

## 3D-Wedgelet 分解与工业 CT 体数据面特征提取

曾理<sup>①②</sup> 李宗剑<sup>①③</sup> 刘长江<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室 ICT 研究中心 重庆 400044)

<sup>②</sup>(重庆大学数理学院 重庆 400044)

<sup>③</sup>(重庆大学光电工程学院 重庆 400044)

<sup>④</sup>(四川理工学院数学系 自贡 643000)

**摘要:** 面特征是描述工业 CT 体数据组成的重要成分之一。在工业 CT 体数据中, 大部分的面特征不是以独立的形式存在, 而是以不同灰度区域边缘面的形式存在。多尺度几何分析方法中的 3D-Wedgelet 恰好能有效刻画这种结构。该文先分析了单尺度下 Planelet 的形状和内在联系, 得到一种快速 3D-Wedgelet 分解方法。以此为基础, 提出两种提取工业 CT 体数据面特征的方法。(1)基于多尺度 3D-Wedgelet 分解提取工业 CT 体数据的面特征。(2)先将体数据在 3 个相互垂直的方向上分别进行切片划分, 再对每组切片序列进行基于多尺度 Wedgelet 分解的线特征提取, 最后融合 3 个方向的线特征得到体数据的面特征。数字实验验证了该文方法可有效提取工业 CT 体数据的面特征。

**关键词:** 面特征提取; 3D-Wedgelet; 工业 CT; 体数据

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2314-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00903

## 3D-Wedgelet Decomposition and ICT Cubic Data's Surface Feature Extraction

Zeng Li<sup>①②</sup> Li Zong-jian<sup>①③</sup> Liu Chang-jiang<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(ICT Research Center, Key Laboratory of Optoelectronic Technology and System of the Education Ministry of China, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

<sup>②</sup>(College of Mathematics and Physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

<sup>③</sup>(College of Optoelectronic Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

<sup>④</sup>(Department of Mathematics, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China)

**Abstract:** Surface is one of the important features in industrial CT (ICT) cubic data. In actual, most of the surface features do not exist alone, but exist in the form of different gray regions. 3D-Wedgelet, one of the multiscale geometric analysis methods, provides a powerful competence to describe this structure. After analyzing the component and relation of Planelet in mono-scale, a fast 3D-Wedgelet decomposition method is gained. On the basis of it, two ICT cubic data's surface feature extraction methods are proposed. The first one is based on multiscale 3D-Wedgelet decomposition. The second one is composed of several parts as follows, first dividing the ICT cubic data into 3 slice group in 3 perpendicular directions each other, then extracting linear features based on multiscale Wedgelet decomposition, finally fusing the 3 slice group's linear features to gain surface features. Numerical experimental results show that the methods can extract the surface features of ICT cubic data effectively.

**Key words:** Surface feature extraction; 3D-Wedgelet; Industrial CT (ICT); Cubic data

### 1 引言

工业 CT 利用射线源在无损状态下对被检测材

料进行射线扫描检测和图像重建, 具有直观、可靠、灵敏度和分辨率高、影像不重叠等优点, 被国际无损检测界誉为最佳的无损检测手段<sup>[1]</sup>。

工业 CT 体数据的主要特征由点、线、面、管状物和丝状物刻画<sup>[2]</sup>。其中, 面特征常常对应目标对象的轮廓或边界。抽取出工业 CT 体数据中的面

2009-06-23 收到, 2009-11-27 改回

国家自然科学基金(60972104)资助课题

通信作者: 曾理 drlizeng@hotmail.com

特征对于描述和解译工业 CT 体数据本身是很重要的。

对体数据面特征的提取策略包括两大类：一类是直接对体数据进行面特征的提取；另一类是将体数据分解成一系列 2D 图像，对每幅 2D 图像进行线特征的提取，再将各幅 2D 图像的线特征组合成面特征。最经典的处理方法是边缘差分算子<sup>[3]</sup>，其它常见的方法如主动轮廓模型及其改进模型<sup>[4]</sup>、Facet 模型<sup>[5]</sup>、基于小波的方法<sup>[6]</sup>等等。上述方法提取得到的面特征，其结果并不是直接描述面特征的方程，而是由一个个点特征组成，因此，只能从主观视觉效果上说得到了面特征。

