基于 PSWF 的正弦载波调制方法

赵志勇 王红星 刘锡国

(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

摘 要:为了有效提高系统的频带利用率,该文提出了基于椭圆球面波函数(PSWF)的正弦载波调制方法。在该方 法中,采用时域持续时间有限、频域带宽近似有限的椭圆球面波函数设计频谱相互混叠或交叠的多路时域正交基带 调制波形,进行多路基带预调制,通过正弦载波调制将信号频谱搬移至辐射频段。经理论分析及仿真验证,该调制 方法可使通信系统的单位频带利用率快速接近 2 Baud/Hz,提升速度优于 OFDM 调制,同时也使系统具有较好的 功率利用率,且简单易实现。

关键词:无线通信;调制;频带利用率;椭圆球面波函数
 中图分类号:TN92;TN911.3
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2010)07-1543-05
 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00864

Sinusoidal Modulation Based on Prolate Spheroidal Wave Functions

Zhao Zhi-yong Wang Hong-xing Liu Xi-guo

(Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University,

Yantai 264001, China)

Abstract: For improving the bandwidth efficiency, a sinusoidal modulated method based on Prolate Spheroidal Wave Functions(PSWF) is proposed. The basedband modulated orthogonal waveforms is designed based on PSWF, which is time-limited and band-limited approximately. The orthogonal waveforms' spectrum is mixed or overlapped in frequency domain. The information is modulated by multi-plexing baseband modulation. The spectrum shifting is achieved by sine carrier modulation. By simulation and analysis, the system bandwidth efficiency can be fast closed to 2 Baud/Hz and the approximating speed is greater than that of OFDM system, the power efficiency is better as well. The modulation method is easily realizable.

Key words: Wireless communication; Modulation; Bandwidth efficiency; Prolate Spheroidal Wave Functions (PSWF)

1 引言

无线电频谱是有限的自然资源。在满足现有无 线电频谱管理要求的前提下,研究具有高频带利用 率、功率利用率的通信技术,是充分、合理、有效 利用无线电频谱,保证各种无线电业务正常工作, 防止各种无线电业务、无线电台站和系统之间相互 干扰的关键,也是无线电通信领域不懈追求的目标。

由 Nyquist 第一准则可知,带宽为 W的传输系统,通信系统频带利用率的极限速率为 2W Baud,即奈奎斯特速率,但此时系统的冲激响应为时域持续时间无限长的 sinc 函数,其频域具有理想低通滤波器特性,然而,这种特性物理上是不可实现的。 在实际应用中,为了提高物理可实现性,常采用具

2009-06-09 收到, 2010-02-09 改回 通信作者:赵志勇 mailzzy@sohu.com 有滚降特性的升余弦函数或部分响应波形代替 sinc 函数,但由于这两种传输波形在频域上仍是绝对带限的,因此严格说来并不能理想的得到。在实际应用中,典型的系统频带利用率极限值一般降至 1.4~1.8 Baud/Hz^[1,2]。

如何提高系统的频带利用率,主要有两种方法, 一种方法是采用多进制调制,另一种方法是采用频 谱混叠技术。多进制调制虽然可以提高系统的频带 利用率,但会降低系统的功率利用率;采用频谱混 叠技术提高频带利用率的最典型的调制方法是正交 频分复用(OFDM),它是近几年来的一个研究热点, 通过多个正交的正弦载波传输信息,且各正交载波 在频域上频谱相互混叠,减少了传输信息的带宽, 有效提高了系统的频带利用率,其极限值可达到 2 Baud/Hz。但是,由于 OFDM 的基带波形采用矩形 脉冲,其调制信号的频谱是 sinc 函数^[3,4],带外旁瓣 功率衰减较慢,带内能量聚集性差,导致其频带利 用率提升速度较缓,同时,易对相邻用户产生电磁 干扰。

专利"非正弦时域正交调制方法"^[5],公开了一种非正弦波调制方法,也是通过采用频谱混叠技术 来提高频带利用率,通过时域正交脉冲组来传输信息,尤其是采用时域正交椭圆球面波函数(PSWF) 脉冲组^[6]时,频带利用率提升速度优于 OFDM 调制,可快速接近 2 Baud/Hz,同时,由于 PSWF 在频域 具有最佳的能量聚集性^[7],使已调信号带外功率衰减 迅速,具有较好的功率利用率,该方法通过调整脉 冲参数实现频谱控制及频谱搬移,既可实现大相对 带宽(或宽带)通信,又可实现小相对带宽(窄带)通 信;然而,当改变通信波道时,需要重新设计时域 正交 PSWF 脉冲组,且频段越高,数据计算量越大。

