# 基于最大比特速率准则的 FMT 频域均衡算法

钟 华<sup>①②</sup> 郑林华<sup>①</sup> 金国平<sup>①</sup>
 <sup>①</sup>(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)
 <sup>②</sup>(95746 部队 成都 611531)

摘 要:针对严格采样滤波多音调制(Filtered Multi-Tone modulation, FMT)系统符号间干扰严重的问题,通过 推导严格采样 FMT 系统的矩阵表示式,提出了一种新的频域均衡算法,该算法以最大化比特速率为目标来确定均 衡器的系数。仿真结果表明,在ATTC(Advanced Television Technology Center)E型信道条件下,新算法的可达 比特率(Achievable Bit Rate, ABR)性能比最小均方误差准则的线性均衡和判决反馈均衡分别提高了 40%和 70%, 误码率性能在 BER 为10<sup>-4</sup>则分别改善了 3 dB 和 5 dB;而在 WLAN 信道条件下,新算法的 ABR 性能分别提高 了 45%和 75%,误码率性能在 BER 为10<sup>-4</sup>则分别改善了 6 dB 和 10 dB。

关键词:无线通信;频域均衡;滤波多音(FMT)调制;符号间干扰;可达比特速率

中图分类号: TN92 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2010)06-1429-06 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00848

# Bit-Rate Maximization Frequency-Domain Equalization Algorithm for FMT Systems

<sup>(1)</sup>(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China) <sup>(2)</sup>(95746 Unit of PLA, Chengdu 611531, China)

Abstract: Through deriving the matrix representations of the critical-sampled Filtered Multi-Tone(FMT) modulation system, a new subchannel frequency-domain equalization algorithm is proposed in this paper to eliminate the Inter-Symbol Interference(ISI) in critical-sampled FMT system. The coefficients of the equalizer are calculated based on Maximizing Subchannel Bit-rate(MSB) rule. Simulation results show that the ABR performance of the proposed algorithm is enhanced 40 percent and 70 percent respectively in comparison with that of the previously proposed frequency domain equalization algorithm based on minimum-mean-square-error rule(LIN) and the DFE equalization algorithm, and the proposed algorithm brings about 3 dB and 5 dB improvement over the LIN and the DFE equalization algorithm in ATTC E channel; in the WLAN Channel, the ABR performance of the proposed algorithm is enhanced 45 percent and 75 percent respectively in comparison with that of the LIN and the DFE equalization algorithm, and the proposed algorithm brings about 6 dB and 10 dB improvement over the LIN and the DFE equalization algorithm.

**Key words**: Wireless communication; Frequency-domain equalization; Filtered Multi-Tone(FMT) modulation; Inter-Symbol Interference(ISI); Achievable Bit Rate(ABR)

## 1 引言

多载波调制由于能够有效克服高速数据传输中 信道造成的码间干扰而被广泛应用于新一代无线通 信系统中。滤波多音调制(FMT)作为一种新型的多 载波调制技术,于 1999 年提出,用于解决 VDSL 中的回波噪声、近端串扰和远端串扰等问题<sup>[1]</sup>。FMT 与 OFDM 的本质区别在于 FMT 子信道频谱不重 叠。正因为如此,FMT 系统的信道间干扰很小,系

2009-06-05 收到, 2009-12-01 改回 通信作者:钟华 withyou1998@sohu.com 统抗频偏性能好,并且不需要循环前缀和虚载波等 开销。近年来,关于 FMT 在无线通信中的研究也 日益增多<sup>[2-6]</sup>。

FMT 系统子信道频谱不重叠是通过不满足理 想重构条件的原型滤波器来实现,这将不可避免的 引入符号间干扰(Inter-Symbol Interference, ISI)<sup>[7]</sup>, 尤其当 FMT 应用于无线多径环境时, ISI 将进一步 增大,导致误码率急剧增加,严重影响 FMT 系统 性能。因此,在接收端必须采用均衡来消除 ISI。本 文在简单介绍 FMT 系统原理的基础上,通过推导 严格采样 FMT 系统的矩阵表示式,并通过分析文 献[8]中可达比特速率(ABR)计算方法的缺点,提出 了一种以最大化比特速率(Maximum Subchannel Bit-rate, MSB)为目标的子信道频域均衡算法。仿 真结果表明,相比较于基于最小均方误差准则的判 决反馈均衡算法和线性频域均衡算法,新算法的 ABR 性能和误码率性能都得到了改善。

