是与 E_l 中的边相关联的节点集合, T_l 是接收 n 层机制下第 l 层的接收节点集合; 然后设计算法 MRAA

(M-layer Rate Allocation Algorithm)将 n 个子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$) 合并成 m 个子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ ($1 \leq k \leq m$), 在合并而成的各子图中接收节点最大流的最小值即是优化分配的 m 层机制下的各层速率。

3.1 算法 NRAA

将图 $G(V, E, s, T)$ 分解成 n 个子图, 则每个接收节点都能按照各自的接收带宽接收分层数据。假定图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 是网络图 $G(V, E, s, T)$ 为 n 层机制下的第 1 层到第 $l-1$ ($2 \leq l \leq n$) 层分配链路带宽后的残余图。由定理 1, 我们可根据图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中从 s 到 T_l 的各接收节点的最大流来确定 n 层机制下第 l 层速率, 并设计如下算法 NRAA: 如果所有接收节点的最大流都大于 0, 则以最大流的最小值为第 l 层速率, 各链路为第 l 层优化分配链路带宽以构造传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$)。否则如果最大流等于 0 的接收节点个数 $\delta \geq 1$, 则删除当前最大流为 0 的全部接收节点并确定第 l 层到第 $l+\delta-1$ 层的速率为 0, 即本文允许空层的存在。重复上述操作, 直至 n 层机制下各层速率和各层传输子图都得以确定。在算法 NRAA 构造的各层传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$) 中利用算法 LIF^[5] 作为网络编码方案, 能够保证 T_l 中的所有接收节点都能以图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中从 s 到 T_l 的各接收节点的最大流的最小值作为接收速率接收 n 层机制下的第 l 层数据。

算法 NRAA 与算法 ApproxIVM^[13] 有些相似, 但不同的是: 算法 ApproxIVM 是通过 m ($m \leq n$) 次迭代地取残余图中的非零最大流的最小值来确定 m 层机制下的各层速率; 且对于层速率优化的关键部分(即层速率确定后如何优化分配为满足该层速率所需的链路带宽), 算法 ApproxIVM 没有给出相应的链路带宽分配策略, 从而直接影响下一层速率的大小, 本文则在算法 NRAA 中提出如下启发式算法 NALBA(New Algorithm for Link Bandwidth Allocation)为第 l ($1 \leq l \leq n$) 层数据优化分配链路带宽, 进而从残余图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中优化分解出 n 层机制下第 l 层传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 。

因为本文以图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中从 s 到 T_l 的各接收节点的最大流的最小值为第 l 层速率, 所以图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中最大流最小的接收节点的路径带宽全部分配给第 l 层数据。因此, 在非最小最大流的接收节点的路径上为第 l 层数据分配带宽时, 应让它们充分利用最大流最小的接收节点路径上为第 l 层数据必需分配的带宽。根据此思想, 算法 NALBA 详细过程如下:

在图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中, 根据算法 Edmonds-

Karp^[14]计算从 s 到 t_i ($t_i \in T_l$) 的最大流 $\max\text{flow}(t_i)$, 并找出最大流经过的路径集合 P_i 。假设 $\max\text{flow}(t_i)$ 经过路径 p_i^j 的流量是 F_i^j , 经过链路 (u, v) 的流量是 $F_i(u, v)$ 。令 T'_l 表示 T_l 中最大流最小的接收节点集合。确定 T_l 中接收节点的最大流的最小值 \min 为第 l 层速率。要使 T'_l 中的所有接收节点都能接收第 l 层数据, 则在链路 (u, v) 上需分配的带宽 $f^l(u, v) = \max\{F_i(u, v) \mid t_i \in T'_l\}$ 。对最大流大于 \min 的每个接收节点 t_i ($t_i \in T_l - T'_l$), 都分别执行如下各步骤为第 l 层分配链路带宽(表 2)。

