

基于欠奈奎斯特采样的超宽带信号总体最小二乘重建算法

杨 峰 胡剑浩 李少谦

(电子科技大学通信抗干扰技术国家重点实验室 成都 610054)

摘 要: 该文针对超宽带无线通信中需要设计高速模数转换器的问题, 提出了一种欠奈奎斯特采样方法, 该方法所要求的采样率仅与信号新息率相关, 低于奈奎斯特率 1 个数量级。基于欠采样得到的离散时间超宽带信号, 从理论上推导出信号的傅里叶频谱表达式, 由此给出了一种总体最小二乘参数估计算法, 能够准确地估计出冲激信号的幅度和时移; 通过将估计出的冲激信号与高斯单脉冲波形卷积, 完成超宽带信号的波形重建。仿真和实验结果表明, 该文算法能够准确地重建原始超宽带信号, 且算法性能优于现有的零化滤波重建算法。

关键词: 无线通信; 超宽带; 欠奈奎斯特采样; 新息率; 总体最小二乘; 零化滤波

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)06-1418-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00879

A Total Least Squares Reconstruction Algorithm of UWB Signals Based on Sub-Nyquist Sampling

Yang Feng Hu Jian-hao Li Shao-qian

(National Key Lab of Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: A sub-Nyquist sampling method is presented to reduce the ADC sampling rate in UWB wireless communications. Sampling rate of the proposed method is related to the signal innovation rate, which is about one tenth of the Nyquist rate in conventional Shannon sampling theorem. Fourier transform coefficients of the UWB signals are derived from theoretical analysis based on sub-Nyquist sampling. Then Total Least Squares (TLS) algorithm is proposed to estimate the parameters of the amplitudes and time shifts of impulse signals. The waveform of UWB signals can be reconstructed by convolving the estimated impulse signals with Gaussian monocycle. Simulation and experiment results show that the UWB signals can be accurately reconstructed, and the proposed methods outperform annihilating filter method in the presence of noise.

Key words: Wireless communications; Ultra-Wideband; Sub-Nyquist sampling; Innovation rate; Total Least Squares (TLS); Annihilating filter

1 引言

基于窄脉冲传输的超宽带(UWB)无线通信技术具有数据传输率高, 多径分辨能力强, 实现复杂度低等优点, 因此在室内高速无线通信、雷达成像和高精度定位等场合应用广泛^[1,2]。采用 RAKE 接收机可以充分利用 UWB 脉冲信号多径分辨率高的特点, 通过分集合并来改善接收机性能^[3,4], 但是 RAKE 接收机需要进行精确的信道估计, 要求对 UWB 脉冲信号进行数字化采样, 由于 UWB 脉冲信号带宽非常大(≥ 500 MHz), 对其进行采样需要设计采样率高达数 GHz 的模数转换器(ADC), 导致接收机复杂度提高, 背离了 UWB 系统设计的初衷。发送参

考脉冲(Transmitted Reference)接收方法通过在发射端同时发送数据脉冲(经过调制的脉冲)和参考脉冲(未调制的脉冲)^[5,6], 避免了产生本地模板信号和复杂的信道估计, 可以降低 UWB 接收机的复杂度, 但是由于参考脉冲会受到噪声影响, 接收机性能有所下降, 且 TR-UWB 使用了 50% 的时间和能量用于传输参考脉冲, 导致数据传输率较低。

文献[7-9]提出了非带限信号的一种采样和重建方法, 只需要这些非带限信号满足有限新息率定义, 可以通过选择合适的采样核函数, 按照信号新息率进行采样, 然后使用零化滤波重建算法准确地恢复出非带限信号。该算法在没有噪声影响的情况下可以准确地重建原始非带限信号, 但其在噪声影响下会出现病态方程组, 无法准确估计出非带限信号的幅度和时移信息, 算法抗噪声性能较差。

本文在文献[7-9]所提出的采样和零化滤波重建

2009-06-12 收到, 2009-11-23 改回

国家 973 计划项目(2007CB310604)和国家自然科学基金(60496313)

资助课题

通信作者: 杨峰 eyangf@gmail.com

算法基础上, 针对 UWB 脉冲信号频谱的非平坦特性, 提出了一种欠奈奎斯特采样和总体最小二乘 (TLS) 重建算法, 该算法所要求的采样率低于传统香农采样定理中的奈奎斯特率 1 个数量级, 且重建算法的抗噪声性能优于零化滤波算法, 仿真和实验结果证明了本文算法的有效性。