#### 2 FMT 系统模型

FMT 是一种基于滤波器组的多载波调制技术, 它是通过原型滤波器将整个信道划分为若干个频带 有限且互不重叠的子信道,用多个子载波在这些子 信道上进行信息的并行传输,其等效基带模型如图 1 所示。M路并行的调制数据 a<sub>i</sub>(nT),*i*=0,1,…,*M*-1 进行 K 倍(K=M 时为严格采样,K>M 为过采样) 插值后经过一个低通滤波器 H(f)(时域脉冲响应为 h(n))进行带限,再用一组等频率间隔的子载波进行 频率搬移,M 路信号叠加后进入信道;在接收端, 用对应的子载波从接收信号中解调出每路调制信 号,经过与发端低通滤波器对应的匹配滤波器 G(f)(时域脉冲响应为 g(n))后,再进行 K 倍信号抽 取,便恢复了原始的调制信号。本文将研究严格采 样 FMT 频域均衡算法,即 K=M。





当采用图 1 所示模型时,由于原型滤波器必须 工作在 *M*/*T* 的速率上,这一速率远大于信号速率 1/*T*,致使系统实现非常复杂。与 OFDM 类似,FMT 也可采用 IFFT/FFT 结构来实现,其结构如图 2 所 示<sup>[9]</sup>。其中 *h*<sup>(m)</sup>(*n*) 是原型滤波器的第*m*个多相分量, *g*<sup>(m)</sup>(*n*)为匹配滤波器的第*m*个多相分量,分别定义





为

$$h^{(m)}(nT) = h[(mM+n)(T/M)]$$

$$g^{(m)}(nT) = g[(mM+n)(T/M)]$$
(1)

根据匹配滤波器的定义, g(n)与 h(n)的关系式为

$$g(n) = h^* (N - 1 - n)$$
 (2)

其中 "\*" 表示共轭运算。由于 *h*(*n*)通常时采用 FIR 滤波器来实现,滤波器系数是实数且对称,因此,匹配滤波器即等同于原型滤波器

$$g(n) = h(n) \tag{3}$$

#### 3 基于 MSB 准则的频域均衡算法

与 OFDM 不同, FMT 信号不包含循环前缀, 其信号与信道之间并不满足循环卷积,因此,直接 通过时域均衡或频域单抽头均衡并不能有效消除 ISI。在一定 BER 要求下,系统的 ABR 也是衡量系 统性能优良的一个指标。因此,可以依据该指标来 计算均衡器系数。基于此,本文提出了一种基于 MSB 准则的子信道频域均衡算法,通过最大化每一 子信道的 ABR 来计算均衡器的系数。第*i*个子信道 均衡等效结构如图 3 所示。





有关离散多音调制系统基于 MSB 准则的均衡 算法也有较多文献进行了研究<sup>[10,11]</sup>,它们都是通过 计算子信道的信噪比(SNR)或信干噪比(SINR)并通 过下式来计算系统的 ABR。

$$\beta_{\text{total}} = \frac{B}{M} \sum_{i \in S} \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR}_i \left( \text{or SINR}_i \right)}{\Gamma} \right)$$
(4)

其中 *M* 为子信道数, *B* 为信道带宽, *S* 表示激活子载波的集合, *Γ* 为信噪比间隔,其定义为

$$\Gamma = \frac{\gamma_m}{3\gamma_{\rm eff}} \left[ Q^{-1} \left( \frac{P_e}{2} \right) \right]^2 \tag{5}$$