表 2 第 l 层分配链路带宽

```

(1) uassignFlowl ← min ; /* uassignFlowl 表示从 s 到 ti 的各
    路径上为第 l 层还需分配的路径带宽 */
for 每条链路 (u, v) do
    保存 fl(u, v);
for 从 s 到 ti 的每条路径 pij do
    residualFlowlj ← Fij; /* residualFlowlj 表示 pij 上的
    剩余带宽 */
(2) for 从 s 到 ti 的每条路径 pij do
    if uassignFlowl > 0
        if pij 与从 s 到 Tl 中的接收节点的路径有公共链路
            preFlowlj ← min{max{fl(u, v) | (u, v) ∈ pij, Fij} };
            /* preFlowlj 表示先分配的带宽 */
            residualFlowlj ← Fij - preFlowlj;
            uassignFlowl ← uassignFlowl - preFlowlj;
            for 路径 pij 上的每条链路 (u, v) do
                fl(u, v) ← fl(u, v) - preFlowlj;
(3) if uassignFlowl > 0
    将第 l 层还需分配的路径带宽 uassignFlowl 均匀分摊到
    residualFlowlj > 0 的各路径 pij 上, 假设 pij 新分配的带
    宽为 evenFlowlj;
(4) for 每条链路 (u, v) do
    恢复 fl(u, v) 至保存的值。

```

表 2 中第(3)步对均匀分摊网络带宽到各路径的处理方法, 可参见文献[10]的 Heuristic Approach。在算法 NALBA 中, 路径 p_i^j 为从 s 到 t_i ($t_i \in T'_l$) 的第 l 层数据分配的带宽 $f_i^j = F_i^j$, 路径 p_i^j 为从 s 到 t_i ($t_i \in T_l - T'_l$) 的第 l 层数据分配的带宽 $f_i^j = \text{preFlow}_l^j + \text{evenFlow}_l^j$ 。 n 层机制下链路 (u, v) 上为通往 t_i ($t_i \in T_l$) 的第 l 层数据分配的带宽:

$$y_i^l(u, v) = \sum_{p_i^j \in P_i} f_i^j \quad (1)$$

因此, n 层机制下链路 (u, v) 为第 l ($1 \leq l \leq n$) 层数据分配的总带宽为

$$y^l(u, v) = \max\{y_i^l(u, v) \mid t_i \in T_l\} \quad (2)$$

定理 2 在图 $R_l(V_l, E_l, s, T_l)$ 中, 为 n 层机制下第

l 层数据分配链路带宽的算法 NALBA 的时间复杂度是 $O(|T_l| \|V_l\| E_l^2)$ 。

证明 算法 NALBA 对所有接收节点执行相同操作, 所以我们以单个接收节点 t_i ($t_i \in T_l$) 为例进行分析。不妨设 t_i 为非最小最大流的接收节点。首先执行算法 Edmonds-Karp^[14]计算 $\max\text{flow}(t_i)$ 并找出 t_i 的路径集 P_i , 时间复杂度为 $O(|V_l| \|E_l\|^2)$ 。其次, 算法 NALBA 为第 l 层分配链路带宽各步骤的时间复杂度为 $O(|E_l|)$ 。综上, 对单个接收节点 t_i 所需执行操作的时间复杂度为 $O(|V_l| \|E_l\|^2) + O(|E_l|) = O(|V_l| \|E_l\|^2)$ 。共有 $|T_l|$ 个接收节点, 因此算法 NALBA 的时间复杂度为 $O(|T_l| \|V_l\| E_l^2)$ 。证毕

基于算法 NALBA 分配 n 层机制下各层传输子图的链路带宽, 本文设计算法 NRAA 如表 3 所示:

