

基于超材料的正多边形电磁波聚焦器设计

杨成福^① 黄铭^① 杨晶晶^{①②} 印金国^① 彭金辉^②

^①(云南大学信息学院 昆明 650091)

^②(昆明理工大学材料与冶金工程学院 昆明 650093)

摘要: 该文基于变换光学方法, 导出了正多边形电磁聚焦器的介电常数和磁导率的分布, 并用有限元分析软件 COMSOL 进行了证实。分别仿真了 TE 波和线源激励下正三角形、正四边形、正五边形和正六边形电磁聚焦器附近的电场分布和能量密度分布, 并讨论了正多边形电磁聚焦器聚焦区域面积大小和电磁参数偏离理论值对其聚焦特性的影响, 结果表明: 聚焦区域越小, 电磁聚焦越强; 当超材料的电磁特性偏离理论值时, 电磁聚焦特性发生变化。

关键词: 超材料; 电磁聚焦; 电磁场; 有限元法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2485-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01027

Design of the N-sided Regular Polygonal Electromagnetic Wave Concentrator Using Metamaterials

Yang Cheng-fu^① Huang Ming^① Yang Jing-jing^{①②} Yin Jin-guo^① Peng Jin-hui^②

^①(School of Information Science and Engineering, Yunnan University, Kunming, 650091 China)

^②(Faculty of Materials and Metallurgical Engineering,

Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

Abstract: Based on transformation-optical approach, the distribution of permittivity and permeability for the N-sided regular polygonal electromagnetic wave concentrator is derived and functionality of the concentrator is numerically confirmed by the finite element solver COMSOL. Electric field and total energy distributions in the vicinity of the three-, four-, five- and six-sided regular polygonal concentrators are simulated. The influence of the focus area and deviation of material parameters from perfect N-sided regular polygonal concentrator on the concentrating effect is studied. The results show that the smaller the focus area, the stronger the total energy density; The deviation of material parameters from perfect concentrator results in a distortion of the electrical field and total energy density distribution.

Key words: Metamaterials; Electromagnetic wave concentrator; Electromagnetic field; Finite element method

1 引言

2006年, Pendry 等人^[1]提出基于 Maxwell 方程的形式不变性原理设计电磁斗篷的方法, 并通过理论证明采用超材料可以灵活控制电磁波的传播方向, 从而导致通过电磁场的方法不能检测到斗篷内物体的存在。同年, Leonhardt 等人^[2]采用变换 2 维 Helmholtz 方程的方法, 亦得到类似的结果; Schurig 等人^[3]用超材料在微波频段实验证明了电磁斗篷现象的存在。至此, 基于变换光学的方法, 用超材料控制电磁波成为目前研究的热点^[4-6], 许多具有特殊电磁性能的器件被提出。例如, 旋转斗篷^[7]、电磁

虫洞^[8]、阻抗匹配超棱镜^[9]、场移器^[10]、反斗篷^[11]、超散射^[12]、超吸收^[13]、斗篷传感器^[14]和圆柱形电磁波聚焦器^[15,16]等。由于电磁波聚焦器可能在太阳能电池^[15]、无线通信和微波加热等领域有重要的应用, 因此研究不同形状的电磁波聚焦器具有重要意义。

基于光学变换理论, 本文导出了正多边形电磁聚焦器的介电常数和磁导率的分布, 利用有限元分析软件 COMSOL 分析了该器件的电磁聚焦特性, 并讨论了聚焦区域面积大小和超材料电磁特性偏离理论值对聚焦特性的影响。以上工作将有助于设计电磁聚焦器, 并将促进超材料电磁特性的研究。

2 理论模型

根据变换光学理论, 变换空间媒质的介电常数和磁导率与原空间的关系为^[17]

$$\left. \begin{aligned} \epsilon^{i'j'} &= \Lambda_i^{i'} \Lambda_j^{j'} \left| \det(\Lambda_i^{i'}) \right|^{-1} \epsilon^{ij} \\ \mu^{i'j'} &= \Lambda_i^{i'} \Lambda_j^{j'} \left| \det(\Lambda_i^{i'}) \right|^{-1} \mu^{ij} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

