

Girth-8 (3,L)-规则QC-LDPC码的一种确定性构造方法

张国华 陈超 杨洋 王新梅

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 对于围长(girth)至少为8的低密度奇偶校验(LDPC)码,目前的绝大多数构造方法都需要借助于计算机搜索。受贪婪构造算法启发,该文利用完全确定的方式构造出一类围长为8的(3,L)-规则QC-LDPC码。这类QC-LDPC码的校验矩阵由 $3 \times L$ 个 $P \times P$ 的循环置换矩阵构成。对于任意整数 $P \geq 3L^2/4$,这类校验矩阵的围长均为8。

关键词: 低密度奇偶校验码; 准循环; 围长

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)05-1152-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00838

Girth-8 (3,L)-Regular QC-LDPC Codes Based on Novel Deterministic Design Technique

Zhang Guo-hua Chen Chao Yang Yang Wang Xin-mei

(State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Most of the proposed constructions for Low-Density Parity-Check (LDPC) codes with girth at least eight are focused on (semi-) stochastic methods with the aid of computer search. Motivated by the resulting parity-check matrices obtained from the Greedy construction idea, a deterministic method is presented to construct a novel family of girth-8 (3,L)-regular Quasi-Cyclic (QC-) LDPC codes. The parity-check matrix of the new code consists of $3 \times L$ $P \times P$ cyclic permutation matrices and the girth of its Tanner graph is eight for arbitrary integer $P \geq 3L^2/4$.

Key words: Low-Density Parity-Check (LDPC) code; Quasi-Cyclic (QC); Girth

1 引言

消除短环是提高低密度奇偶校验(LDPC)码译码性能的重要手段之一。目前消除4环(即围长至少为6)的研究成果已经非常丰富^[1,2],因此如何消除6环(甚至更长的环)已经成为LDPC码构造方面的一个研究热点。虽然对于列重为2的情形人们已构造出围长高达12的LDPC码^[3],但是对于列重大于2的情形构造围长大于6的LDPC码却并非易事。本文的研究目标是列重为3且围长至少为8的LDPC码。

本文将围长至少为 g 记为girth- g^+ ,将围长恰好为 g 记为girth- g ;若LDPC码的校验矩阵列重为 J 、行重为 L ,则称为 (J,L) -规则。下文涉及到的LDPC码的列重均为3。文献[4]利用“容许斜度对”和计算机搜索设计了几种girth-8⁺ LDPC码。文献[5]基于“三维点阵”和计算机搜索设计了一种girth-8⁺ LDPC码,文献[6]基于环数检测算法和计算机搜索设计了一种girth-8⁺ LDPC码。文献[7]基于“爬山”算法提

出了一种girth-8⁺ LDPC码的优化设计方法:首先利用计算机随机产生一个基矩阵,然后利用爬山算法逐步优化该基矩阵,直到满足设计要求为止;该算法虽然可以设计出码长非常短的LDPC码,但是算法存在运行失败的可能性。总之,这些依赖于计算机搜索和计算的方法,虽然可以比较有效地构造出girth-8⁺ LDPC码,但是存在两个不足:第一,难以给出校验矩阵的简洁表达式;第二,由于没有研究相应LDPC码的存在性问题,因此这些方法不能避免运行失败(即始终无法获得满足条件的校验矩阵)的可能性。

本文工作的创新点是,提出了一种girth-8 (3,L)-规则QC-LDPC码的确定性构造方法,并且解决了这类QC-LDPC码的存在性问题。这种构造方法具有两个显著优点:第一,构造过程不需要借助于计算机搜索;第二,对于任意码长 $N = LP$ ($P \geq 3L^2/4$),该方法都可以构造出girth-8 (3,L)-规则QC-LDPC码。

2 构造方法

根据文献[8],(3,L)-规则QC LDPC码的校验矩阵可以表示为

2009-06-03收到,2009-11-19改回

国家973计划项目(2010CB328300),国家自然科学基金(U0635003)

和111基地项目(B08038)资助课题

通信作者:张国华 zhangghcast@163.com

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \cdots & \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(p_{1,1}) & \cdots & \mathbf{I}(p_{1,L-1}) \\ \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(p_{2,1}) & \cdots & \mathbf{I}(p_{2,L-1}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{I}(x)$ 是受移位值 x 控制的一个 $P \times P$ 循环置换矩阵, 具体定义见文献[8]。在式(1)定义中可以认为 $p_{1,0} = 0, p_{2,0} = 0$ 。