表 3 本文设计算法 NRAA

```

(1) for each ti ∈ T do
    ci ← 0; /*初始化各接收节点的接收速率*/
    for l ← 1 to n do
        ai ← 0; /*初始化 n 层机制下的各层速率*/
        T0 ← T;
(2) for l ← 1 to n do /*分成 n 层*/
(a) δ ← 0; /*初始化当前最大流等于 0 的接收节点个数*/
    Tl ← Tl-1}; /*分层解码特性*/
    for each ti ∈ Tl do
        运行 Edmonds-Karp 算法, 计算 maxflow(ti);
        if maxflow(ti) = 0
            Tl ← Tl - {ti}; /*把 ti 从 Tl 中删除*/
            δ ← δ + 1;
(b) if δ == 0 /*所有接收节点的最大流大于 0*/
    ai ← min{max flow(ti) | ti ∈ Tl};
    for each ti ∈ Tl
        ci ← ci + ai;
        执行算法 NALBA 在各链路 (u, v) 上为第 l 层分配带宽
        yl(u, v), 构造图 Hl(Vl, El, s, Tl);
    for each (u, v) ∈ E do
        更新链路 (u, v) 可用带宽 c(u, v) ← c(u, v) - yl(u, v);
    else /*有 δ 个接收节点最大流为 0*/
        l ← l + δ - 1; /*第 l 层到第 l + δ - 1 层速率为 0*/

```

在算法 NRAA 构造的图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$) 中利用算法 LIF^[5]作为网络编码方案, 能够保证 T_l 中的所有接收节点都接收到 n 层机制下的第 l 层数据。

由算法 NRAA 优化分配 n 层机制下的层速率列表 $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$, 并得到 n 层机制下各接收节点的接收速率列表 $C = \langle c_1, c_2, \dots, c_n \rangle$, 则根据算法 NRAA 的设计思想显然易证以下性质。

性质 1 若由算法 NRAA 得到的各接收节点的

接收速率 c_1, c_2, \dots, c_n 满足 $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$, 则 c_i ($1 \leq i \leq n$) 与 n 层机制下各层速率 a_1, a_2, \dots, a_n 之间的关系满足 $c_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ 。

定理 3 在网络 $G(V, E, s, T)$ 中, n ($|T| = n$) 层机制下的层速率优化分配算法 NRAA 的时间复杂度为 $O(|V| |T|^2 |E|^2)$ 。

证明 算法 NRAA 的时间复杂度是由 n 次调用算法 NALBA 决定的。而由定理 2, 在网络 $G(V, E, s, T)$ 的残余子图 $R_i(V_i, E_i, s, T_i)$ 中, 算法 NALBA 的时间复杂度为 $O(|T_i| |V_i| |E_i|^2)$, 其中 $V_i \subseteq V, E_i \subseteq E, T_i \subseteq T$ 。所以算法 NRAA 的时间复杂度为 $n * O(|T| |V| |E|^2) = O(|V| |T|^2 |E|^2)$ 。证毕

3.2 算法 MRAA

为优化分配 m ($m \leq n$) 层的层速率, 本文将由算法 NRAA 预先分成的 n 层视频数据合并成 m 层。假定由算法 NRAA 优化分配的 n 层机制下层速率列表 $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$, 接收节点接收速率的有序列表 $C = \langle c_1, c_2, \dots, c_n \rangle$ (其中 $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$)。在最大化网络吞吐量的目标下, 将 n 层合并成 m 层的过程等价于在最大化 $\sum_{k=1}^m \min(C_k) \times |C_k|$ 的目标下, 将有序列表 C 划分成 m 个子列表 C_1, C_2, \dots, C_m 。其中 $|C_k|$ 表示子列表 C_k 的元素个数, $\min(C_k)$ 表示子列表 C_k 中的最小值。上述划分即是把 n 个接收节点划分成 m 个接收组 Q_1, Q_2, \dots, Q_m , 在接收组 Q_k 中有 $|C_k|$ 个接收节点且组中的所有接收节点都能以速率 $\min(C_k)$ 接收在 m 层机制下从第 1 层到第 k 层的共计 k 层的分层数据。因此可优化分配 m 层机制下各层速率为