2 系统描述

常见 UWB 高斯单脉冲信号的波形和频谱如图 1 所示, 其频谱是不平坦的, 在频率 f_m 处具有最大的幅度谱, 通过采用带通滤波器提取如图 1(b) 所示 $[f_L, f_H]$ 范围内的 UWB 信号频谱分量进行信号处理, 可以获得最大的信噪比。

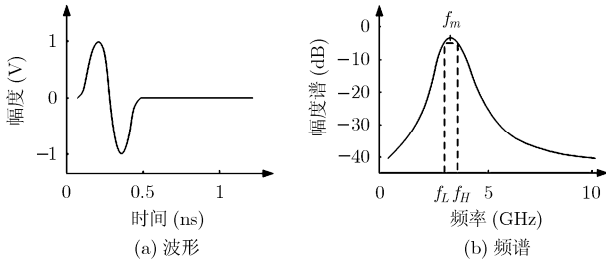


图 1 常见的 UWB 高斯单脉冲信号波形和频谱

根据带通信号的欠奈奎斯特采样理论^[10], 对中心频率不在零频率的带通信号进行采样, 采样率 f_s 不需要达到 2 倍信号最高频率 $2f_H$, 只需要满足

$$\frac{2f_H}{m} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{m-1} \quad (1)$$

其中整数 m 的范围为

$$1 \leq m \leq \lfloor f_H/B \rfloor \quad (2)$$

式中 $\lfloor f_H/B \rfloor$ 表示对 f_H/B 下取整。

UWB 通信的调制方式有开关键控 (OOK)、脉冲幅度调制 (PAM) 和脉冲位置调制 (PPM) 等等, 本文采用双极性 PAM 调制方式进行分析, UWB 信号的数学表达式为

$$s(t) = \sum_{i=1}^p d_i g(t - iT_f) \quad (3)$$

式中 d_i 为发送数据, T_f 为脉冲重复周期, $g(t)$ 表示 UWB 脉冲信号波形, 最常见的脉冲波形是高斯单脉冲。可以将 UWB 信号表达式 (3) 写为高斯单脉冲 $g(t)$ 与冲激串信号 $x(t)$ 的卷积

$$s(t) = g(t) * x(t) \quad (4)$$

其中冲激串信号 $x(t)$ 的表达式为

$$x(t) = \sum_{i=1}^p d_i \delta(t - t_i) \quad (5)$$

式中 $t_i = iT_f$ 。由于高斯单脉冲波形 $g(t)$ 为已知确定性信号, 只要估计出冲激串信号 $x(t)$ 的幅度 d_i 和时移 t_i , 就可以根据式 (4) 准确地重建 UWB 信号。

本文所提出的欠奈奎斯特采样和重建系统结构如图 2 所示。

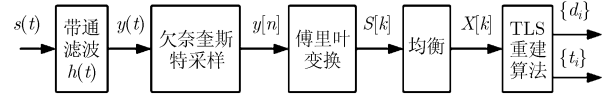


图 2 系统结构

UWB 信号 $s(t)$ 首先通过一个带宽大于等于其新息率的带通滤波器 $h(t)$, 按照式 (1) 的欠奈奎斯特采样频率 f_s 进行采样, 将采样得到的离散时间信号 $y[n]$ 变换到频域后, 使用简单的迫零均衡算法求解出式 (5) 中冲激串信号 $x(t)$ 的傅里叶变换 $X[k]$, 然后采用 TLS 算法估计出冲激串信号 $x(t)$ 的幅度 d_i 和时移 t_i , 最后根据式 (4) 可以准确地重建原始 UWB 信号。

3 TLS 重建算法

根据文献 [7] 中均匀采样的内积表达方法, 可以将欠奈奎斯特采样后的离散时间信号 $y[n]$ 写为

$$y[n] = \langle s(t), h(t - nT_s) \rangle, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6)$$

式中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为内积运算符号, 带通滤波器 $h(t)$ 的带宽 B 大于 UWB 信号新息率 ρ ; 如图 1 所示 UWB 脉冲信号在频率 f_m 具有最高频谱幅度, 将带通滤波器 $h(t)$ 中心频率设置为 $f_c = f_m$, 可以获得最大信噪比; UWB 信号的一个帧里面共有 p 个脉冲, 帧长 $T = p \times T_f$; 按照式 (1) 中的欠奈奎斯特采样频率 f_s 对 UWB 信号进行采样, 采样间隔为 T_s , 得到 N 点离散时间采样信号, $N \geq 2p$ 。离散时间信号 $y[n]$ 的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} Y[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} \langle s(t), h(t - nT_s) \rangle e^{-j2\pi kn/N} \\ &= \sum_{h=L-\lfloor N/2 \rfloor}^{L+\lfloor N/2 \rfloor} S(hf_0) \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{N-1} e^{j2\pi(h-k)n/N} \right)}_{\substack{N, & h=k \\ 0, & \text{其他}}} \frac{f_s}{N} \\ &= f_s S(kf_0) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $S(f)$ 表示 UWB 信号 $s(t)$ 的傅里叶变换, $\lfloor x \rfloor$ 表示对 x 下取整; 记 $\lambda = \lfloor N/2 \rfloor$, 由于 $N \geq 2p$, 则 $\lambda \geq p$; $k = L - \lambda, \dots, L + \lambda$; f_0 为离散傅里叶变换的频率间隔, $f_0 = 1/T$; 带通滤波器 $h(t)$ 的中心频率 $f_c = Lf_0$ 。