2.1 由贪婪算法得到的启发

QC-LDPC 码的围长依赖于移位值 $p_{i,j} (0 < i \leq 2, 0 < j < L)$ 的取值^[8]。首先, 利用贪婪算法为 $p_{i,j}$ 依次赋值, 从而得到校验矩阵 \mathbf{H} ; 然后, 分析校验矩阵 \mathbf{H} 的规律。

贪婪算法: 对于 $p_{i,j} (0 < i \leq 2, 0 < j < L)$, 尝试从 $p_{i,j-1} + 1$ 开始的每个整数, 将第 1 个使校验矩阵 \mathbf{H} 的围长至少为 8 的整数赋给 $p_{i,j}$ 。当所有移位值均处理完毕后, 就得到了目标校验矩阵。在贪婪算法执行之前, 校验矩阵 \mathbf{H} 的移位值 $p_{i,j} (0 < i \leq 2, 0 < j < L)$ 均被初始化为-1, -1 表示 $P \times P$ 的全零矩阵。赋值顺序为 $p_{1,1}, \dots, p_{1,L-1}, p_{2,1}, \dots, p_{2,L-1}$ 。

对 $L = 4 - 10$ 执行贪婪算法, 可以发现: 移位值 $p_{1,0}, p_{1,1}, \dots, p_{1,L-1}$ 等于 0 至 $L - 1$, 而 $p_{2,0}, p_{2,1}, \dots, p_{2,L-1}$ 分别如表 1 所示:

表 1 $L = 4 - 10$ 时移位值 $p_{2,k} (0 \leq k < L)$ 的取值

L	$p_{2,0}, p_{2,1}, \dots, p_{2,L-1}$
4	0,4,7,11
5	0,5,9,13,18
6	0,6,11,15,20,26
7	0,7,13,18,23,29,36
8	0,8,15,21,26,32,39,47
9	0,9,17,24,30,36,43,51,60
10	0,10,19,27,34,40,47,55,64,74

根据式(1), 利用 $p_{1,k}$ 和 $p_{2,k} (0 \leq k < L)$ 可以直接得到校验矩阵 \mathbf{H} 。例如, 当 $L = 10$ 时, 校验矩阵 \mathbf{H} 为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(1) & \mathbf{I}(2) & \mathbf{I}(3) & \mathbf{I}(4) \\ \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(10) & \mathbf{I}(19) & \mathbf{I}(27) & \mathbf{I}(34) \\ & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) & \mathbf{I}(0) \\ & \mathbf{I}(5) & \mathbf{I}(6) & \mathbf{I}(7) & \mathbf{I}(8) & \mathbf{I}(9) \\ & \mathbf{I}(40) & \mathbf{I}(47) & \mathbf{I}(55) & \mathbf{I}(64) & \mathbf{I}(74) \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 构造方法

分析移位值 $p_{2,k} (0 \leq k < L)$ 的规律性, 可以得到一种构造 (3,L)-规则QC-LDPC码的新方法。

构造 令 $p_{1,k} = k (0 \leq k < L)$ 。根据 L 的奇偶性, 对 $p_{2,k} (0 \leq k < L)$ 分别赋值:

若 L 为偶数:

$$p_{2,k} = \begin{cases} kL - k(k-1)/2, & 0 \leq k \leq L/2 \\ L(L-2)/4 + k(k+3)/2, & L/2 \leq k < L \end{cases} \quad (3a)$$

若 L 为奇数:

$$p_{2,k} = \begin{cases} kL - k(k-1)/2, & 0 \leq k \leq (L-1)/2 \\ (L-1)^2/4 + k(k+3)/2, & (L-1)/2 \leq k < L \end{cases} \quad (3b)$$

式(3a)和式(3b)可以统一表示为

$$p_{2,k} = \begin{cases} f_1(k) = kL - k(k-1)/2, & 0 \leq k \leq L/2 \\ f_2(k) = \{L(L-2) + L \bmod(2)\} / 4 + k(k+3)/2, & L/2 \leq k < L \end{cases} \quad (3c)$$

注 1: 可以验证, 当 L 为偶数时 $f_1(L/2) = f_2(L/2)$, 当 L 为奇数时 $f_1\{(L-1)/2\} = f_2\{(L-1)/2\}$ 。

3 Girth-8性质的证明

定理 1 对于任意 $P \geq 3L^2/4$, 由式(3c)定义的校验矩阵 \mathbf{H} 的围长至少为 8。

证明 \mathbf{H} 由 3 行循环置换矩阵组成, 在贪婪算法执行之前, 校验矩阵 \mathbf{H} 的移位值 $p_{i,j} (0 < i \leq 2, 0 < j < L)$ 均被初始化为-1。