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \min(C_1) \\ b_2 &= \min(C_2) - \min(C_1) \\ &\vdots \\ b_k &= \min(C_k) - \min(C_{k-1}) \\ &\vdots \\ b_m &= \min(C_m) - \min(C_{m-1}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对于有序列表划分成子列表的问题, Gau 等人^[15]证明了有序列表的最优划分一定是有序划分, 并提出了把元素个数为 n 的有序列表划分成 m 个有序子列表的多项式时间算法 FALP (Fast Algorithm for List Partition)。

不妨设有序列表 $C = \langle c_1, c_2, \dots, c_n \rangle$ (其中 $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$), 经算法 FALP 划分成有序子列表 (每个子列表的元素从小到大排序) 为: $C_1 = \langle c_1, c_2, \dots, c_{i_1-1} \rangle$ (注: $i_0 = 1$), $C_2 = \langle c_{i_1}, c_{i_1+1}, \dots, c_{i_2-1} \rangle, \dots, C_m = \langle c_{i_{m-1}}, c_{i_{m-1}+1}, \dots, c_n \rangle$, 则接收节点集合 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 被分成的 m 个接收分组:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \{t_1, t_2, \dots, t_{i_1-1}\} \\ Q_2 &= \langle t_{i_1}, t_{i_1+1}, \dots, t_{i_2-1} \rangle \\ &\vdots \\ Q_k &= \langle t_{i_{k-1}}, t_{i_{k-1}+1}, \dots, t_{i_k-1} \rangle \\ &\vdots \\ Q_m &= \langle t_{i_{m-1}}, t_{i_{m-1}+1}, \dots, t_n \rangle \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

因此, m 层机制下, $T_k = \cup_{i=k}^m Q_i$ 。在组 Q_k ($1 \leq k \leq m$) 中的接收节点的接收速率都为 $c_{i_{k-1}}$, 又根据式 (3), 优化分配 m 层机制下各层速率为

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= c_1 \\ b_2 &= c_{i_1} - c_1 \\ &\vdots \\ b_k &= c_{i_{k-1}} - c_{i_{k-2}} \\ &\vdots \\ b_m &= c_{i_{m-1}} - c_{i_{m-2}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

而由算法 NRAA 的性质 1: $c_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ ($1 \leq i \leq n$), 因此优化分配 m 层机制下第 k ($1 \leq k \leq m$) 层速率为

$$\begin{aligned} b_k &= c_{i_{k-1}} - c_{i_{k-2}} = (a_1 + a_2 + \dots + a_{i_{k-1}}) - (a_1 + a_2 \\ &\quad + \dots + a_{i_{k-2}}) = a_{i_{k-2}+1} + a_{i_{k-2}+2} + \dots + a_{i_{k-1}} \end{aligned} \quad (6)$$

即 m 层机制下的第 k ($1 \leq k \leq m$) 层数据是由 n 层机制下的第 $i_{k-2} + 1$ 层到第 i_{k-1} 层共 $i_{k-1} - i_{k-2}$ 层数据合并而成的。因此 m 层机制下第 k ($1 \leq k \leq m$) 层的传输子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ 的链路带宽 $f^k(u, v)$ 与 n 层机制下的各传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$) 的链路带宽 $y^l(u, v)$ 满足以下等式:

$$f^k(u, v) = \sum_{l=i_{k-2}+1}^{i_{k-1}} y^l(u, v) \quad (7)$$

综上, 本文设计算法 MRAA 将算法 NRAA 构造的 n 层机制下的 n 个传输子图合并成 m 个传输子图, 优化分配 m 层机制下的各层速率。算法 MRAA 如表 4 所示。