多尺度几何分析是近十多年来，图像稀疏分解发展的一个分支，其非常适合检测、表示、处理某些类型的高维数据。Wedgelet 变换作为多尺度几何分析方法家族中的一员<sup>[7]</sup>，由斯坦福大学的 Donoho 于 1999 年提出。Wedgelet 以区域基的方式分析数据，对以不同灰度区域形式存在的边缘线和边缘面有很好的分析能力<sup>[8,9]</sup>。

### 2 离散 3D-Wedgelet 变换

Wedgelet 被定义为  $N \times N$  ( $N = 2^j$ ) 图像中被一条 Beamlet 分成的两块区域<sup>[10]</sup>，同理，3D-Wedgelet 被定义为  $N \times N \times N$  ( $N = 2^j$ ) 数据中被一张 Planelet 分成的两块区域<sup>[11]</sup>，如图 1 所示。

#### 2.1 3D-Wedgelet 分解

记  $I$  为一  $N \times N \times N$  ( $N = 2^j$ ) 的体数据， $C_{j,k} = \prod_{i=1}^3 [k_i N/2^j, (k_i + 1)N/2^j]$  表示尺度为  $j$ ，位置为  $k = (k_1, k_2, k_3)$  的立方体块，且  $0 \leq j \leq J$ ， $0 \leq k_1, k_2, k_3 < 2^j$ ， $j, k_1, k_2, k_3 \in Z$ 。记  $C_{j,k}$  的边界点集为  $V$  (如图 2 黑点所示，其中，1 小立方体块代表 1 体素)。任取不在同一边上的 3 点  $(v_1, v_2, v_3) \in V$ ，则平面  $\overline{v_1 v_2 v_3}$  将  $C_{j,k}$  划分成两块区域，两块区域的体素均值分别记为  $m_a$  和  $m_b$ ，则立方体块  $C_{j,k}$  的 3D-Wedgelet 分解集  $W[I(C_{j,k})]$  为

$$W[I(C_{j,k})] = \{w(C_{j,k}; v_1, v_2, v_3, m_a, m_b) : (v_1, v_2, v_3) \in V\} \tag{1}$$

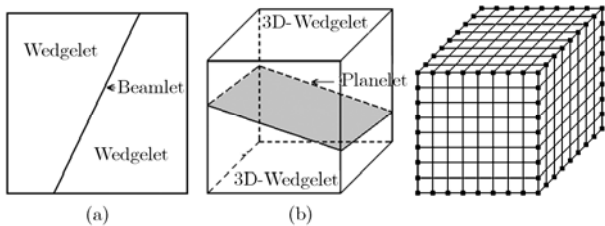


图 1 Wedgelet(a)和 3D-Wedgelet(b) 图 2 立方体块中的边界点

#### 2.2 快速 3D-Wedgelet 分解

对于  $N \times N \times N$  ( $N = 2^j$ ) 的立方体块，其边界点的个数为  $12N - 4$ ，理论上说，有  $C_{12N-4}^3$  张 Planelet。但其中存在重复的情形，如图 1(b)所示的 Planelet 包含了 4 个边界点，若按每 3 个边界点计算一张 Planelet，则该 Planelet 将被计算 4 次。因此，若对立方体块中的每张 Planelet 直接进行计算，将存在大量的重复计算。鉴于此，考虑通过找出单尺度下不同 Planelet 间的内在联系，以实现减少 3D-Wedgelet 分解的计算量。