其中 $Q^{-1}(x)$ 为 Q 函数的反函数, Q 函数定义为  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{+\infty} e^{-\frac{t^{2}}{2}} dt$ ,  $\gamma_{m}$ 为信噪比余量,  $\gamma_{\text{eff}}$ 为 编码增益。

由于文献[8]中的 ABR 是根据信号失真比(SDR) 来计算,而 SDR 是依据接收信号与发端信号之差来 确定,并没有考虑信道增益的影响,而通常各子信 道的增益相差都很大,因此,文献[8]中的 ABR 并 不准确。本文将依据 SINR 来计算 FMT 系统的 ABR,并依据 MSB 准则来确定均衡器的系数。

FMT 原型滤波器的长记忆效应使得接收信号的相关性比较强。原型滤波器长度为 $\chi M$ ,则 FMT的一个发送信号  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T 与 k~(k - \chi+1)$ 时刻的发端数据  $\mathbf{a}$  有关,其中  $\mathbf{a}(k) = [a_0(k), a_1(k), \dots, a_{M-1}(k)]^T$ ;同理, k 时刻的判决信号  $\hat{\mathbf{a}}(k)$ 与  $k~(k-\chi)$ 时刻的接收信号  $\mathbf{x}$  有关,假设由信道造成的 ISI 影响范围只限于 3 个 FMT 符号内,因此 k时刻的判决信号  $\hat{\mathbf{a}}(k) 与 k~[k-(2\chi+1)]$ 时刻的发送信号  $\mathbf{a}$  有关。

假设频域均衡器长度为 N,分别定义 DFT 矩阵 *F<sub>M</sub>*和 IDFT 矩阵 *f<sub>M</sub>* 

$$\mathcal{F}_{M} = \begin{bmatrix} W_{M}^{0,0} & W_{M}^{0,1} & \cdots & W_{M}^{0,M-1} \\ W_{M}^{1,0} & W_{M}^{1,1} & \cdots & W_{M}^{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{M}^{M-1,0} & W_{M}^{M-1,1} & \cdots & W_{M}^{M-1,0} \end{bmatrix},$$

$$f_{M} = \begin{bmatrix} W_{M}^{-0,0} & W_{M}^{-0,1} & \cdots & W_{M}^{-0,M-1} \\ W_{M}^{-1,0} & W_{M}^{-1,1} & \cdots & W_{M}^{-1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{M}^{-(M-1),0} & W_{M}^{-(M-1),1} & \cdots & W_{M}^{-(M-1),0} \end{bmatrix}$$
(6)

其中 $W_M^{i,j} = e^{-j2\pi i j/M}$ 。多径信道可以等效为  $c=[c_0, c_1, \dots, c_{L-1}]^T$ ,其中L为信道长度,则( $\chi M+N-1$ )×1 维 FMT 接收信号可以表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \begin{bmatrix} y_{\chi M(k-1)-N+1} \\ y_{\chi M(k-1)-N+2} \\ \vdots \\ y_{\chi Mk-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{1} & \boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}_{2} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{\chi-1} & \boldsymbol{H}_{\chi-2} & \cdots & \boldsymbol{H}_{0} & \boldsymbol{0} & \cdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{H}_{\chi-1} & \boldsymbol{H}_{\chi-2} & \cdots & \boldsymbol{H}_{0} & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{H}_{\chi-1} & \boldsymbol{H}_{\chi-2} & \cdots & \boldsymbol{H}_{0} \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_{M} & & \\ & \ddots & \\ & \boldsymbol{f}_{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}[k-2\chi-1] \\ \boldsymbol{a}[k-2\chi] \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} n[\chi M(k-1)-N+1] \\ n[\chi M(k-1)-N+2] \\ &\vdots \\ n(\chi Mk-1) \end{bmatrix} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{n} \end{aligned}$$
(7)

其中  $0_1$ 为( $\chi M + N - 1$ )×d维零矩阵,d为信道传播 延时, $0_2$ 为( $\chi M + N - 1$ )×(3M - L - N + 2 - d)维零矩阵, n(k)为零均值的高斯白噪声,