2009-07-20 收到, 2009-12-01 改回

云南省教育厅重点项目(07Z10875), 云南省自然科学基金(2007F005M), 教育部重点项目(208133), 国家自然科学基金(60861002)和国家重点基础研究发展计划(973)项目(2007CB613606)资助课题

通信作者: 黄铭 huangming1963@126.com

式中 ϵ^{ij} 和 μ^{ij} 为原空间媒质的介电常数和磁导率； $\epsilon^{i'j'}$ 和 $\mu^{i'j'}$ 为变换空间媒质的介电常数和磁导率； \mathbf{A}'_i 为坐标变换的雅可比矩阵； $|\det(\mathbf{A}'_i)|$ 为该矩阵的行列式。与分析电磁透明体的过程类似^[18]，在变换区，入射电磁波经过压缩和扩展两次变换过程，使变换空间与原空间阻抗匹配，以达到电磁波离开变换区域后恢复原入射波前的目的。

2.1 压缩变换

以正四边形为例，理论模型如图 1 所示，正多边形柱外接圆的从内到外的半径分别为 a 、 b 和 c ，其标记方法见参考文献^[19]所示。在此模型中，压缩变换是指将区域 S_1 和 S_2 压缩到区域 S_1 内，在此压缩区域内，定义如下坐标变换 $r' = ar/b$ ， $\theta' = \theta$ ， $z' = z$ ，在此变换条件下，可导出其雅可比矩阵和对应的行列式：

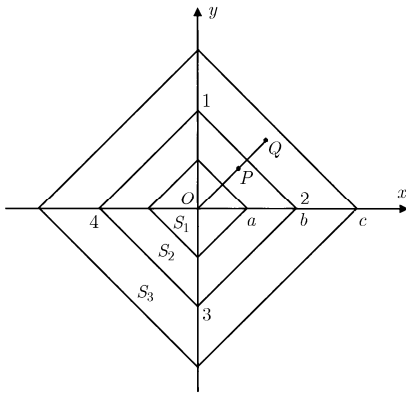


图1 正多边形电磁波聚焦器坐标变换示意图

$\mathbf{A}'_i = [a/b, 0, 0; 0, a/b, 0; 0, 0, 1]$ ， $\det(\mathbf{A}'_i) = (a/b)^2$ 。则变换空间媒质的介电常数和磁导率为

$$\epsilon^{i'j'} = \mu^{i'j'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (b/a)^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 扩展变换

在上述模型中，扩展变换是指将区域 S_3 扩展到区域 S_2 和 S_3 内部。设原空间区域 S_3 内的点 $Q(x, y)$ ，经过扩展变换为区域 S_2 和 S_3 内部的点 $P(x', y')$ 。受参考文献^[19]的启发，定义扩展变换公式为 $r' = k_1 r + k_2 r \cos(\pi/N) / \sqrt{r_1^2}$ ， $\theta' = \theta$ ， $z' = z$ 。式中， $k_1 = (c-a)/(c-b)$ ， $k_2 = c(a-b)/(c-b)$ ， $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ， $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ ， $r_1 = y \cos((2n-1)\pi/N) + x \sin((2n-1)\pi/N)$ 。进行坐标变换可导出雅可比矩阵及其行列式：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 y A B & -k_2 x A B & 0 \\ -k_2 y A C & k_1 + k_2 x A C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 $A = \cos(\pi/N)$ ， $B = \frac{\cos((2n-1)\pi/N)}{r_1 \sqrt{r_1^2}}$ ， $C = \frac{\sin((2n-1)\pi/N)}{r_1 \sqrt{r_1^2}}$ 。