将 UWB 信号在频率 kf_0 上的傅里叶变换 $S(kf_0)$ 记为 $S[k]$

$$S[k] = T_s Y[k], \quad k = L - \lambda, \dots, L + \lambda \quad (8)$$

经过迫零均衡后, 可以得到冲激串信号 $x(t)$ 的离散傅里叶变换

$$X[k] = S[k]/G[k], \quad k = L - \lambda, \dots, L + \lambda \quad (9)$$

式中 $G[k]$ 表示高斯单脉冲信号 $g(t)$ 的离散傅里叶变

换。

根据冲激串信号 $x(t)$ 的表达式(5), 得到其傅里叶变换为

$$X(f) = \sum_{i=1}^p d_i e^{-j2\pi f t_i} \quad (10)$$

在整数倍频率间隔 $k f_0$ 上

$$X[k] = X(k f_0) = \sum_{i=1}^p d_i (e^{-j2\pi f_0 t_i})^k \quad (11)$$

令 $u_i = e^{-j2\pi f_0 t_i}$, 冲激串信号的傅里叶变换 $X[k]$ 为 p 个信号 $u_i (i=1, \dots, p)$ 的指数和

$$X[k] = \sum_{i=1}^p d_i (u_i)^k \quad (12)$$

u_i 包含了冲激串信号 $x(t)$ 的时移信息 t_i , 因此只要求解出 u_i , 就能够估计出冲激串信号的时移 t_i 。为了从冲激串信号的傅里叶变换 $X[k]$ 中求解 u_i , 定义

$$\varphi(z) = \prod_{i=1}^p (1 - u_i z^{-1}) = \sum_{m=0}^p a[m] z^{-m} \quad (13)$$

使得

$$(a * X)[k] = \sum_{m=0}^p a[m] X[k-m] = 0 \quad (14)$$

称 $\varphi(z)$ 为信号 $x(t)$ 的零化滤波器, 不失一般性可以设置 $a[0]=1$ 。式(13)中 u_i 为滤波器 $\varphi(z)$ 的零点。从式(9)中计算得到冲激串信号的离散傅里叶变换 $X[k]$ 后, 代入式(14), 可以得到一组超定方程组

$$\mathbf{P} \times \mathbf{A} = -\mathbf{Q} \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} X[L] & X[L-1] & \cdots & X[L-p+1] \\ X[L+1] & X[L] & \cdots & X[L-p+2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X[L+M-1] & X[L+M-2] & \cdots & X[L+M-p] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = [a[1] \ a[2] \ \cdots \ a[p]]^T$$

$$\mathbf{Q} = [X[L+1] \ X[L+2] \ \cdots \ X[L+M]]^T \quad (16)$$

式中 \mathbf{P} 为 $M \times p$ 维矩阵, $M > p$ 。构造增广矩阵 \mathbf{C} 如下:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{P} \ | \ \mathbf{Q}] \in \mathcal{C}^{M \times (p+1)} \quad (17)$$

将 \mathbf{C} 进行奇异值分解(SVD)后得到

$$\mathbf{C} = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \\ & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 \mathbf{U}_1 , \mathbf{U}_2 , \mathbf{V}_1^H , \mathbf{V}_2^H 分别为 $M \times p$, $M \times (M-p)$, $p \times (p+1)$, $1 \times (p+1)$ 矩阵。将矩阵 \mathbf{V}_2^H 进一步分解为

$$\mathbf{V}_2^H = [\mathbf{V}_{21}^H \ \mathbf{V}_{22}^H] \quad (19)$$

式中 \mathbf{V}_{21}^H , \mathbf{V}_{22}^H 分别为 $1 \times p$, 1×1 矩阵, 则超定方程组式(15)的 TLS 解由

$$\mathbf{A} = -\mathbf{V}_{21} \mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (20)$$