本文提出一种新的调制方法,在该方法中,通 过将相同带宽的辐射频段映射到基带频段,采用时 域持续时间有限、频域带宽近似有限的 PSWF 设计 多路时域正交基带调制波形,以减小数据计算量, 该波形设计只与通信带宽有关,而与通信频段无关, 其频谱在频域上相互混叠或交叠,通过脉冲幅度调 制将信息加载到各个正交基带调制波形上,完成多 路基带预调制,然后通过正弦载波调制将信号频谱 搬移至辐射频段,该调制方法可使通信系统的单位 频带利用率快速接近 2 Baud/Hz,同时也使系统具 有较好的功率利用率,且简单易实现。

2 基本原理

2.1 调制模型

调制模型如图 1 所示。将待传信息 d(n)分解为 M路信息 d₁(n), d₂(n),…,d_M(n),即由原来的串行传 输信息转换为多路并行传输信息,然后对分解得到 的各路信息分别对应多路时域正交基带调制波形中 的脉冲信号 P₁(t),P₂(t),…,P_M(t),分别进行脉冲参数 (幅度或相位)调制,完成多路基带预调制;将各分 路基带预调制后的信号,重新在时域叠加合成为一 路信号,然后通过正弦载波调制将信号的频谱搬移 至辐射频段输出,最后通过滤波器滤除载波及上边 带或下边带形成抑制载波的单边带信号后送往天线 辐射。

2.2 时域正交基带调制波形设计

在上述调制模型中,并行传输信息通过脉冲参数(幅度或相位)调制加载到各个基带调制波形 *P*₁(*t*), *P*₂(*t*),…,*P*_M(*t*),为了正确恢复信息,各基带调制波形间必须满足时域正交性。在专利"非正弦时域正



交调制方法"中,是在辐射频段设计时域正交脉冲 组,高频段通信时,数据计算量大,而在本文中, 是将相同带宽的辐射频段映射到基带频段后,再设 计正交波形,这样,可有效降低数据计算量;另外, 本文提出的正交基带波形设计只与通信系统带宽有 关,而与通信频段无关,且只需要设计一次,当改 变通信波道时也无需重复设计。时域正交基带调制 波形的设计可按以下步骤完成。

(1)基带频段划分 将带宽为 B,频率范围为 $0 \sim f_{max}$ 的基带频段划分为 k 个子频带: $B_k = f_{k,H}$ $-f_{k,L}$, $f_{k,H}$ 表示第 k 个子频带的频率上限, $f_{k,L}$ 表 示第 k 个子频带的频率下限, 各子频带带宽均相同 为 B_0 且相互交叠, 交叠的大小可根据通信系统的 频带利用率、功率利用率等要求来决定, 当相邻子 频带频谱交叠 55%时,频段划分示意图如图 2 所示。



图 2 基带频段划分示意图

(2)椭圆球面波函数的数值求解 各子频带($B_k = f_{k,H} - f_{k,L}$)构建积分方程为

$$\lambda_k \psi_k(t) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \psi_k(\tau) h_k(t-\tau) \mathrm{d}\tau \tag{1}$$

其中 T_s 为一个码元持续时间, $h_k(t)$ 满足:

 $h_k(t) = 2f_{k,H} \operatorname{sinc}(2f_{k,H}t) - 2f_{k,L} \operatorname{sinc}(2f_{k,L}t)$ (2)

在码元持续时间 T_s 內采样N个点,且采样点N与码元持续时间 T_s ,基带频段最高频率 f_{max} 三者满足关系式: $N \ge 2T_s f_{max}$,由Parr提出的基于特征值分解的数值算法可知^[8],式(1)可离散化为

$$\lambda_k \psi_k[n] = \sum_{l=-N/2}^{N/2} \psi_k[l] \cdot h_k[n-l], \ n = -N/2, \cdots, N/2 \ (3)$$
整理得矩阵形式: $\lambda_k \Psi = H \Psi$, 其中