$$\det(\mathbf{A}'_i) = (k_1)^2 + k_1 k_2 \cos(\pi/N) / \sqrt{r_1^2} \quad (4)$$

将式(3)和式(4)代入式(1)即可得到变换空间媒质介电常数和磁导率如下：

$$\epsilon_{xz} = \mu_{xz} = 0, \epsilon_{yz} = \mu_{yz} = 0, \epsilon_{zx} = \mu_{zx} = 0, \quad (5a)$$

$$\epsilon_{zy} = \mu_{zy} = 0 \quad (5a)$$

$$\epsilon_{zz} = \left[k_1^2 + \frac{k_1 k_2 \cos(\pi/N)}{\sqrt{r_1^2}} \right]^{-1} \quad (5b)$$

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \mu_{xy} = \mu_{yx} = \left[-k_1 k_2 \cos(\pi/N) \cdot \frac{x \cos((2n-1)\pi/N) + y \sin((2n-1)\pi/N)}{r_1 \sqrt{r_1^2}} - (k_2 \cos(\pi/N))^2 \sin((2n-1)\pi/N) \cdot \cos((2n-1)\pi/N) \frac{(x^2 + y^2)}{r_1^4} \right] \epsilon_{zz} \quad (5c)$$

$$\epsilon_{xx} = \mu_{xx} = \left[k_1^2 + 2k_1 k_2 \cos(\pi/N) \frac{y \cos((2n-1)\pi/N)}{r_1 \sqrt{r_1^2}} + (k_2 \cos(\pi/N) \cos((2n-1)\pi/N))^2 \frac{(x^2 + y^2)}{r_1^4} \right] \epsilon_{zz} \quad (5d)$$

$$\epsilon_{yy} = \mu_{yy} = \left[k_1^2 + 2k_1 k_2 \cos(\pi/N) \frac{x \sin((2n-1)\pi/N)}{r_1 \sqrt{r_1^2}} + (k_2 \cos(\pi/N) \sin((2n-1)\pi/N))^2 \frac{(x^2 + y^2)}{r_1^4} \right] \epsilon_{zz} \quad (5e)$$

仿真时， S_1 区的介电常数和磁导率用式(2)计算， S_2 和 S_3 区用式(5)计算。

3 仿真结果与讨论

3.1 TE 波聚焦特性分析

对于图 1 所示的正多边形电磁波聚焦器模型，仿真时，在模型的四周施加完全匹配边界条件(PML)，在 PML 层内表面施加沿 z 轴方向的电流，激励起沿 x 轴方向传播的频率为 4 GHz 的 TE 波。利用有限元仿真软件 COMSOL 建模和求解，即可对正多边形电磁波聚焦器的特性进行仿真和分析。图 2(a)，2(b)，2(c)和 2(d)分别为正三角形、四边形、五边形和六边形电磁聚焦器在 TE 波辐射下的聚焦特性的仿真结果，由图 2 可见，TE 波传输到正 N

边形电磁聚焦器时, 其电场分布聚焦于 S_1 区, 经扩展后穿过聚焦器件, 恢复为原波前。图 3 为与图 2 对应的正 N 边形电磁聚焦器附近的能量密度分布。由图可见, TE 波能量密度聚焦于 S_1 区, 该区能量密度最大。为了研究 S_1 区面积大小对聚焦特性的影响, 以六边形为例, 仿真了 S_1 区外接圆半径 a 改变时聚焦器电磁能量密度沿 x 轴上的分布, 结果见图 4 所示。由图可见, TE 波传输到正六边形聚焦器件表面时, 电磁能量密度扩展, 随后又经历了聚焦和扩展过程; S_1 区外接圆半径 a 越小, 其内能量密度越高。