给出。通过式(20)获得零化滤波器系数 \mathbf{A} 后, 将其代入式(13)进行因式分解得到滤波器 $\varphi(z)$ 零点 u_i , 然后根据 u_i 与 t_i 的关系式, 可以估计出 UWB 脉冲信号的时移 t_i 。

将零化滤波器的零点 u_i 代入式(12)后, 可以构造另外一组线性方程

$$\mathbf{R} \times \mathbf{D} = \mathbf{S} \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_1^L & u_2^L & \cdots & u_p^L \\ u_1^{L+1} & u_2^{L+1} & \cdots & u_p^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1^{L+p-1} & u_2^{L+p-1} & \cdots & u_p^{L+p-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = [d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_p]^T$$

$$\mathbf{S} = [X[L] \ X[L+1] \ \cdots \ X[L+p-1]]^T \quad (22)$$

式中矩阵 \mathbf{R} 是一个范德蒙德矩阵, 求解这个范德蒙德线性方程组, 可以估计出冲激串信号 $x(t)$ 的幅度 d_i 。

到此为止, 通过式(15)和式(21)分别估计出冲激串信号 $x(t)$ 的时移 t_i 和幅度 d_i , 最后将估计出的冲激串信号与高斯单脉冲波形卷积, 完成超宽带信号的波形重建。

4 仿真和实验结果

为了考察本文所提出欠奈奎斯特采样和 TLS 重建算法的性能, 在 MATLAB 中进行了仿真。UWB 高斯单脉冲信号如图 1 所示, 脉冲宽度 $T_d=0.5$ ns, 最大频谱幅度处的频率 $f_m=3.323$ GHz, 信号带宽 2.3 GHz, 按照香农采样定理, ADC 采样率至少为 2 倍信号带宽(4.6 GHz), 这样高采样率的 ADC 是很难低成本、低功耗设计实现的。在 UWB 信号的一个帧中, 共有 10 个高斯单脉冲, 脉冲重复周期 $T_f=50$ ns, 根据非带限信号的新息率表达式 $\rho=2p/T$, 计算得到 UWB 信号的新息率为 $\rho=40$ MHz, 其中 p 为脉冲个数, T 为 UWB 信号帧长。由于欠采样系统中带通滤波器 $h(t)$ 的带宽 B 必须大于等于信号新息率, 仿真中设置滤波器带宽 $B=60$ MHz, 中心频率 $f_c=f_m$, 滤波器频率范围为 $[f_L, f_H]$, 其中 $f_L=f_c-B/2=3.293$ GHz, $f_H=f_c+B/2=3.353$ GHz。根据欠奈奎斯特采样理论式(1), 得到采样频率 f_s 取值范围如表 1 所示。

按照表 1 中 $[f_1, f_2]$ 范围内的频率 f_s 可以无混叠地采样带通滤波后的 UWB 信号, 然后使用本文第 3

表 1 欠奈奎斯特采样频率 f_s 的取值范围

m	最低采样频率(GHz) $f_1 = 2f_H / m$	最高采样频率(GHz) $f_2 = 2f_L / (m-1)$
\vdots	\vdots	\vdots
25	0.2682	0.2744
26	0.2579	0.2634
27	0.2484	0.2533
28	0.2395	0.2439
29	0.2312	0.2352
\vdots	\vdots	\vdots

节提出的 TLS 重建算法, 准确地估计出原始 UWB 信号的幅度 d_i 和时移 t_i , 得到不同信噪比下重建算法的抗噪声性能如图 3 所示。图 3 中标记“○”的曲线是文献[7]中零化滤波重建算法的抗噪声性能曲线, 可以看出, 零化滤波重建算法抗噪声性能较差, 即使提高 UWB 信号信噪比, 其性能改善还是非常小; 图中标记“×”的曲线为采用本文算法得到的抗噪声性能曲线, 采样率 $f_s=250$ MHz, 满足表 1 中所要求的采样频率范围。从图 3 可以看出, 本文算法的抗噪声性能优于文献[7]中提出的零化滤波算法, 在信噪比为 30 dB 时, TLS 重建算法的归一化均方根误差为 8×10^{-5} , 能够准确地恢复原始 UWB 信号; 且本文算法的采样率 f_s 为 250 MHz, 低于传统香农采样定理要求的奈奎斯特率(4.6 GHz)1 个数量级, 可以显著地降低前端 ADC 的复杂度和功耗。