假定 1 P 是一个非常大的确定的正整数。

(1)根据贪婪算法, \mathbf{H} 的第 2 行循环置换矩阵的移位值 $p_{1,0}, p_{1,1}, \dots, p_{1,L-1}$ 必然被赋值为 0 至 $L - 1$ 。这种赋值不会在 \mathbf{H} 中引起 4 环和 6 环。

(2)显然 $p_{2,0}$ 满足式(3c), 对于 $p_{2,n+1} (0 < n + 1 < L)$ 的取值采用数学归纳法证明。设 $p_{2,n} (0 \leq n < L - 1)$ 的取值满足式(3c), 下面证明 $p_{2,n+1} (0 < n + 1 < L)$ 的取值也满足式(3c)。由于 $p_{2,n+2}, \dots, p_{2,L-1}$ 尚未被赋值, 因此均取初始化数值-1。

首先, 考虑经过循环置换矩阵 $\mathbf{I}(p_{2,n+1})$ 的 6 环。这种 6 环只可能出现图 1 所示的两种情况。

图 1(a)类 6 环不会出现的充分必要条件是 $p_{2,n+1}$ 满足

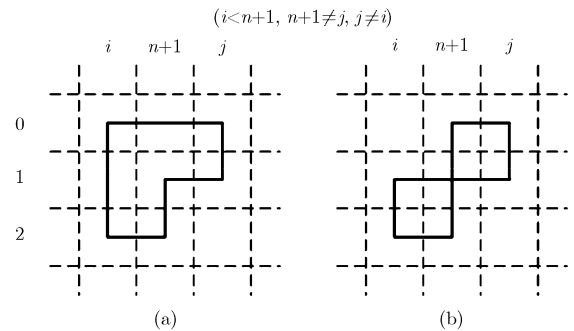


图 1 经过 $\mathbf{I}(p_{2,n+1})$ 的两种 6 环

$$(0 - p_{2,i}) + \{p_{2,n+1} - (n + 1)\} + (j - 0) \neq 0 \pmod{P} \quad (4a)$$

在假定1下, 式(4a)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,i} + (n + 1) - j \quad (4b)$$

式(4b)成立的必要条件是

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + (n + 1) - j \quad (4c)$$

由于构造过程要求 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$, 因此式(4c)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + (n + 1) - \{n - 1, n - 2, \dots, 0\} \quad (4d)$$

由于 $p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + 1$ (否则将在 $\mathbf{I}(p_{1,n}), \mathbf{I}(p_{1,n+1}), \mathbf{I}(p_{2,n+1}), \mathbf{I}(p_{2,n})$ 出现4环)且 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$, 因此式(4d)等价于

$$p_{2,n+1} \geq p_{2,n} + n + 2 \quad (4e)$$

由于式(4e)成立时式(4b)必然成立, 因此式(4e)与式(4b)等价。即, 在 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$ 的限制条件下, 图1不出现(a)类6环的充要条件是式(4e)成立。

图1(b)类6环不会出现的充分必要条件是 $p_{2,n+1}$ 满足

$$(i - p_{2,i}) + (p_{2,n+1} - 0) + (0 - j) \neq 0 \pmod{P} \quad (5a)$$

在假定1下, 式(5a)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,i} + j - i \quad (5b)$$

式(5b)成立的必要条件是

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + j - n \quad (5c)$$

由于构造过程要求 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$, 因此(情况1)当 $n + 1 < L - 1$ 时式(5c)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + \{n + 2, \dots, L - 1\} - n \quad (5d)$$

(情况2)当 $n + 1 = L - 1$ 时式(5c)等价于

$$p_{2,L-1} > p_{2,L-2} \quad (5e)$$

由于 $p_{2,n+1} \neq p_{2,n} + 1$ (否则将在 $\mathbf{I}(p_{1,n}), \mathbf{I}(p_{1,n+1}), \mathbf{I}(p_{2,n+1}), \mathbf{I}(p_{2,n})$ 出现4环)且 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$, 因此式(5d)和式(5e)等价于

$$p_{2,n+1} \geq p_{2,n} + L - n \quad (5f)$$

由于式(5f)成立时式(5b)必然成立, 因此式(5f)与式(5b)等价。即, 在 $p_{2,n+1} > p_{2,n}$ 的限制条件下, 图1不出现(b)类6环的充要条件是式(5f)成立。