2.2.1 Planelet 的形状 根据 Planelet 的边数，可将 Planelet 分为三角形、四边形、五边形和六边形 4 种，如图 3 所示。

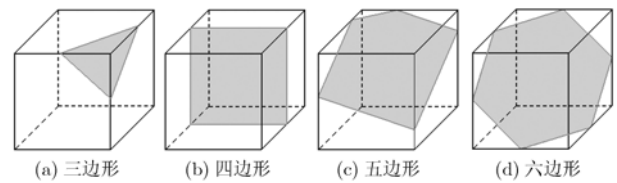


图 3 多边形 Planelet

2.2.2 单尺度下 Planelet 间的联系 为讨论方便，建立如图 4 的坐标系，原点为立方体块的前左下顶点。

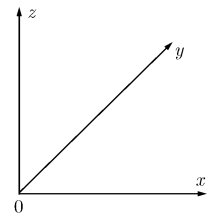


图 4 坐标系

(1)三角形 Planelet 三角形 Planelet 的 3 顶点相对位置关系只可能为图 5 所示的 8 种情形。

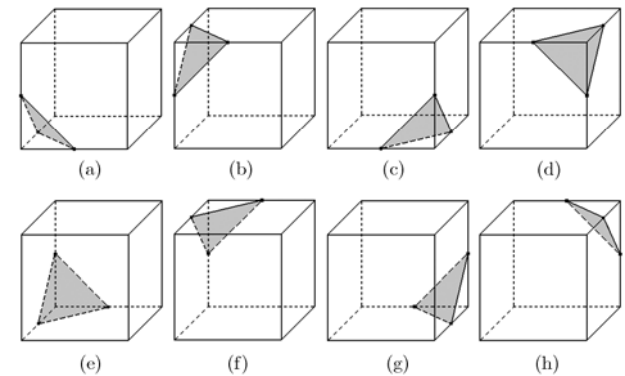


图 5 三角形 Planelet

设  $f(x, y, z) = 0$  是图 5(a) 的一个三角形, 则  $f(x, y, N - z) = 0$ ,  $f(N - x, y, z) = 0$ ,  $f(N - x, y, N - z) = 0$ ,  $f(x, N - y, z) = 0$ ,  $f(x, N - y, N - z) = 0$ ,  $f(N - x, N - y, z) = 0$ ,  $f(N - x, N - y, N - z) = 0$  分别是图 5(b)-5(h) 的一个三角形。图 5(a) 中, 三角形的 3 顶点坐标分别为  $(x_1, 0, 0)$ ,  $(0, y_2, 0)$ ,  $(0, 0, z_3)$ 。

(2) 四边形 Planelet 四边形 Planelet 包含两大类情况: 一类是两组对边均平行; 另一类是只有一组对边平行。构成四边形 Planelet 的立方体面可以是两组对面, 也可以是相邻 4 个面, 如图 6 所示, 其中图 6(a)-6(c) 由两组对面形成, 图 6(d)-6(o) 由相邻 4 个面形成。

对于由两组对面形成的四边形 Planelet, 设  $f(x, y, z) = 0$  是图 6(a) 的一个四边形, 则  $f(N - z, y, x) = 0$ 、 $f(x, N - z, y) = 0$  分别是图 6(b), 6(c) 的一个四边形。图 6(a) 中, 顶点 A、B、C 的坐标分别为  $(0, 0, z_1)$ ,  $(N, 0, z_2)$ ,  $(0, N, z_3)$ 。

对于由相邻 4 个面形成的四边形 Planelet, 设  $f(x, y, z) = 0$  是图 6(d) 的一个四边形, 则  $f(N - y, x, z) = 0$ ,  $f(N - x, N - y, z) = 0$ ,  $f(y, N - x, z) = 0$ ,  $f(x, N - z, y) = 0$ ,  $f(z, x, y) = 0$ ,  $f(N - x, z, y) = 0$ ,  $f(N - z, N - x, y) = 0$ ,  $f(x, N - y, N - z) = 0$ ,  $f(y, x, N - z) = 0$ ,  $f(N - x, y, N - z) = 0$ ,  $f(N - y, N - x, N - z) = 0$  分别是图 6(d)-6(o) 的一个四边形。图 6(d) 中, 顶点 A、B、C 的坐标分别为  $(0, 0, z_1)$ ,  $(x_2, 0, N)$ ,  $(0, N, z_3)$ 。