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{pmatrix} \psi_{k} [-N/2] \\ \psi_{k} [-N/2+1] \\ \vdots \\ \psi_{k} [0] \\ \vdots \\ \psi_{k} [N/2] \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} h_{k} [0] & h_{k} [-1] & \cdots & h_{k} [-N] \\ h_{k} [1] & h_{k} [0] & \cdots & h_{k} [-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k} [N/2] & h_{k} [N/2-1] & \cdots & h_{k} [-N/2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k} [N] & h_{k} [N-1] & \cdots & h_{k} [0] \end{pmatrix}$$

$$(4)$$

由矩阵理论可知, λ_k 即为矩阵 **H**的特征值,**U**为 λ_k 所对应的特征函数,即 PSWF 的数值解。通过特征值分解可求得不同阶的 PSWF 的数值解。当 PSWF的时间带宽积因子为c时,取前 $m(m = [c/\pi])$ 个最大特征值所对应的特征函数 $\psi_{k,m}(n)$,得到满足第k个子频段的 PSWF 组:

$$\psi_{k,m}(n) = \left[\psi_{k,1}(n), \psi_{k,2}(n), \cdots, \psi_{k,m}(n)\right]$$
(5)

由此可得到由 k 组 PSWF 组成的函数组: $\psi = [\psi_{1,m}, \psi_{2,m}, \dots, \psi_{k,m}];$

(3)通过 Schmidt 正交化^[9]方法将 PSWF 组ψ 转换为时域正交函数组ψ。由 PSWF 特性^[10,11]可 知,同一子频带内的 PSWF 在频域上其频谱是相 互混叠的,根据基带频段划分方法可知,相邻基带 子频带的频谱是相互交叠的。因此,通过上述方法, 所设计的时域正交基带调制波形的频谱在频域上 相互混叠或交叠,传输信息时,有效减少信息的传 输带宽,从而提高了系统的单位频带利用率。

3 性能分析及数值仿真

3.1 复杂度

基于 PSWF 设计正交基带调制波形时,由于 PSWF 不存在闭式解,采用 Parr 提出的数值算法得 到其近似解的离散形式。因此,这必涉及到硬件实 现的可行性问题,下面对该问题进行分析。

本文提出的调制方法,其硬件实现复杂度由基带预调制信号的离散形式决定。在一个符号持续时间 *T_s*内,基带预调制信号的离散形式可表示为

$$m(n) = \sum_{i=1}^{M} d_i \cdot P_i(n), \quad n = 1, 2, \cdots, N_s$$
(6)

其中 *M*表示正交基带调制波形个数, *N*_s表示每个符号时间内的采样点数, *d*_i表示第*i*个基带波形上的加载信息。

由采样定理可知,对于带宽为 B_0 的带通信号, 当采样频率 $f_s = 8B_0$ 时可以满足无失真恢复信号的 工程实现要求,此时,每个符号时间 T_s 内的采样点 数为 $N_s = 8T_sB_0$ 。又因 PSWF 的时间带宽积 c 与符 号时间 T_s 及带宽 B_0 ,三者满足关系式: $c = \pi T_sB_0$, 由此可得,采样点数 N_s 与时间带宽积 c满足关系式: $N_s = [8c/\pi]$ 。

在时域正交基带调制波形设计方法中,当相邻 子频带频谱交叠 55%,时间带宽积 $c = 2.2\pi$ 时,此 时一个符号时间内的采样点数为 $N_s=16$,又因通信 带宽 B与子频带划分数 k及子频带带宽 B_0 ,三者满 足关系式: $B_0 = 20B/(9k + 11)$,则相邻采样点的时 间间隔为

$$\Delta t = \frac{T_s}{N_s} = \frac{1}{16} \cdot \frac{2.2 \times (9k+11)}{20B} \quad (s) \tag{7}$$

基于 DSP 实施该调制方法时, DSP 计算每个采样 点的计算时间为

$$\Delta t_{i\dagger} = \frac{32k \times t_p}{N_s} = \frac{1}{16} \cdot \left(32k \times t_p\right) \quad (s) \tag{8}$$

其中 t_p 为 DSP 的 1 次乘加法计算时间。当 DSP 计 算每个采样点的计算时间小于基带预调制信号两个 采样点时间间隔时,则该调制方法是可实现的,即 $\Delta t_{tt} \leq \Delta t$,从而可得

$$t_p \le \frac{3.4 \times 10^{-3}}{B} \cdot \frac{(9k+11)}{k}$$
 (s) (9)