3.2 线源激励下的聚焦特性分析

同理, 可仿真线电流源激励下正六边形电磁波

聚焦器的特性。图 5(a)为线源位于 x 轴上时电磁聚焦器件附近的电场分布。很明显, 电磁波聚焦于 S_1 区。图 5(b)和图 5(c)为线激励源分别位于 y 轴和仿真区域对角线上时的电场分布, 从图中可见, 正多边形电磁波聚焦器的聚焦特性不受激励源位置的影响, 即聚焦器件无方向性。图 5(d)为与图 5(c)对应的电磁能量密度分布。由图 5(d)可见, 柱面波能量密度聚焦于 S_1 区, 该区能量密度最大。 S_1 区面积大小对聚焦特性的影响见图 6 所示。由图可见, 柱面波传输到椭圆聚焦器表面时, 其物理过程与 TE 波激励下的情况类似; S_1 区外接圆半径 a 越小, 其内能量密度越高。

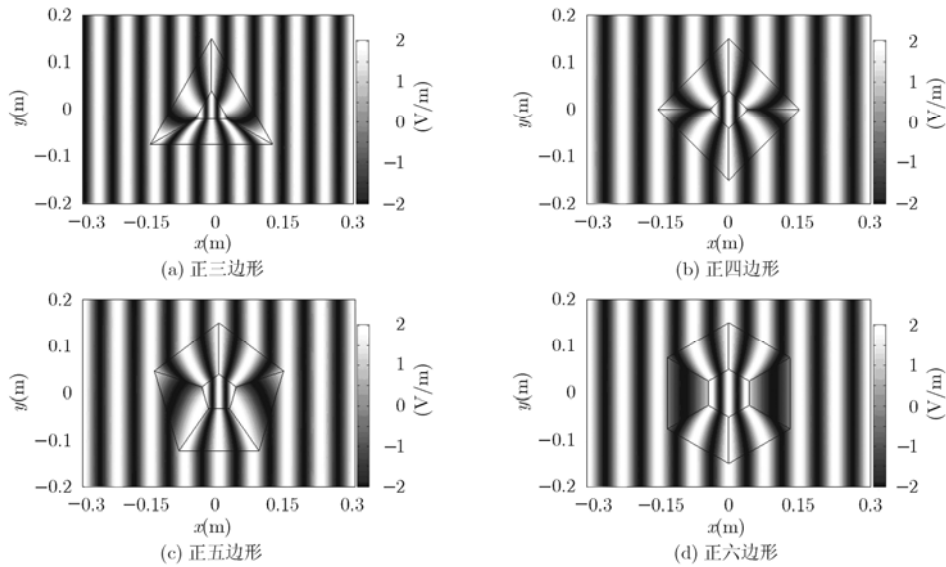