(3) 五边形 Planelet 五边形 Planelet 与立方体块的 5 个面相交, 换句话说, 只与 1 个面不相交, 据此可粗分为 6 种情形。而对于每一种情形, 又可细分为 4 种。设  $f(x, y, z) = 0$  是图 7 的一个五边形, 则  $f(N - x, y, z) = 0$ ,  $f(z, y, N - x) = 0$ ,  $f(z, y, x) = 0$ ,  $f(x, N - y, z) = 0$ ,  $f(N - x, N - y, z) = 0$ ,  $f(z, N - y, N - x) = 0$ ,  $f(z, N - y, x) = 0$ ,  $f(y, x, z) = 0$ ,  $f(y, N - x, z) = 0$ ,  $f(y, N - z, N - x) = 0$ ,  $f(y, N - z, x) = 0$ ,  $f(N - y, x, z) = 0$ ,  $f(N - y, N - x, z) = 0$ ,  $f(N - y, N - z, N - x) = 0$ ,  $f(N - y, N - z, x) = 0$ ,  $f(x, z, N - y) = 0$ ,  $f(N - x, z, N - y) = 0$ ,  $f(N - z, x, N - y) = 0$ ,  $f(N - z, N - x, N - y) = 0$ ,  $f(x, z, y) = 0$ ,  $f(N - x, z, y) = 0$ ,  $f(N - z, x, y) = 0$ ,  $f(N - z, N - x, y) = 0$  分别是立方体中的一个不重复五边形。图 7 中, 顶点 A、B、C 的坐标分别为  $(0, N, z_1)$ ,  $(x_2, 0, N)$ ,  $(x_3, 0, 0)$ 。且  $x_2 \neq x_3$ , 因为, 若  $x_2 = x_3$ , 则为四边形 Planelet。

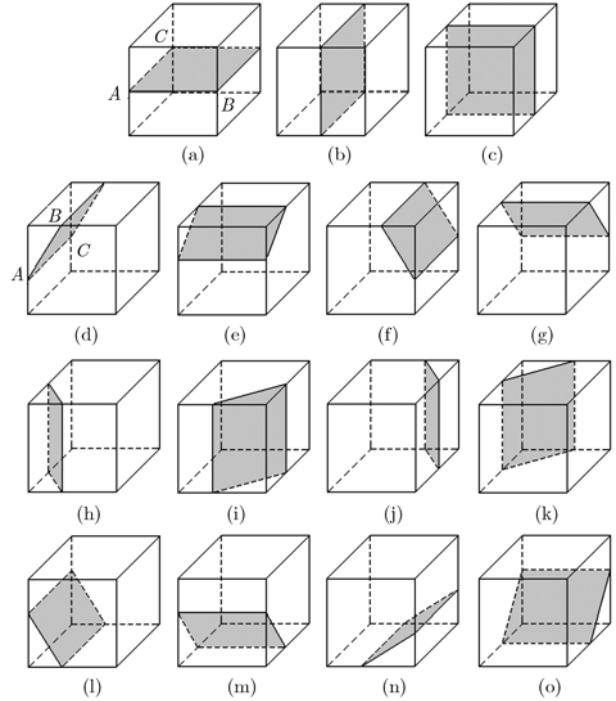


图 6 四边形 Planelet

(4) 六边形 Planelet 六边形 Planelet 与立方体块的 6 个面均相交, 且 3 组对边两两平行, 可以将其分为 4 种情形。设  $f(x, y, z) = 0$  是图 8 的一个六边形, 则  $f(N - y, x, z) = 0$ ,  $f(N - x, N - y, z) = 0$ ,  $f(y, N - x, z) = 0$  分别是立方体中的一个不重复六边形。图 8 中, 顶点 A、B、C 的坐标分别为  $(0, y_1, N)$ ,  $(x_2, 0, 0)$ ,  $(N, N, z_3)$ 。

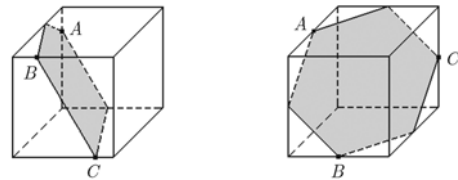


图 7 五边形 Planelet 代表

图 8 六边形 Planelet 代表

**2.2.3 单尺度下 3D-Wedgelet 的分解** 记  $I_0 = \sum_{z=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{N-1} I(x, y, z)$ , 被一张 Planelet 分开的两块 3D-Wedgelet 区域分别为  $w_1, w_2$ , 各自的体素均值分别为  $m_1, m_2$ , 包含的体素个数分别为  $N_1, N_2$ ,  $N_1 + N_2 = N^3$ 。

第 1 步 使用 2.2.2 节的方法, 选定顶点 A、B、C, 计算平面 Planelet 的方程  $f(x, y, z) = 0$ 。

第 2 步 计算被平面  $f(x, y, z) = 0$  分成的两块 3D-Wedgelet 区域的体素均值  $m_1, m_2$ ,  $m_1 = \sum_{(x,y,z) \in \{f(x,y,z) \le 0\}} I(x,y,z) / N_1$ ,  $m_2 = (I_0 - m_1 \cdot N_1) / N_2$ 。