又因 $\min\left[\frac{9k+11}{k}\right] = 9$,则当 $t_p \le 0.03/B$ (s)时,基

于 DSP 实施该调制方法是可实现的。

目前较为常用的 TI 公司的 TMS320C6000 系列 芯片,其 1 次乘加法计算时间(MAC)时间为 2 ns, 由表达式 $t_p \leq 0.03/B$ 可知,只要通信频段带宽 $B \leq$ 15 MHz,则基于 TMS320C6000 系列芯片实施该解 调方法是可实现的。在现有的无线电频谱管理体制 中,长波、中波、短波、超短波通信频段分配给每 个用户的通信带宽都小于 15 MHz,因此,该解调方 法在上述通信频段都是可行的。随着大规模集成电 路的迅速发展,DSP 芯片处理速度的不断提高,实 施该调制方法将不存在任何硬件技术限制。

3.2 单位频带利用率

由时域正交基带调制波形设计方法可知,当子 频带划分个数为 k, PSWF 时间带宽积为 $c = 2.2 \pi$ 时,每个子频带内取 2 个 PSWF 参与正交化设计, 则参与基带预调制的正交波形个数为 M=2 k。当相 邻子频带的频谱交叠度为 55%时,通信频段的 99% 能量带宽 B与子频带带宽 B_0 及子频带划分数 k, 三 者满足关系式: $B = (9k + 11)B_0/20$ 。又因子频带带 宽 B_0 与 PSWF 的时间带宽积 c 及持续时间 T_s , 三 者满足关系式: $c = \pi T_s B_0$, 当 $c = 2.2 \pi$ 时, $T_s = 2.2/B_0$, 则总信息速率为: $f_b = M/T_s = 0.909kB_0$ (Baud)。故,通信系统的频带利用率为

$$\eta = \frac{f_b}{B} = 0.909 \frac{20k}{9k+11}$$
 (Baud/Hz) (10)

因此,随着子频带划分数 k 的增加,频带利用率可 无限接近 2 Baud/Hz。

以99%能量带宽为标准,与现有频带利用率最高的OFDM调制相比,子频带划分数与频带利用率的关系如图3所示。



图3 频带利用率比较曲线

通过分析图 3 所示仿真结果,当子频带划分数 为 10 时,本文提出的调制方法的单位频带利用率就 可达到 1.8 Baud/Hz,而 OFDM 在子频带划分数为 30 时,仅达到 1.77 Baud/Hz。因此,其单位频带利 用率提升速度远大于 OFDM,可以快速接近 2 Baud /Hz。

3.3 功率谱

为了便于说明本调制方法的功率谱特征,下面 给出示例。

例如,在频率范围 100~100.18 kHz 内,采用本 文提出的调制方法,实现通信速率 288 Baud,即系 统单位频带利用率 1.6 Baud/Hz。

将带宽为180 Hz 的基带频段 0~180 Hz 划分为4 个子频段,各子频段带宽相同均为72 Hz,且相 互交错36 Hz,第1个子频段为:0~72 Hz,第2 个子频段为:36~108 Hz,第3个子频段为:72~144 Hz, 第4个子频段为: 108 Hz~180 Hz。PSWF的时间带宽积为 $c = 4\pi$,则码元持续时间为 $T_s = c/\pi B_0 = 55.6$ ms。

将各子频段根据式(1)构建椭圆球面波积分方 程。在持续时间 T_s =55.6 ms 内采样 N=256 个点, 通过基于特征值分解的数值算法可求得前4个最大 特征值所对应的4阶 PSWF 的数值解。由此可得 到由16个 PSWF 组成的函数组 $\psi(t)$ 。然后,通过 Schmidt 正交化将该函数组转换为时域正交 PSWF 脉冲组 $\psi'(t)$,其中,由各基带子频段1阶 PSWF 组成的时域正交基带调制波形如图4所示。

待传信息采用双极性不归零码,经串并转换,码元持续时间扩展 16 倍,由串行传输转信息换为并行传输信息;将分解得到的各分路信息分别对应于时域正交基带调制波形中的一个脉冲信号,进行脉冲幅度调制;将各分路基带调制后的信号,重新在时域叠加合成为一路信号;然后通过正弦载波调制将其频谱搬移至辐射频段,正弦载波频率为 f_e=100 kHz,已调信号的归一化功率谱如图 5 所示。

通过分析图 5 所示仿真结果可知,已调信号带 外旁瓣功率衰减迅速,带内具有较好的能量聚集性, 从而使通信系统具有较好的功率利用率,如要改变 通信波道,只需改变载波频率 *f*。即可。