图 2 TE 波激励下正多边形电磁波聚焦器附近的电场(E_z)分布

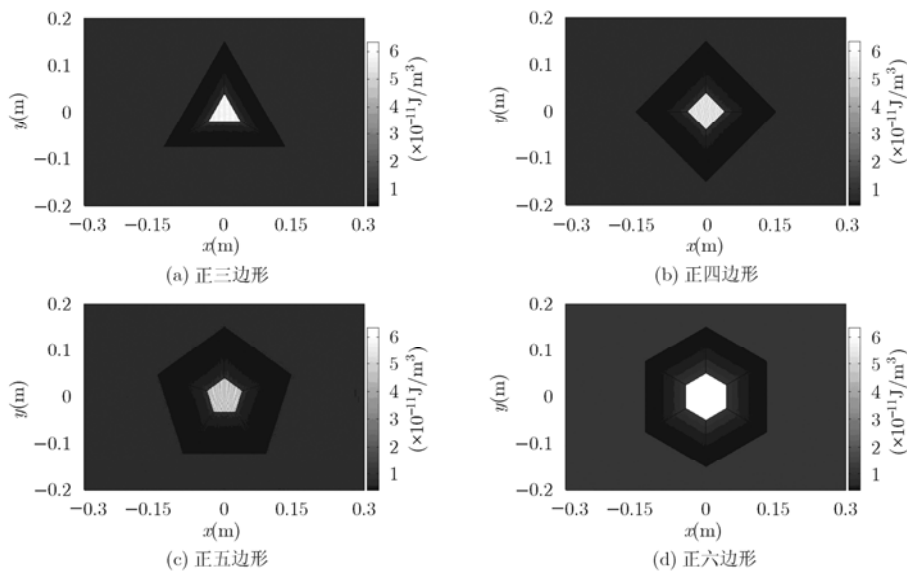


图 3 TE 波激励下正多边形电磁波聚焦器附近的能量密度分布

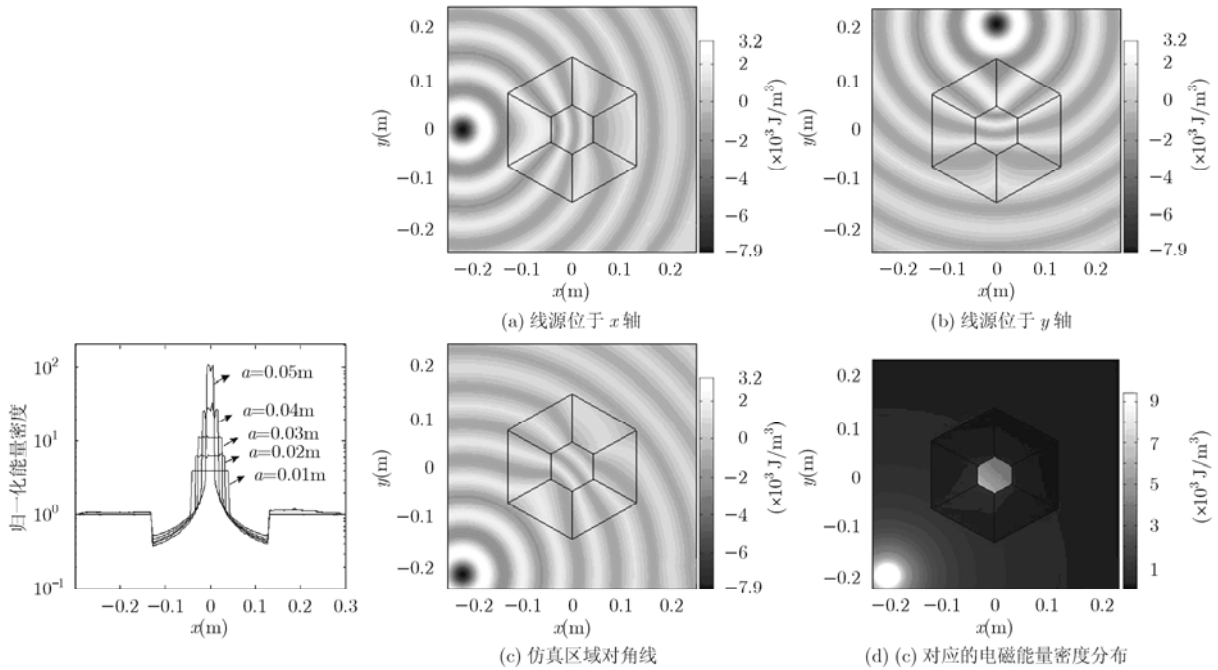


图4 TE波激励下正六边形电磁聚焦器沿x轴的归一化能量密度分布

图5 正六边形电磁波聚焦器附近的电场(E_z)分布及对应的能量密度分布

3.3 超材料电磁特性偏离理论值对聚焦特性的影响

采用文献[20]介绍的方法,本文仿真了超材料电磁特性偏离理论值对聚焦特性的影响。图7(a)为超材料电导率为0.05 S/m时,电磁波聚焦器附近的电场分布。由图可见,电导率 σ 不为0时,该器件虽然还有聚焦特性,但由于阻抗不匹配,存在反射,TE波通过聚焦器件后不能恢复原波前。图7(b)为