$/N_2$ 。

第 3 步 利用 2.2.2 节讨论的坐标变换得到与该 3D-Wedgelet 区域相关的其它 3D-Wedgelet 区域, 并计算出各自的体素均值。

重复上述步骤, 依次计算完立方体内的三角形、四边形、五边形和六边形 Planelet。

### 3 工业 CT 体数据面特征提取

对于立方体中的两互补 3D-Wedgelet, 按图 4 所示的  $x, y, z$  方向分别进行切片划分, 均会得到一序列组的 Wedgelet。因此, 对于工业 CT 体数据面特征的提取, 给出如下的两种思路: (1) 基于 3D-Wedgelet 分解的提取方法; (2) 先对体数据在  $x, y, z$  方向分别进行切片划分, 然后对每张切片作基于 Wedgelet 分解的线特征提取, 最后融合 3 个方向的线特征从而得到体数据的面特征。

#### 3.1 单尺度下的特征提取

对于体数据而言, 根据所选尺度  $j$  和位置  $k = (k_1, k_2, k_3)$ , 求出立方体块  $C_{j,k}$  内满足条件  $\max |m_1 - m_2| > t$  ( $t$  为阈值) 的 Planelet  $\overline{v_1 v_2 v_3}$ 。其中,  $m_1, m_2$  为由 Planelet  $\overline{v_1 v_2 v_3}$  分成的两互补 3D-Wedgelet 的体素均值。对于切片图像而言, 处理的思想一样。

#### 3.2 多尺度下的特征提取

多尺度与单尺度相比, 具有更大的灵活性。多尺度 Wedgelet 或 3D-Wedgelet 分解由不同尺度下的单尺度 Wedgelet 或 3D-Wedgelet 分解组成。经多尺度 Wedgelet 或 3D-Wedgelet 分解后的数据形成一种二叉树或八叉树结构。对二叉树或八叉树进行由下至上地最优修剪, 就能得到线特征或面特征的最优表示。

由文献[11]知道: 大尺度下的 1 条 Beamlet, 由小尺度下的 1, 2 或 3 条 Beamlet 组成; 大尺度下的 1 张 Planelet, 由小尺度下的 1, 2, 3, 4, 5 或 6 张 Planelet 组成。记大尺度下的正方形块为  $S$ , 立方体块为  $C$ , 小尺度下的正方形块分别为  $S_1 \sim S_4$ , 立方体块分别为  $C_1 \sim C_8$ 。沿用 3.1 节单尺度下的特征提取思想, 给出多尺度下特征提取的判断条件。

对体数据而言, 当

$$\max_{m_1, m_2 \in C} |m_1 - m_2| < \max \left( \max_{m_1, m_2 \in C_i} |m_1 - m_2|, i = 1, \dots, 8 \right) \quad (2)$$

和

$$\max_{m_1, m_2 \in C} |m_1 - m_2| < \sum_{i=1}^8 \max_{m_1, m_2 \in C_i} |m_1 - m_2| / 6 \quad (3)$$

同时成立时, 将  $C$  分解为  $C_1 \sim C_8$ , 其它情况则保留

$C$ 。

对切片图像而言, 当

$$\max_{m_3, m_4 \in S} |m_3 - m_4| < \max \left( \max_{m_3, m_4 \in S_i} |m_3 - m_4|, i = 1, \dots, 4 \right) \quad (4)$$

和

$$\max_{m_3, m_4 \in S} |m_3 - m_4| < \sum_{i=1}^4 \max_{m_3, m_4 \in S_i} |m_3 - m_4| / 3 \quad (5)$$

同时成立时, 将  $S$  分解为  $S_1 \sim S_4$ , 其它情况则保留  $S$ 。

条件式(2), 式(4)说明子立方体块或图像块中存在比父立方体块或图像块中更明显的面或线特征。条件式(3), 式(5)保证了不会将 1 张大的面特征划分为多张小的面特征或 1 条长的线特征划分为多条短的线特征。