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{L-1} & c_{L-2} & \cdots & c_0 & 0 & \cdots \\ 0 & c_{L-1} & c_{L-2} & \cdots & c_0 & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & c_{L-1} & c_{L-2} & \cdots & c_0 \end{bmatrix}$$
(8)  
$$\boldsymbol{H}_n = \begin{bmatrix} h^{(0)}(n) & & & \\ & h^{(1)}(n) & & \\ & & \ddots & \\ & & & h^{(M-1)}(n) \end{bmatrix}$$
(9)

 $h^{(i)}(n)$ 为原型滤波器第 i 个多相分量的第 n+1 个抽头系数。

由于原型滤波器系数与匹配滤波器系数相同, FMT 解调并经均衡后的第 *i* 路数据可以表示为



其中  $row_i(\mathbf{A})$ 表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第 i 行,  $\overline{\mathbf{w}}_i = [w_{i,N-1}, w_{i,N-2}, \cdots, w_{i,0}]$ 为第 i 路均衡器系数的逆序排列,  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_{\chi-1}, \mathbf{H}_{\chi-2}, \cdots, \mathbf{H}_0]$ 。因此,第 i 个子信道的误 差为(不考虑均衡器的处理延时)

 $e_i(k) = \hat{a}_i(k) - a_i(k) = \overline{\boldsymbol{w}}_i \cdot \boldsymbol{G}_i \cdot (\boldsymbol{B}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{n}) - \boldsymbol{\kappa}_i \boldsymbol{\alpha} \quad (11)$ 定义的代价函数 J( $\boldsymbol{w}_i$ )

$$J(\boldsymbol{w}_{i}) = E\left\{\left|\boldsymbol{e}_{i}(k)\right|^{2}\right\} = E\left\{\left|\boldsymbol{\overline{w}}_{i} \cdot \boldsymbol{G}_{i} \cdot (\boldsymbol{B}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{n}) - \boldsymbol{\kappa}_{i}\boldsymbol{\alpha}\right|^{2}\right\}$$
$$= E\left\{\left\|\boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{H}} \quad \boldsymbol{n}^{\mathrm{H}}\right] \cdot \begin{bmatrix}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\overline{w}}_{i}^{\mathrm{H}} - \boldsymbol{\kappa}_{i}^{\mathrm{H}}\\\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\overline{w}}_{i}^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}^{2}\right\}$$
$$= \left\|\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}^{1/2} \quad \boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{R}_{nn}^{1/2}\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\overline{w}}_{i}^{\mathrm{H}} - \boldsymbol{\kappa}_{i}^{\mathrm{H}}\\\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\overline{w}}_{i}^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}\right\|_{2}^{2}$$
$$= \left\|\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}^{1/2}\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}}\\\boldsymbol{R}_{nn}^{1/2}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}}\end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\overline{w}}_{i}^{\mathrm{H}} - \begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}^{1/2}\boldsymbol{\kappa}_{i}^{\mathrm{H}}\\\boldsymbol{0}\end{bmatrix}\right\|_{2}^{2} \tag{12}$$

其中 $\kappa_i = [0, \dots 0, 1, 0 \dots 0]$ 表示除第 $(2\chi+1)M+i$ 元素 为1以外,其余全部为零的1×2 $(\chi+1)M$ 维向量,  $E\{\cdot\}$ 表示求期望运算, $R_{\alpha\alpha} = E\{\alpha\alpha^{H}\}$ 为发端数据向 量 $\alpha$ 的自相关函数, $R_{nn} = E\{nn^{H}\}$ 为噪声向量的自 相关函数。根据式(12),有用信号、干扰信号和噪 声信号的功率可以分别表示为

$$P_{S,i} = \left| \left( \boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}^{1/2} \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \right)_{[(2\lambda+1)M+i,:]} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right|^{2}$$
(13)  
$$P_{\alpha} = \left\| \left( \boldsymbol{R}^{1/2} \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}} \right) \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right\|^{2} - P_{\alpha}$$

$$= \left\| \left( \boldsymbol{R}_{\alpha\alpha}^{1/2} \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \right)_{(2\lambda+1)M+i,0]} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right\|_{2}^{2}$$
(14)

$$P_{n,i} = \left\| \boldsymbol{R}_{nn}^{1/2} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right\|_{2}^{2}$$
(15)