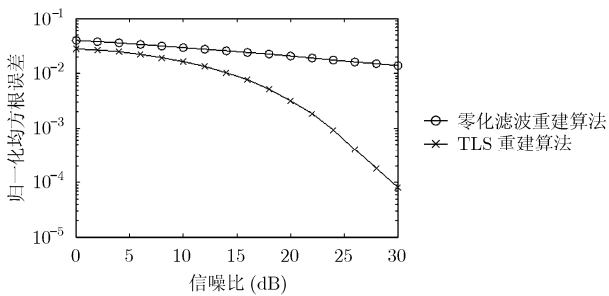


图 3 不同信噪比下重建算法的抗噪声性能

下面在 UWB 硬件实验平台上验证欠奈奎斯特采样和 TLS 重建算法的有效性。采用如图 4(a)所示高斯 7 阶导数脉冲作为发射信号, 脉冲宽度 $T_p=1$ ns, 脉冲重复周期 $T_f=50$ ns, 计算得到 UWB 脉冲信号的新息率 $\rho=40$ MHz, 带通滤波器带宽设置为 $B=60$ MHz, 采样频率 $f_s=250$ MHz。UWB 硬件试验平台具有 2 个发射天线, 接收到的 UWB 信号如图 4(b)所示, 2 个 UWB 脉冲间的间隔为 4.6914 ns, 采用本文所提出的欠奈奎斯特采样和 TLS 重建算

法, 对接收的 UWB 信号进行了估计, 重建结果如图 4(c)所示, 可以看出, 本文算法可以准确地重建原始 UWB 信号。

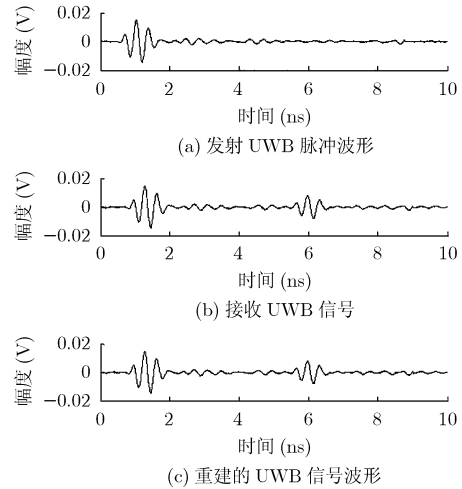


图 4 UWB 脉冲波形重建结果

5 结论

本文针对 UWB 通信中需要设计高速 ADC 的问题, 对非带限信号的低通采样和零化滤波重建算法进行了改造, 提出了 UWB 脉冲信号的一种欠奈奎斯特采样方法, 该方法所要求的采样率低于传统香农采样定理所要求的奈奎斯特率 1 个数量级, 可以显著降低前端 ADC 的复杂度和功耗; 由此给出了一种总体最小二乘重建算法, 该算法具有良好的抗噪声性能, 仿真和实验结果表明, 本文算法能够准确地重建原始 UWB 信号波形, 且算法性能优于现有的零化滤波重建算法。

参考文献

- [1] Win M Z, Dardari D, and Molisch A F, *et al.* History and Applications of UWB[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2009, 97(2): 198-204.
- [2] Cheolhee P and Rappaport T S. Short-range wireless communications for next-Generation networks: UWB, 60 GHz millimeter-wave WPAN, and ZigBee[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2007, 14(4): 70-78.
- [3] Cassioli D, Win M Z, and Vatalaro F, *et al.* Low complexity RAKE receivers in Ultra-wideband channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(4): 1265-1275.
- [4] Zhang Q and Cho J H. On RAKE receivers for Ultra-wideband binary block-coded PPM in dense multipath channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, 56(4): 1737-1748.

- [5] Chao Y L and Scholtz R A. Ultra-wideband transmitted reference systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2005, 54(5): 1556–1569.
- [6] Dong X, Jin L, and Orlik P. A new transmitted reference pulse cluster system for UWB communications[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(5): 3217–3224.
- [7] Vetterli M, Marziliano P, and Blu T. Sampling signals with finite rate of innovation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 20(6): 1417–1428.
- [8] Maravic I and Vetterli M. Sampling and reconstruction of signals with finite rate of innovation in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 2788–2805.
- [9] Kusuma J, Ridolfi A, and Vetterli M. Sampling of communication systems with bandwidth expansion[C]. 2002 IEEE international conference on communications (ICC 2002), New York, NY, USA, April 28–May 2, 2002, 3: 1601–1605.
- [10] Vaughan R G, Scott N L, and White D R. The theory of bandpass sampling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1991, 39(9): 1973–1984.
- 杨 峰: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为超宽带无线通信、采样理论及其应用.
- 胡剑浩: 男, 1971 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为 VLSI 和移动通信.
- 李少谦: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信与无线通信、抗干扰通信技术、扩频与跳频通信、通信专用集成电路.