#### 3.3 线特征的融合

考虑图 9(a)中的体数据模型, 背景为白色, 目标对象为一实心立方体(为了视觉效果, 用黑色标出 12 条边)。记上, 下, 左, 右, 前, 后表面分别为平面 1, 2, 3, 4, 5, 6。分别按  $x, y, z$  方向划分切片, 切片图像均如图 9(b)(含目标)和 9(c)(不含目标)所示。对于这个体数据模型, 我们感兴趣的面特征, 实际上为立方体的 6 个面。

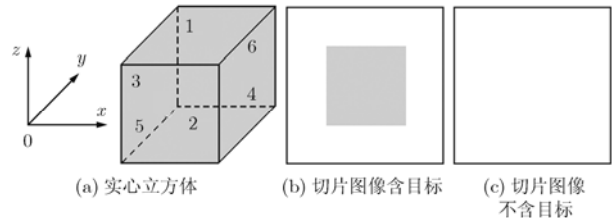


图 9 体数据模型

若沿  $x, y, z$  方向分别划分切片, 并进行基于 Wedgelet 的线特征提取, 则提取结果分别是平面 1, 2, 5, 6; 平面 1, 2, 3, 4; 平面 3, 4, 5, 6。

从上面的分析可以看出, 若按一个方向对体数据划分切片, 最终得到的面特征提取结果将比实际感兴趣的面特征要少。因此, 本文考虑将 3 个方向的提取结果进行数据融合。

记  $x, y, z$  方向各自的线特征提取结果分别为  $out\_x, out\_y, out\_z$ 。从上面的分析可以知道, 若体素点  $v$  位于感兴趣的面特征上, 则满足下式

$$v \in out\_x \cup out\_y \cup out\_z \quad (6)$$

即将 3 个方向上各自切片序列组的线特征提取结果进行合并, 从而得到整个体数据的面特征。

但式(6)只是体素点位于感兴趣面特征上的必要条件, 不是充分条件。对于实际的体数据而言,

由于其结构组成更加复杂,利用式(6)得到的面特征中除了真正的面特征外还有一部分线特征,保留这部分线特征并不影响后续对体数据的分析。

#### 4 实验结果与分析

实验的实际数据采用 Internet 上公布的工业 CT 体数据 engine<sup>[12]</sup>, 尺寸为  $256 \times 256 \times 128$ , 其一张切片及 3 维显示分别如图 10(a), 10(b)所示。实验用计算机配置如下: AMD3100+, 1 G 内存, VC++6.0, Windows XP。基于 3D-Wedgelet 和 Wedgelet 方法的分解尺度均为尺度 4 到尺度 6, 面特征提取

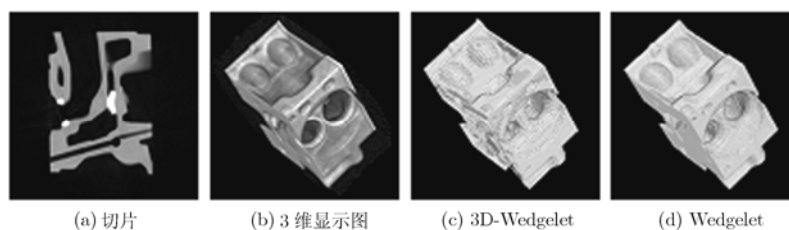


图 10 实验结果

从提取结果的主观效果上看,基于 Wedgelet 比基于 3D-Wedgelet 方法提取的面特征更平滑,尤其体现在曲面部分。出现这种结果有两方面的原因。一方面,基于 3D-Wedgelet 方法得到的面特征是由一系列的 Planelet 组成,而 Planelet 本身是平面,对体数据中曲面特征的描述实际上是一个平面逼近曲面的过程。另一方面,基于 Wedgelet 的方法是将面特征转化为 3 个相互垂直方向上的线特征进行提取。在转化的过程中同一张曲面经不同方向的划分后,有可能出现曲线,有可能出现直线。Beamlet 本身是直线,对切片图像中曲线特征的描述实际上是一个直线逼近曲线的过程。但是融合 3 个相互垂直方向的线特征之后,会让这种逼近的痕迹减弱甚至消失。

从描述面特征的简洁性上看,基于 3D-Wedgelet 的方法得到的面特征是由一系列的平面 (Planelet) 方程组成,而基于 Wedgelet 的方法得到的面特征是由一系列的直线 (Beamlet) 方程组成,因此,前者对体数据面特征的描述会更简洁。