其中(·)<sub>[v,i]</sub>表示矩阵的第 v 行, (·)<sub>[v,0]</sub>表示矩阵的第 v行全部置零后的新矩阵。当噪声信号不相关,发端 信号也不相关时,  $\mathbf{R}_{\alpha\alpha} = \sigma_a^2 \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{R}_{nn} = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。因此,第 i个子信道的 SINR 为

$$\operatorname{SINR}_{i} = \frac{P_{S,i}}{P_{I,i} + P_{n,i}}$$
$$= \frac{\left| \left( \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \right)_{\left[ (2\lambda+1)M+i,: \right]} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right|^{2}}{\left\| \left( \boldsymbol{B}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \right)_{\left[ (2\lambda+1)M+i,0 \right]} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right\|_{2}^{2}} + \frac{1}{\operatorname{SNR}} \left\| \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}} \right\|_{2}^{2}}$$
(16)

令向量  $(\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}})_{[(2\lambda+1)M+i,:]} = \boldsymbol{u}$ , 矩阵  $(\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}})_{[(2\lambda+1)M+i,0]}$ =  $\boldsymbol{U}$ , 则

$$\operatorname{SINR}_{i} = \frac{\left|\boldsymbol{u} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}\right|^{2}}{\left\|\boldsymbol{U} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}\right\|_{2}^{2} + \frac{1}{\operatorname{SNR}}\left\|\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}} \cdot \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}\right\|_{2}^{2}} \\ = \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_{i} \boldsymbol{u}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{u} \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}}{\overline{\boldsymbol{w}}_{i} \left(\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{U} + \frac{1}{\operatorname{SNR}} \cdot \boldsymbol{G}_{i} \boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}}\right) \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}}$$
(17)

令矩阵 
$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}$$
,  $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U} + (1/\mathrm{SNR}) \cdot \boldsymbol{G}_{i}\boldsymbol{G}_{i}^{\mathrm{H}}$ , 则  
SINR  $- \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_{i}\boldsymbol{P}\overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}}{(18)}$ 

$$\mathrm{SINR}_{i} = \frac{1}{\overline{w}_{i} Q \overline{w}_{i}^{\mathrm{H}}}$$
(18)

因此, FMT 系统的 ABR 为

$$\beta_{\text{total}} = \frac{B}{M} \sum_{i \in S} \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_i P \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}}{\overline{\boldsymbol{w}}_i Q \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}} \right)$$
(19)

根据 MSB 准则,均衡器的系数为

$$\boldsymbol{W}^{\text{opt}} = \arg\max_{\boldsymbol{W}} \left\{ \frac{B}{M} \sum_{i \in S} \log_2 \left( 1 + \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{P} \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}}{\overline{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{Q} \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}} \right) \right\}$$
$$= \arg\max_{\boldsymbol{W}} \left\{ \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{P} \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}}{\overline{\boldsymbol{w}}_i \boldsymbol{Q} \overline{\boldsymbol{w}}_i^{\text{H}}} \right\}$$
(20)

其中 W 为由激活子载波均衡器系数所组成的矩阵, 即 W=[w<sub>i</sub>,…]。由于各子载波相互独立,每个子信 道均衡器的系数为

$$\boldsymbol{w}_{i} = \operatorname*{arg\,max}_{\boldsymbol{w}_{i}} \left\{ \frac{\overline{\boldsymbol{w}}_{i} \boldsymbol{P} \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}}{\overline{\boldsymbol{w}}_{i} \boldsymbol{Q} \overline{\boldsymbol{w}}_{i}^{\mathrm{H}}} \right\}$$
(21)