其次, 考虑经过循环置换矩阵 $\mathbf{I}(p_{2,n+1})$ 的4环。这种4环只可能出现图2所示的两种情况。

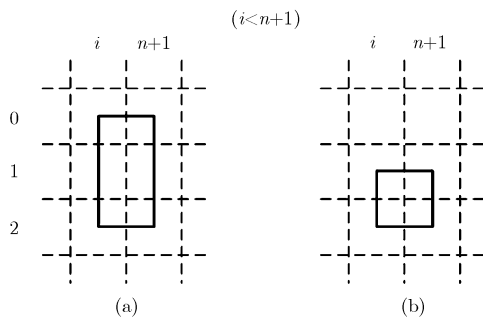


图2 经过 $\mathbf{I}(p_{2,n+1})$ 的两种4环

图2(a)类4环不会出现的充分必要条件是 $p_{2,n+1}$ 满足

$$(0 - p_{2,i}) + (p_{2,n+1} - 0) \neq 0 \pmod{P} \quad (6a)$$

在假定1下, 式(6a)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,i} \quad (6b)$$

图2(b)类4环不会出现的充分必要条件是 $p_{2,n+1}$ 满足

$$(i - p_{2,i}) + \{p_{2,n+1} - (n + 1)\} \neq 0 \pmod{P} \quad (7a)$$

在假定1下, 式(7a)等价于

$$p_{2,n+1} \neq p_{2,i} + n + 1 - i \quad (7b)$$

显然, 若式(4e)成立, 则式(6b)和式(7b)必然成立。

因此, 根据式(4e)和(5f), 不产生经过 $\mathbf{I}(p_{2,n+1})$ 的4环和6环的最小整数是

$$p_{2,n+1} = p_{2,n} + \max(n + 2, L - n) \quad (8)$$

式(8)可以表示为

$$p_{2,n+1} = \begin{cases} p_{2,n} + L - n, n + 1 \leq L/2 \\ p_{2,n} + n + 2, n + 1 \geq L/2 \end{cases} \quad (9)$$

通过整理可知式(9)给出的 $p_{2,n+1}$ 与式(3)在 $k = n + 1$ 下的取值完全相同。

在从式(4a)到式(4b), 从式(5a)到式(5b), 从式(6a)到式(6b), 从式(7a)到式(7b)的推导中采用了假设1, 即 P 是一个非常大的确定的正整数。下面将证明, 只要 $P \geq 3L^2/4$, 式(4a)与式(4b), 式(5a)与式(5b), 式(6a)与式(6b), 式(7a)与式(7b)就相互等价。

式(4a)等价于

$$p_{2,n+1} - (n + 1) + j \neq p_{2,i} \pmod{P} \quad (10)$$

不等式左边

$$0 < p_{2,n+1} - (n + 1) + j \leq p_{2,L-1} - (L - 1)$$

$$+ j \leq p_{2,L-1} - (L - 1) + (L - 1) < 3L^2/4$$

不等式右边 $0 \leq p_{2,i} < 3L^2/4$, 因此当 $P \geq 3L^2/4$ 时式(10)等价于

$$p_{2,n+1} - (n + 1) + j \neq p_{2,i} \quad (11)$$

式(5a)等价于

$$p_{2,n+1} - j \neq p_{2,i} - i \pmod{P} \quad (12)$$

不等式左边 $0 < p_{2,n+1} - j < 3L^2/4$, 不等式右边 $0 \leq p_{2,i} - i < 3L^2/4$, 因此, 当 $P \geq 3L^2/4$ 时式(12)等价于

$$p_{2,n+1} - j \neq p_{2,i} - i \quad (13)$$

类似地, 可以证明: 当 $P \geq 3L^2/4$ 时, 式(6a)与式(6b)、式(7a)与式(7b)相互等价。证毕

根据定理1, 可以得到一个关于 $\text{girth-}8^+(3, L)$ -规则QC-LDPC码存在性的重要结论。

推论1 给定任意正整数 $L(L \geq 4)$, 对于任意正整数 $P(P \geq 3L^2/4)$, 存在长度为 PL 、设计码率为 $1 - 3/L$ 的girth-8⁺(3,L)-规则QC-LDPC码。