表 4 本文设计算法 MRAA

- | |
|---|
| (1) 执行算法 NRAA, 优化分配 n 层机制下各层速率 a_1, a_2, \dots, a_n , 第 l 层传输子图 $H_l(V_l, E_l, s, T_l)$ ($1 \leq l \leq n$) 的链路带宽 $y^l(u, v)$, 各接收节点的接收速率 c_1, c_2, \dots, c_n 。 |
| (2) 将各接收节点按接收速率大小重新编号, 得到满足 $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_n$ 的有序列表 $C = \langle c_1, c_2, \dots, c_n \rangle$ 。 |
| (3) 执行算法 FALP ^[15] , 把有序列表 C 划分成 m 个有序子列表; 根据式(4)确定接收节点的分组情况, 从而确定 m 层机制下第 k 层的接收节点集合 T_k ; 根据式(5)或式(6)优化分配在 m 层机制下的各层速率; 根据式(7)求得 m 层机制下第 k 层传输子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ ($1 \leq k \leq m$) 的链路带宽 $f^k(u, v)$ 。 |

在算法 MRAA 构造的第 k ($1 \leq k \leq m$) 层传输子图 $G_k(V_k, E_k, s, T_k)$ 中, 利用算法 LIF^[5] 作为网络编码方案, 能够保证 T_k 中的所有接收节点都能以式(6)所示的速率接收 m 层机制下的第 k 层数据。

定理 4 在网络 $G(V, E, s, T)$ 中, m ($m \leq n = |T|$) 层机制下的层速率分配算法 MRAA 的时间复杂度为 $O(|V| |T|^2 |E|^2)$ 。

证明 算法 MRAA 由 3 步组成。第 1 步, 调用算法 NRAA, 时间复杂度为 $O(|V| |T|^2 |E|^2)$; 第 2 步, 按接收速率排序结果对接收节点重新编号, 时间复杂度为 $O(n^2) = O(|T|^2)$; 第 3 步, 调用算法 FALP, 时间复杂度为 $O(mn^2) = O(m |T|^2)$ 。所以总时间复杂度为 $O(|V| |T|^2 |E|^2) + O(|T|^2) + O(m |T|^2) = O(|V| |T|^2 |E|^2)$ 。证毕

4 模拟实验

本文通过 C++ 模拟实验进行算法性能评价。首先比较为各层视频数据分配链路带宽的新算法 NALBA、随机分配策略 RANDOM、算法 Heuristic Approach^[10] 的均匀分配策略; 然后比较层速率全局优化分配算法 MRAA、低带宽接收节点优先的层速率分配算法 ApproxIVM^[13]、层速率固定的算法 Heuristic Approach^[10]。

文献[16]表明为满足网络的异构性并保持合理的额外开销, 在分层多播中分层层数为 4 层是较为合理的值。因此本文在实验中取分层层数 $m = 4$ 。

在应用网络编码的前提下, 从源节点到某特定接收节点的最大流的值反映该接收节点的可接收带宽的大小。在实验中本文先采用平均标准化接收速率 ANR(Average Normalized Rate)^[6] 如式(8)所示(其中 r_i 表示 t_i 接收到的各分层数据的总速率, $\maxflow(t_i)$ 表示从 s 到 t_i 的最大流, T 是所有接收节点的集合。)对各算法进行比较。参数 ANR 反映网络中各接收节点对各自可接收带宽的平均利用率。参数 ANR 越大, 表明各接收节点的实际接收带宽越趋近各自的可接收带宽。但是本文的优化目标是吞吐量, 因此本节定义标准化的总接收速率 NTR(Normalized Total Rate)如式(9)所示(式(9)中各变量与式(8)含义一致。)来表示整个网络的实际接收带宽总和占可接收带宽总和的比例, 反映整个网络的带宽使用总量, 即网络吞吐量。

$$\text{ANR} = \frac{1}{|T|} \sum_{t_i \in T} \frac{r_i}{\maxflow(t_i)} \quad (8)$$

$$\text{NTR} = \frac{\sum_{t_i \in T} r_i}{\sum_{t_i \in T} \maxflow(t_i)} \quad (9)$$