由于 **P**为 Hermitian 正定矩阵,根据瑞利商定理<sup>[12]</sup>, 上式取最大值时即基于 MSINR 准则的均衡器系数 为

$$\overline{\boldsymbol{w}}_i = (\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{v}_{\min})^{\mathrm{H}}$$
(22)

其中**Г**为**P**的 Cholesky 分解,即**P** = **Г**<sup>H</sup>**Г**, **v**<sub>min</sub>为矩阵**C** = (**Г**<sup>-1</sup>)<sup>H</sup>**QГ**<sup>-1</sup>的最小特征值所对应的特征向量。

#### 4 仿真与分析

在 MATLAB 仿真环境下对论文所提算法的均 衡性能进行了 50 次 Monte-Carlo 仿真取其平均,并 与文献[7]中的判决反馈均衡算法和基于最小均方误 差准则的线性均衡算法进行了比较,本文的算法记 为 MSB, 文献[7] 中的算法记为 DFE, 采用最小均 方误差准则的线性均衡算法记为 LIN。仿真模型选 自 802.11 工作组, 仿真参数选取如下: 调制方式为 QPSK, 信道带宽 B=20 MHz; FMT 子信道数 M= 64, 采样因子 K=M=64, 原型滤波器采用均方根升 余弦滤波器, 滚降因子 a=0.1, 为保证各种算法达 到收敛,每个FMT子信道发送1000比特训练信息, 然后再发送 5000 比特的信息;由于 MSB 均衡器结 构与 LIN 均衡器相同,因此, MSB 均衡器长度 N<sub>MSB</sub>=7, MMSE 均衡器长度 N<sub>LIN</sub>=7, DFE 前馈均 衡器长度 N<sub>i</sub>=5,反馈均衡器长度 N<sub>b</sub>=5;信道选用 802.11 工作组所使用的指数衰减信道模型,信道选 取大空间衰落模型<sup>[13]</sup>,最大延时扩展为 200 ns,信 道抽头数为 16。此外, 仿真还比较了在 US ATTC (US Advanced Television Technology Center)E型 信道下的性能,其中 ATTC 信道的冲激响应为  $c(n) = \delta(n) + 0.3162\delta(n-2) + 0.1995\delta(n-17)$  $+0.1296\delta(n-36)+0.1\delta(n-75)+0.1\delta(n-137)$ 

图 4 和图 5 给出了各种算法在上述两种信道条 件下的 ABR 性能。由图 4 和图 5 可知, MSB 的 ABR 性能优于 LIN 和 DFE。当 SNR 为 20 dB 时, 在 ATTC 信道条件下, MSB 的 ABR 比 LIN 和 DFE 分别提高了 40%和 70%; 而在 WLAN 信道条件下, 则分别提高了 45%和 75%。那是由于 MSB 均衡算 法是以最大化 ABR 为目标,均衡器系数能保证各子 信道输出端的 ABR 最大。而 DFE 和 MMSE 随着 信噪比的增加,均衡器输出信号的 ABR 增加到一定 程度后其递增趋势逐渐缓和。那是由于当信噪比较 低时,噪声信号功率较大,各种均衡算法都不能有 效抑制噪声的影响,此时 ABR 相差不大; 而当信噪 比增加时,正如论文所分析, DFE 算法和 LIN 算法 是以最小化信号误差为目标,当误差最小时,FMT 系统的 ABR 并不一定是最佳。

图 6 和图 7 比较了各种均衡算法在两种信道中 的误码率性能。由图 6 和图 7 可知,当 SNR 较低时,





图 7 误码率性能比较(WLAN 信道)