由定理1的证明过程, 可知

推论2 贪婪算法构造出的校验矩阵与式(3)定义的校验矩阵 H 完全相同。

观察校验矩阵 H 的前2行和前3列, 可知存在由关系式

$$(0-0) + (1-0) + (0-2) + (1-0) = 0 \pmod{P} \quad (14)$$

描述的8环, 因此有

推论3 对于任意 $P \geq 3L^2/4$, 由式(3)定义的校验矩阵 H 的围长恰好为8。

4 与其他方法的比较

文献[9]提出了一个girth- $g^+(J,L)$ -规则 QC-LDPC码的存在性定理, 该定理指出: 当 $P \geq [(J-1)(L-1)]^{g/2-1}/(J \cdot L - J - L)$ 时, girth- $g^+(J,L)$ -规则QC-LDPC码一定存在。

令 $J = 3, g = 8$, 可知

性质 当 $P > 4(L-1)^2$ 时, 存在girth-8⁺(3,L)-规则 QC-LDPC码。

虽然文献[9]讨论了girth- $g^+(J,L)$ -规则 QC-LDPC码的存在性问题, 但是具体构造过程仍然基于计算机搜索。由定理1可知, 相对于性质1给出的 P 值下界, (当 L 较大时) 本文将 P 的取值下界降低了约5.3倍, 因而在很大程度上改进了girth-8⁺(3,L)-规则 QC-LDPC码存在性的理论结果。此外, 本文所述方法以完全确定的方式直接构造出了这类girth-8(3,L)-规则 QC-LDPC码(记为Greedy-QC-LDPC)。

2004年, Vasic基于矩形整数网格和“最早序列”^[10]构造了一类girth-8(3,L)-规则QC-LDPC码(记为Lattice-QC-LDPC码), 并且讨论了 P 的取值范围。这是目前已知的构造girth-8(3,L)-规则QC-LDPC码的唯一的确定性方法。

对于 $L = 4 - 12$, Fossorier^[8]利用计算机进行大量随机搜索, 给出了一类girth-8(3,L)-规则 QC-LDPC码(记为Fossorier-QC-LDPC码)的最小 P 值(记为 $P_{\text{Fossorier}}$); Wang^[7]利用爬山算法也给出了 $L = 4 - 12$ 时 P 的最小取值。Wang的结果与Fossorier的结果基本相同, 但考虑数据的权威性, 本文选择Fossorier给出的最小 P 值作为各种方法的比较基准。将Lattice-QC-LDPC码所给出的 P 值下界记为 P_{Lattice} , 将本文新构造的Greedy-QC-LDPC码的 P 值下界记为 P_{Greedy} 。

图3描绘了3种方法所给出的最小 P 值随 L 变化的关系曲线。

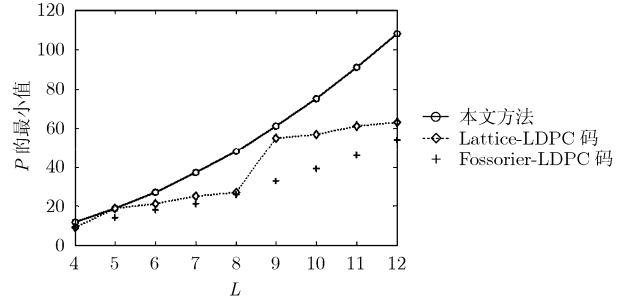


图3 3种girth-8(3,L)-规则QC-LDPC码的最小P值比较

对于Lattice-QC-LDPC码和Greedy-QC-LDPC码, 给定 L , 校验矩阵的移位值不随 P 值变化。当 $P \geq P_{\text{Lattice}}$ 时, Lattice-QC-LDPC码的围长均为8; 当 $P \geq P_{\text{Greedy}} = 3L^2/4$ 时, Greedy-QC-LDPC码的围长也均为8。因此, P_{Lattice} 和 P_{Greedy} 可以分别作为Lattice-QC-LDPC码和Greedy-QC-LDPC码的 P 值允许连续取值的下界。由图3可知, P_{Lattice} 与 L 之间的关系十分复杂, 该函数关系无法用解析式表达。而 P_{Greedy} 与 L 之间的关系非常简单, 并且对于 $L = 4 - 12$ P_{Greedy} 不超过 $P_{\text{Fossorier}}$ 的两倍。

虽然 $P_{\text{Fossorier}}$ 在3种方法中最小, 但是当 $P > P_{\text{Fossorier}}$ 时, 如果校验矩阵的移位值仍然选为 $P = P_{\text{Fossorier}}$ 时的数值, 则Fossorier-QC-LDPC码的围长不能保证必然为8。例如, 式(15)所示的Fossorier-QC-LDPC码的校验矩阵在 $P = 9$ 时围长为8, 而在 $P = 10$ 时围长减少为6。

$$H = \begin{bmatrix} I(0) & I(0) & I(0) & I(0) \\ I(0) & I(1) & I(4) & I(6) \\ I(0) & I(5) & I(2) & I(3) \end{bmatrix} \quad (15)$$