超材料介电常数和磁导率偏离理论值8%时,电磁波聚焦器附近的电场分布。同样,虽然该器件有聚焦特性,但也存在反射和波前变化现象。因此,当超材料电磁特性偏离理论值时,正多边形电磁波聚焦器的聚焦特性将严重劣化。图8(a)和8(b)分别为电导率和介电常数及磁导率变化时,x轴上的电磁能量密度分布。由图8(a)可见,电导率增大时, S_1 区

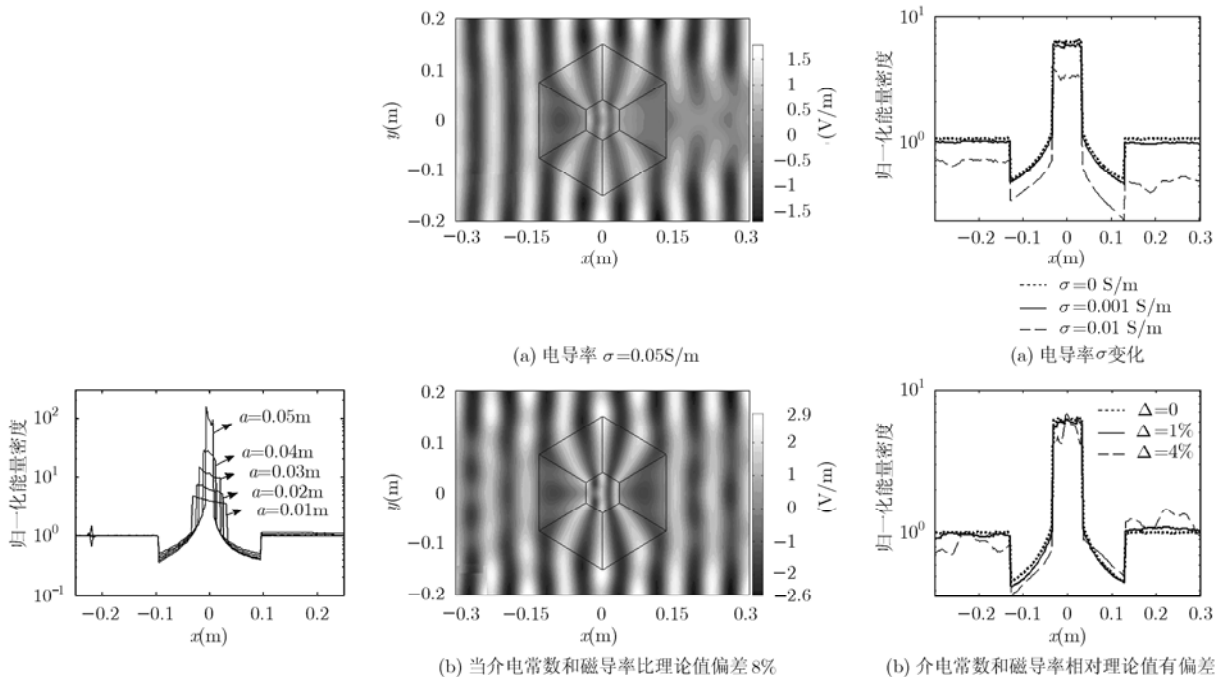


图6 线源激励下正六边形电磁聚焦器沿直线 $y = x$ 上的归一化能量密度分布

图7 电磁波聚焦器附近的电场(E_z)分布

图8 x轴上的电磁能量密度分布

的电磁能量密度减小, 聚焦器件的左右两侧形成了行驻波; 当电导率小于 0.001 S/m 时, 其偏差对能量密度分布几乎无影响, 器件左右两侧为行波。由图 8(b)可见, 介电常数和磁导率偏差越大, S_1 区内的电磁能量密度越不均匀; 聚焦器件的左右两侧形成了行驻波; 当介电常数和磁导率偏差小于 1%时, 对能量密度分布几乎无影响, 器件左右两侧为行波。上述现象都是由于阻抗不匹配造成的。同理, 线源激励下也可得到类似的结论。