4 结束语

本文提出的调制方法是基于多路基带预调制的 正弦载波调制,简单易实现。采用 PSWF 设计频谱 相互混叠或交叠的时域正交基带调制波形进行基带 预调制,已调信号频谱是由基带预调制信号经正弦 载波频谱搬移实现,因此数据计算量仅与通信带宽 有关,而与通信频段无关;系统的单位频带利用率 随着子频带划分个数的增加,可快速接近 2 Baud/Hz,且提升速度优于 OFDM 调制方法;已调 信号具有较好的能量聚集性,旁瓣功谱迅速衰减, 不仅有利于提高系统的功率利用率,同时,可有效 减小对相邻用户的电磁干扰,具有"绿色"频谱特



图 4 正交基带调制波形时域图

图 5 已调信号的归一化功率谱

性,有利于"净化"电磁频谱空间。复杂度分析结 果表明,该调制方法可适用于长波至超短波的通信 频段。

参考文献

 王竞,李道本.时频二维重叠复用系统[J].电子与信息学报, 2008, 30(5): 1176-1179.

Wang Jing and Li Dao-ben. Overlapping multiplexing in both time and frequency domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(5): 1176–1179.

- [2] 杨宵, 芮国胜, 于文德. 变换域通信系统及其关键技术[J]. 海 军航空工程学院学报, 2008, 23(2): 157-160.
 Yang Xiao, Rui Guo-sheng, and Yu Wen-de. Transform domain communication system and its key techniques[J]. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University*, 2008, 23(2): 157-160.
- [3] 黎海涛,张靖. 无线 OFDM 技术[J]. 电信科学, 2002, 4: 9-11.
 Li Hai-tao and Zang Jing. Wireless OFDM technology[J]. Telecommunication Science, 2002, 4: 9-11.
- [4] 曹祁生,梁德群.非正交多重调制的研究[J].电子学报,2006, 34(1):19-23.

Cao Qi-sheng and Liang De-qun. Study on non-orhogonal multiple modulation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(1): 19–23.

- [5] 王红星,赵志勇,刘锡国等.非正弦时域正交调制方法[P].中国专利,公开号: CN101409697A, 2009.
 Wang Hong-xing, Zhao Zhi-yong, and Liu Xi-guo, *et al.* The method of nonsinusoidal orthogonal modulation in time domain[P]. Chinese Patent, CN101409697A, 2009.
- [6] 王红星,赵志勇,刘锡国等.时域正交波道交叠椭圆球面波脉 冲组设计方法[P].中国专利,公开号:CN101420249A,2009.
 Wang Hong-xing, Zhao Zhi-yong, and Liu Xi-guo, *et al.* The

design nethod of prolate spheroidal wave functions pulse sets orthogonal in time domain and overlapped in channels[P]. Chinese Patent, CN101420249A, 2009.

- [7] 钟佩琳,王红星,赵志勇.带通椭圆球面波函数能量聚集性分析[J].海军航空工程学院学报,2009,24(6):681-684.
 Zhong Pei-lin, Wang Hong-xing, and Zhao Zhi-yong. Energy concertration analysis of bandpass prolate spheroidal wave functions[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2009, 24(6):681-684.
- [8] Parr B, Cho B, and Wallace K. A novel ultra-wideband pulse design algorithm[J]. *IEEE Communication Letters*, 2003, 7(5): 219–221.
- [9] 陈国东,武穆清. UWB 脉冲正交综合优化设计算法[J]. 电子 科技大学学报, 2008, 37(5): 660-663.
 Chen Guo-dong and Wu Mu-qing. Optimal pulse design based on synthesis of PSWFs for UWB[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(5): 660-663.
- [10] Dilmaghani R S, Ghavami M, and Allen B, et al. Novel UWB pulse shaping using prolate spheroidal wave functions[C].
 14th IEEE International Symposium on Personal, Indoor & Mobile Radio Communication Proceedings, 2003: 602–606.
- [11] Yutaka Jitsumatsu and Tohru Kohda. Prolate spheroidal wave functions induce Gaussian chip waveforms[C]. ISIT 2008, Toronto, 2008: 1363–1367.
- 赵志勇: 男,1976年生,讲师,研究方向为现代通信系统、非正 弦波通信.
- 王红星: 男,1962年生,教授,研究方向为调制编码理论与应用、 航空通信导航.
- 刘锡国: 男,1981年生,博士生,研究方向为现代通信系统、非 正弦波通信.