4.1 参数 ANR 比较实验

图 1 采用 50 个节点和 10 个接收节点的随机网络拓扑。在算法 MRAA 的步骤 1, 即执行算法 NRAA 时, 分别执行随机分配路径带宽的 RANDOM 策略, 算法 Heuristic Approach 的均匀分配策略和算法 NALBA 3 种不同的方案为每层数据分配链路带宽, 得到算法 MRAA 的 3 个不同结果。图 1 中 RANDOM 策略最差。因为 RANDOM 策略在各路径上为每层数据随机分配带宽, 没有考虑带宽的有效分配。在图 1 中, 当网络的节点平均度从 5 增加到 8 时, 算法 NALBA 相比算法 Heuristic Approach 的均匀分配策略对 ANR 参数的改进在图 1(a)中由 3% 增加到 7%, 在图 1(b)中由 5% 增加到 10%。这是因为节点度越大, 从源节点到不同接收节点的路径之间有公共链路的可能性越大, 所以算法 NALBA 在非最小最大流的接收节点的路径上为各层分配带宽时, 让那些与最大流最小的接收节点的路径有公共链路的路径共享最小最大流接收节点的路径上为该层视频数据必需分配的带宽能够节省更多的带宽。

图 2 采用 100 个节点, 接收节点个数在 [4, 40] 以步长为 4 变化, 链路容量均匀分布在 [1, 20] 的随机网络拓扑。图 2 是算法 MRAA, 算法 ApproxIVM, 算法 Heuristic Approach 的比较结果。其中在层速率固定的算法 Heuristic Approach 中, 本文假定从源节点到各接收节点的最大流的范围已知为 [Min, Max], 源节点根据此范围固定第 1 层的速率为 Min, 其他层的速率相等且为 $(\text{Max} - \text{Min}) / (m - 1)$, m 为分层层数。从图 2 中可以看出, MRAA 相比 ApproxIVM 和 Heuristic Approach 对 ANR 参数的改进在图 2(a)中平均分别为 6% 和 20%, 在图 2(b)中平均分别为 10% 和 19%。因为 MRAA 根据网络拓扑从全局的角度优化分配各层速率, 并且采用算法 NALBA 为各层有效分配链路带宽; ApproxIVM 只根据网络中最大流最小的 4 个接收节点的最大流来确定 4 层视频数据的速率而且在各链路为每一层数据分配带宽时采用随机分配的方式, 这些都使得网络 ANR 参数受影响; 而 Heuristic Approach 中各层速率固定, 没有根据网络拓扑分配各层速率, 因此其 ANR 参数最差。

4.2 参数 NTR 比较实验

当以 NTR 为比较参数时, 重复上述实验得到实验结果如图 3 和图 4。图 3 与图 1 相似, 而图 4 与图 2 相比有些变化。在图 4 中, MRAA 相比 Heuristic Approach 和 ApproxIVM 对网络吞吐量的提高在图 4(a)中平均分别为 16% 和 15%, 在图 4(b)