BER 性能主要受噪声的影响,因此各种均衡算法的 BER 性能相当;而当 SNR 增加时,由于 MSB 均衡 算法输出信号的 ABR 明显高于 LIN 和 DFE 算法, 相应其输出信号的 SINR 也比 LIN 和 DFE 算法高, 因此,其 BER 性能也优于 LIN 和 DFE 算法。在 ATTC 信道条件下,BER 为10<sup>-4</sup>时,MSB 算法相 比较于 LIN 和 DFE 分别改善了 3 dB 和 5 dB;而 在 WLAN 信道条件下,MSB 算法的 BER 性能改 善更为明显,当 BER 为10<sup>-4</sup>时,MSB 算法相比较 于 LIN 和 DFE 分别改善了 6 dB 和 10 dB,那是由 于 WLAN 信道衰落相比较于 ATTC 信道衰落更为 严重,均衡器输出 SINR 相差更大,从而致使 BER 性能相差也越大。

#### 5 结束语

本文根据 FMT 系统的基本原理推导了严格采 样 FMT 系统的矩阵表示式,并针对 FMT 系统 ISI 较为严重的问题,通过分析文献[8]中 ABR 计算方 法的缺点,提出了一种以最大化比特速率的子信道 频域均衡算法。仿真结果表明,相比较于基于最小 均方误差准则的频域线性均衡算法和 DFE 算法,新 算法的 ABR 性能和 BER 性能得到了明显的改善。 当 FMT 系统采用非严格采样时(*K*>*M*),发端 *H*矩 阵和接收端 *G* 矩阵都会随着时间而周期变化(周期 为 *K* 与 *M* 的最小公倍数 lcm(*K*,*M*)),这给本文算法 的有效实现增加了难度,下一步将在本文基础上, 进一步研究非严格采样 FMT 系统的均衡算法。

### 参 考 文 献

- Cherubini G, Eleftheriou E, and Olcer S. Filtered multitone modulation for VDSL[C]. Proc IEEE Globecom'99. Rio de Janeiro Brazil, 1999: 1139–1144.
- [2] Wang Tie-jun, Proakis J G, and Zeidler J R. Interference analysis of filtered multitone modulation over time-varying frequency-selective fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2007, 55(4): 717–727.
- [3] Tenello A M and Bellin M. An emerging concatenated multitone air interface for high speed access and home wireless networks[C]. IEEE Global Telecommunications Conference'2008, New Orleans, 2008: 1–5.
- [4] Yang Xing-hai, Zhang Bing-feng, and Zhu Wei-hong. A data-aided equalization scheme for the FMT system[C]. The 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, Beijing, 2008: 1–4.
- [5] Tenello A M and Pecile F. Analytical results about the robustness of FMT modulation with several prototype pulses in time-frequency selective fading channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(5): 1634–1645.
- [6] Fusco T, Petrella A, and Tanda M. Blind CFO estimation for noncritically sampled FMT systems[J]. *IEEE Transactions* on Signal Processing, 2008, 56(6): 2603–2608.
- [7] Benvenuto N, Tomasin S, and Tomba L. Equalization methods in OFDM and FMT systems for broadband wireless communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(9): 997–1015.
- [8] Benvenuto N, Cherubini G, and Tomba L. Achievable bit rates of DMT and FMT systems in the presence of phase noise and multipath[C]. IEEE 51st VTC, Tokyo, 2000, 3: 2108–2112.
- [9] Cherubini G, Eleftheriou E, and Olcer S. Filtered multitone modulation for very high-speed digital subscriber lines[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2002,

20(5): 1016-1028.

- [10] Vanbleu K, Ysebaert G, and Cuypers G. Adaptive bit rate maximizing time-domain equalizer design for DMT-based systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 2(54): 483–498.
- [11] Ysebaert G, Vanbleu K, and Cuypers G. Joint window and time domain equalizer design for bit rate maximizing in DMT-receivers[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 3(53): 1132–1146.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004:

529-547.

Zhang Xian-da. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 529–547.

- [13] Halford K and Webster M. Multipath measurements in wireless LANS. Intersil Application Note AN9895. 1, 2001.
- 钟 华: 男,1981年生,博士,研究方向为宽带无线通信技术.
- 郑林华: 男,1962年生,教授,博士生导师,研究方向为宽带无 线通信、通信信号处理.
- 金国平: 男,1978年生,博士,研究方向为宽带无线通信技术.