本节的比较结果说明, 本文提出的Greedy-QC-LDPC码可以为girth-8(3,L)-规则QC-LDPC码提供一个允许 P 值连续取值的优良下界。

5 结束语

相对于基于计算机搜索的girth-8⁺ LDPC码的构造方法, 本文提出了一种构造LDPC码的确定性方法, 得到了一类girth-8(3,L)-规则QC-LDPC码(Greedy-QC-LDPC码)。这种构造方法具有两个优点: (1)校验矩阵可以直接表示出来; (2)这类编码的存在性问题得到了完全解决: 对于任意 $P \geq 3L^2/4$, Greedy-QC-LDPC码的围长均为8。本文构造方法不仅丰富了girth-8⁺(3,L)-规则QC-LDPC码的确定性构造方法, 而且针对girth-8⁺(3,L)-规则QC-LDPC码的存在性, 提出了一个 P 值允许连续取值的简单下界。

值得进一步研究的内容: (1)本文只对Greedy-

QC-LDPC码的构造方法和存在性进行了理论分析与证明, Greedy-QC-LDPC码译码性能的计算机仿真研究值得继续开展。(2)受贪婪算法(按行遍历)启发, 本文提出了围长为8的Greedy-QC-LDPC码。我们发现, 当贪婪算法按列遍历时, 对于几个较小的 L , 得到的校验矩阵与Lattice-QC-LDPC码的校验矩阵完全相同。这种有趣的发现启发我们提出一个猜想:(猜想1)对于任意 L , 当贪婪算法按列遍历时, 得到的校验矩阵与Lattice-QC-LDPC码的校验矩阵完全相同。若猜想1得到证实, 则在遍历顺序的意义下, 本文提出的Greedy-QC-LDPC码和已有的著名Lattice-QC-LDPC码就成为两种具有对偶关系的确定性girth-8 QC-LDPC码。

参考文献

- [1] Zhang G H and Wang X M. Construction of low-density parity-check codes based on frequency-hopping sequences [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2009, 18(1): 141-144.
- [2] 张国华, 王新梅. 利用双重扩展RS码及循环MDS码构造实用化的LDPC码[J]. *通信学报*, 2008, 29(6): 100-105.
Zhang G H and Wang X M. Applied quasi-cyclic LDPC codes from doubly-extended RS code and cyclic MDS code [J]. *Journal on Communications*, 2008, 29(6): 100-105.
- [3] Esmaili M and Gholami M. Maximum-girth slope-based quasi-cyclic $(2, k \geq 5)$ low-density parity-check codes [J]. *IET Communications*, 2008, 2(10): 1251-1262.
- [4] Zhang H and Moura J M F. Geometry based designs of LDPC codes [C]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'04)*, Paris, France, 2004: 762-766.
- [5] 陶雄飞, 刘卫忠, 邹雪城. 利用几何图形构造不含小环的LDPC码[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(11): 1965-1968.
Tao X F, Liu W Z, and Zou X C. Construction of LDPC codes without small cycles based on geometry [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(11): 1965-1968.
- [6] 范俊, 肖扬, 李门浩. 一种围数为八的低密度校验码校验矩阵设计[J]. *北京交通大学学报*, 2007, 31(2): 10-14.
Fan J, Xiao Y, and Lee M H. Design of parity check matrices of LDPC codes with girth 8 [J]. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2007, 31(2): 10-14.
- [7] Wang Y, Yedidia J S, and Draper S C. Construction of high-girth QC-LDPC codes[C]. *5th International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, Lausanne, Switzerland, 2008: 180-185.
- [8] Fossorier M P C. Quasi-cyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(8): 1788-1793.
- [9] Lu J and Moura J M F. Structured LDPC codes for high-density recording: large girth and low error floor [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, 42(2): 208-213.
- [10] Vasic B, Pedagani K, and Ivkovic M. High-rate girth-eight low-density parity-check codes on rectangular integer lattices [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2004, 52(8): 1248-1252.

张国华: 男, 1977年生, 博士生, 高级工程师, 研究方向为信道编码理论.

陈超: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为信道编码理论.

杨洋: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为信道编码理论.

王新梅: 男, 1937年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信道编码理论、密码学.