4 结论

本文导出了正多边形电磁聚焦器的介电常数和磁导率的分布, 并用有限元分析软件 COMSOL 进行了证实。分别仿真了 TE 波和线源激励下正多边形电磁波聚焦器附近的电场分布和能量密度分布, 结果表明, 正多边形电磁聚焦器聚焦电磁波特性与激励源的类型和辐射方向无关, 并且电磁波离开聚焦器后能完美恢复原波前。此外, 聚焦区域大小和电磁参数偏差对其聚焦特性有明显的影响: 聚焦区域 S_1 面积越小, 电磁聚焦越强; 当超材料的电磁特性偏离理论值时, 电磁聚焦特性劣化。

参 考 文 献

- [1] Pendry J B, Schurig D, and Smith D R. Controlling Electromagnetic Fields [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1780-1782.
- [2] Leonhardt U. Optical conformal mapping [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1777-1780.
- [3] Schurig D, Mock J J, and Justice B J, *et al.* Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies [J]. *Science*, 2006, 314(5801): 977-980.
- [4] Alitalo P and Tretyakov S. Electromagnetic cloaking with metamaterials [J]. *Materialstoday*, 2009, 12(3): 22-29.
- [5] Caloz C. Perspectives on EM metamaterials [J]. *Materialstoday*, 2009, 12(3): 12-30.
- [6] Chen H Y. Transformation optics in orthogonal coordinates [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(7): 075102.
- [7] Chen H Y and Chan C T. Transformation media that rotate electromagnetic fields [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 90(24): 241105.
- [8] Greenleaf A, Kurylev Y, and Lassas M, *et al.* Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18): 183901.
- [9] Kildishev A V and Narimanov E E. Impedance-matched hyperlens [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(23): 3432-3434.
- [10] Rahm M, Cummer S A, and Schurig D, *et al.* Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(6): 063903.
- [11] Chen H Y, Luo X D, and Ma H R. The anti-cloak [J]. *Optics Express*, 2008, 16(19): 14603-14608.
- [12] Yang T, Chen H Y, and Luo X D, *et al.* Superscatterer: Enhancement of scattering with complementary media[J]. *Optics Express*, 2008, 16(22): 18545-18550.
- [13] Ng J, Chen H Y, and Chan C T. Metamaterial frequency-selective superabsorber[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(5): 644-646.
- [14] Alù A and Engheta N. Cloaking a sensor [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(23): 233901.
- [15] Rahm M, Schurig D, and Roberts D A, *et al.* Design of electromagnetic cloaks and concentrators using form-invariant coordinate transformations of Maxwell's equations [J]. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, 2008, 6(1): 87-95.
- [16] Yaghjian A D and Maci S. Alternative derivation of electromagnetic cloaks and concentrators [J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 115022.
- [17] Schurig D, Pendry J B, and Smith D R. Calculation of material properties and ray tracing in transformation media [J]. *Optics Express*, 2006, 14(21): 9794-9803.
- [18] Yu G X, Cui T J, and Jiang W X. Design of transparent structure using metamaterial [J]. *J. Infrared Milli Terahz Waves*, 2009, 30(6): 633-641.
- [19] Wu Q, Zhang K, Meng F Y, and Li L W. Material parameters characterization for arbitrary N-sided regular polygonal invisible cloak[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2009, 42: 035408.
- [20] 杨晶晶, 黄铭, 吴中元等. TE 波辐射下超材料正方形电磁斗篷特性分析[J]. *电波科学学报*, 2009, 24(1): 148-151.

杨成福: 男, 1986 年生, 硕士生, 从事新材料研究、电磁场数值计算。

黄 铭: 男, 1963 年生, 教授, 博士, 研究方向为无线通信与微波技术应用。

杨晶晶: 女, 1983 年生, 博士生, 从事新材料研究、电磁场数值计算。