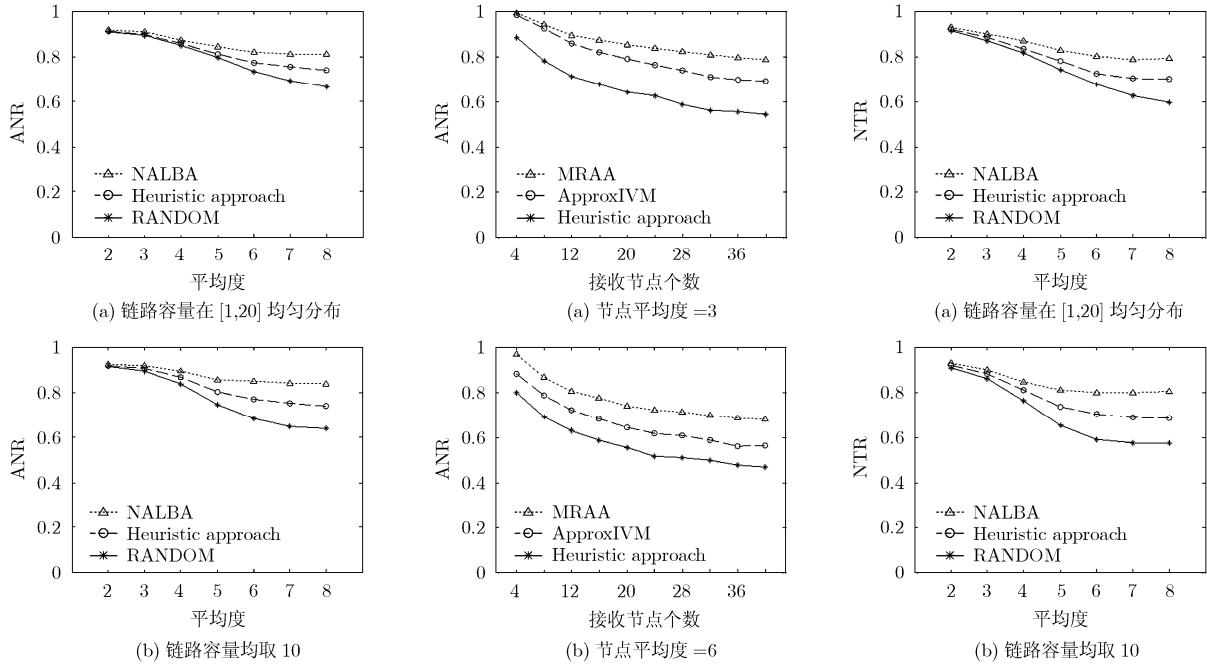


图 1 NALBA, RANDOM, Heuristic Approach 算法的参数 ANR 比较

图 2 MRAA, ApproxIVM, Heuristic Approach 算法的参数 ANR 比较

图 3 NALBA, RANDOM, Heuristic Approach 的参数 NTR 比较

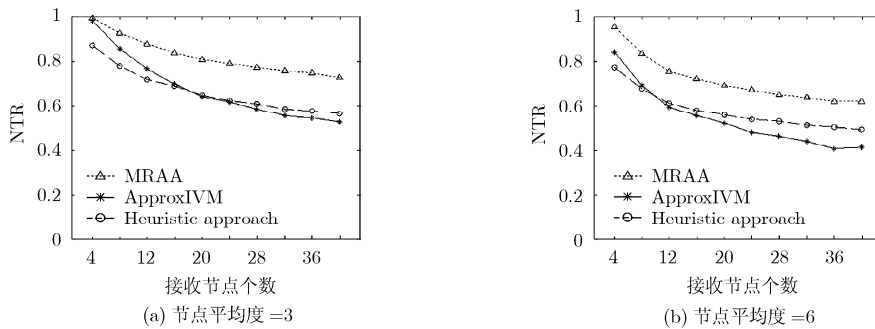


图 4 MRAA, ApproxIVM, Heuristic Approach 的参数 NTR 比较

中平均分别为 14%和 18%。因为 MRAA 考虑全局最优，使得所有接收节点都能充分利用带宽，所以各接收节点的平均带宽利用率和网络吞吐量都是三者中最优的。在图 4(a)和图 4(b)中，随着接收节点个数的增加，层速率固定的算法 Heuristic Approach 的吞吐量反而大于层速率经部分优化分配的算法 ApproxIVM。因为本文设定 Heuristic Approach 根据接收节点最大流的范围固定各层速率；而 ApproxIVM 根据少数低带宽接收节点的最大流分配各层速率，从而导致多数最大流较大的高带宽接收节点只能以低速率接收分层数据，不能充分利用带宽，从而影响网络吞吐量，尤其是当接收节点较多时。