从计算时间上看,基于 3D-Wedgelet 方法的计算时间大致是基于 Wedgelet 方法的 4.667 倍。

#### 5 结束语

本文先分析了单尺度下 Planelet 的组成及内在联系,得到了一种快速 3D-Wedgelet 分解方法。以此为基础,提出了分别基于 3D-Wedgelet, Wedgelet 的两种提取工业 CT 体数据中面特征的方法。实验

结果的 3 维显示分别如图 10(c)、10(d)所示,计算耗时分别为 5507.320 s 和 1180.308 s。3 维显示由 3DMed 软件<sup>[13]</sup>实现。

从图 10(c)、10(d)中可以看出,本文的两种策略都是有效的。这是因为在工业 CT 体数据中,大部分的线特征和面特征并不是以独立的形式存在,而是表现为不同灰度区域的边界线或边界面。而 Wedgelet 或 3D-Wedgelet 基的表现形式为线 (Beamlet) 或面 (Planelet) 分开的两块区域,根据这两块区域的像素或体素均值,就能判断出该线或面是否为线特征或面特征。

结果表明,这两种方法都是有效的。如何更好地描述工业 CT 体数据中的曲面特征并减少计算时间,是下一步研究的重点。

#### 参考文献

- [1] 曾理, 安贝贝, 马睿. 脊波在工业 CT 图像裂纹边缘检测中的应用. 仪器仪表学报, 2007, 28(6): 981-986.  
Zeng Li, An Bei-bei, and Ma Rui. Application of ridgelet in crack edge detection of ICT image. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, 28(6): 981-986.
- [2] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975-1981.  
Jiao Li-cheng and Tan Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(12A): 1975-1981.
- [3] 张丹丹. 基于边缘算子的结构损伤诊断方法研究. [硕士论文], 湖南大学, 2008.  
Zhang Dan-dan. The studies on structural damage identification method based on edge operator. [MA. dissertation], Hunan University, 2008.
- [4] Vasilache S and Najarian K. A unified method based on wavelet filtering and Active Contour Models for segmentation of Pelvic CT images. International Conference on Complex Medical Engineering, Tempe, Arizona, USA, April 9-11, 2009: 1-5.
- [5] 马睿, 曾理, 卢艳平. 改进的基于 Facet 模型的亚像素边缘检测. 应用基础与工程科学学报, 2009, 17(2): 296-302.  
Ma Rui, Zeng Li, and Lu Yan-ping. Improved sub-pixel edge

- detection method based on Facet model. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2009, 17(2): 296–302.
- [6] 胡正磊, 孙进平, 袁运能等. 基于小波边缘提取和脊线跟踪技术的 SAR 图像河流检测算法. *电子与信息学报*, 2007, 29(3): 524–527.
- Hu Zheng-lei, Sun Jin-ping, and Yuan Yun-neng, *et al.* River detection in SAR images based on edge extraction in wavelet domain and ridge tracing technique. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(3): 524–527.
- [7] Donoho D L. Wedgelet: nearly-minimax estimation of edges. *Annals of Statistics*, 1999, 27(3): 859–897.
- [8] Liu Ze-yi, Sun Zi-qiang, and Xu Ling, *et al.* Contour representation based on wedgelet. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2006, 17(2): 251–257.
- [9] Ren Chao, Wu Si-liang, and Jiao Li-cheng. Edge detection algorithm of SAR images with wedgelet filter. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2008, 17(3): 346–350.
- [10] Donoho D L and Huo Xiao-ming. Beamlets and multiscale image analysis. *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, Berlin, Germany: Springer Press, 2001, 20: 149–196.
- [11] Ofer L. Multiscale geometric analysis of three-dimensional data. [Ph.D. dissertation], Scientific Computing and Computational Mathematics of Stanford University, 2005.
- [12] General Electric. Engine. <http://www.gris.uni-tuebingen.de/areas/scivis/volren/datasets/datasets.html>.
- [13] 中国科学院自动化研究所医学影像研究室. 3DMed. <http://www.3dmed.net>.  
Institute of Automation Chinese Academy of Science, Medical Image Processing Group. 3DMed. <http://www.3dmed.net>.
- 曾 理: 男, 1959 年生, 教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为工业 CT 和数字图像处理.
- 李宗剑: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为数字图像处理.
- 刘长江: 男, 1979 年生, 讲师, 硕士, 研究方向为数字图像处理.