5 结束语

本文研究了基于网络编码的分层媒体多播中的

层速率分配优化问题。证明了将网络图按分层层数最优分解成的各网络子图中的接收节点的最大流的最小值即是各层的最优层速率，并根据此思想提出了时间复杂度为 $O(|V||T|^2|E|^2)$ 的启发式算法 MRAA 优化分配各层速率。模拟实验表明本文的算法能够显著改善网络吞吐量，提高各接收节点的平均带宽利用率。本文的研究工作基于单会晤多播的情形，而在多会晤情形下基于网络编码的分层媒体多播中的层速率分配优化问题要复杂得多，我们将以此作为将来进一步的研究工作。

参考文献

[1] McCanne S, Jacobson V, and Vetterli M. Receiver-driven layered multicast. Proc. of ACM SIGCOMM 1996, Stanford, CA, USA, Aug. 1996: 117-130.
 [2] Ahlswede R, Cai N, and Li S R, et al. Network information flow. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(4):

- 1204–1216.
- [3] Koetter R and Medard M. An algebraic approach to network coding. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2000, 11(5): 782–795.
- [4] Li S R, Yueng R W, and Cai N. Linear network coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(2): 371–381.
- [5] Sanders P, Egnér S, and Tolhuizen L. Polynomial time algorithms for network information flow. Proc. of the 15th Annual ACM Symposium on Parallel Algorithms and Architectures (SPAA), San Diego, CA, USA, June 2003: 286–294.
- [6] Sundaram N, Ramanathan P, and Banerjee S. Multirate media stream using network coding. Proc. of the 43rd Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Monticello, IL, USA, Sep. 2005.
- [7] Wu X, Ma B, and Sarshar N. Rainbow network problems and multiple description coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(10): 4565–4574.
- [8] Shao M, Wu X, and Sarshar N. Rainbow network flow with network coding. Proc. of NetCod 2008, Hong Kong, China, Jan. 2008: 1–6.
- [9] Shao M, Dumitrescu S, and Wu X. Toward the optimal multirate multicast for lossy packet network. Proc. of ACM Multimedia 08, Vancouver, BC, Canada, Oct. 2008: 765–768.
- [10] Zhao J, Yang F, and Zhang Q, *et al.* LION: Layered overlay multicast with network coding. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2006, 8(5): 1021–1032.
- [11] Xu C, Xu Y, and Zhan C, *et al.* On network coding based multirate video streaming in directed network. Proc. of the 26th IPCCC, New Orleans, Louisiana, USA, Apr. 2007: 332–339.
- [12] Wu Y. Distributing layered content using network coding. 5th IEEE Annual Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad hoc Communications and Networks Workshops, San Francisco, CA, USA, June 2008: 1–4.
- [13] 张牧, 张顺颐, 刘伟彦. 多速率多播最大吞吐量问题研究. 电子与信息学报, 2008, 30(1): 16–20.
- Zhang M, Zhang S, and Liu W. On the optimal multi-rate throughput for multicast. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(1): 16–20.
- [14] Cormen T H, Leiserson C E, and Rivest R L, *et al.* Introduction To Algorithms (Second Edition). Massachusetts: MIT Press, 2001: 643–698.
- [15] Gau R, Haas Z J, and Krishnamachari B. On multicast flow control for heterogeneous receivers. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2002, 10(1): 86–101.
- [16] Yang Y R, Kim M S, and Lam S S. Optimal partitioning of multicast receivers. Proc. of ICNP 2000, Osaka, Japan, Nov. 2000: 129–140.
- 林晓斌: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为网络编码、流媒体技术、网络建模.
- 许胤龙: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为并行算法、网络路由算法和协议、网络编码.
- 詹成: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为网络编码、无线网络.
- 王青山: 男, 1975 年生, 副教授, 研究方向为路由算法和协议.