

## 线性离散码系统中基于近似容量分析的发送天线选择算法

许莉 朱近康 邱玲

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

**摘要:** 为了降低应用线性离散码(LDC)的多输入多输出系统中发送天线选择算法的复杂度, 该文利用 LDC 的线性变换矩阵的酉矩阵参数化性质, 推导出了一种考虑 LDC 矩阵平均影响的近似容量表达式。近似容量表达式不涉及时间扩展的高阶等效信道矩阵的运算, 从而基于近似容量的发送天线选择算法可以有效地降低运算复杂度。该文从近似容量出发, 给出了最大化近似容量的发送天线选择算法和基于矩阵消元的天线选择算法。近似容量表达式为基于垂直空时分层码(V-BLAST)提出的低复杂度天线选择算法在 LDC 系统中的直接应用提供了理论支持。仿真结果表明, 所提方案具有与最优天线选择算法相近的性能, 但具有更低的计算复杂度。基于矩阵消元的天线选择算法与在 V-BLAST 系统中提出的基于范数和相关性的天线选择算法相比, 可以获得更好的分集增益, 因而具有更好的误码率性能。

**关键词:** 无线通信; 发送天线选择; 线性离散码; 矩阵消元

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)06-1423-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00830

## Transmit Antenna Selection Based on Approximate Capacity Analysis in Linear Dispersion Codes Systems

Xu Li Zhu Jin-kang Qiu Ling

(Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** In order to reduce the complexity of transmit antenna selection in Multi-Input and Multi-Output(MIMO) systems using Linear Dispersion Codes(LDC), an approximate capacity expression considering the average effect of LDC matrix is derived making use of the characterization of unitary-based parameterization of Linear Transformation Matrix for LDC. Transmit antenna selection algorithms based on approximate capacity can lower the complexity efficiently, because the approximate capacity expression does not involve the operations about higher-order equivalent channel matrix extended in time. From the approximate capacity expression, transmit antenna selection algorithms based on maximum approximate capacity and based on matrix elimination are proposed in this paper separately, and meanwhile approximate capacity expression offers theory support for direct use of some transmit antenna selection algorithms proposed in vertical-bell laboratory layered space-time (V-BLAST) systems. Simulation results suggest that the proposed algorithms can approach the performance of optimal antenna selection algorithm with lower complexity. Compared to the norm and correction-based algorithm proposed in V-BLAST systems, the algorithm based on matrix elimination can get better diversity gain, and outperform the former on Bit Error Rate(BER) performance.

**Key words:** Wireless communication; Transmit antenna selection; Linear Dispersion Codes (LDC); Matrix elimination

### 1 引言

近年来, MIMO技术因其巨大的容量优势与改善链路质量的潜力而受到了广泛的关注, 但使用多个射频增加了硬件成本, 空时编码可以使MIMO系统获得额外的分集增益<sup>[1]</sup>, 但MIMO系统天线数的增加却带来了非常大的编解码复杂度。为了解决这些

问题, 天线选择<sup>[2]</sup>是一个重要的手段, 而低复杂度的天线选择算法可以很大程度上减少计算时间, 从而节省时间资源。

由于空时编码中的线性离散码的编解码复杂度低, 且对收发天线配置没有特殊要求, 因而可以方便的应用于MIMO系统。Hassibi和Hochwald提出了基于互信息量最大化的LDC编码<sup>[3]</sup>。Heath随后提出了基于分集增益的LDC码字设计准则<sup>[4]</sup>, 在容量最大化的前提下, 也能保证较大的分集增益, 并给出

了容量的上下界。全分集全速率LDC设计<sup>[5]</sup>, 迹正交LDC设计<sup>[6]</sup>, LDC自适应MIMO系统<sup>[7]</sup>, 误码率分析<sup>[8]</sup>等也有了一定的研究, 但只考虑了基于分集增益的LDC线性变换矩阵满足全速率条件的情况, 对一般的情况并没有进行分析。

在已有文献中, LDC的系统容量都是基于进行了时间扩展的高阶等效信道计算的, 从而基于最优容量的遍历天线选择算法<sup>[9]</sup>具有很高的复杂度, 为此, 本文针对LDC线性变换矩阵的全速率条件和一般条件进行了分析, 给出了一种考虑LDC矩阵平均影响的近似容量表达式, 相比于容量上下界, 近似容量能更准确地对容量进行估计。从近似容量出发, 本文给出了低复杂度的最大化近似容量和基于矩阵消元的天线选择算法, 两种算法性能相当, 且与在VBLAST系统中提出的基于范数和相关性的天线选择算法<sup>[10]</sup>相比, 可以获得更好的误码率性能。

本文中, 上标-1 和+分别表示对矩阵求逆和伪逆, 上标 T 和 H 分别表示转置和共轭转置。

## 2 线性离散码系统模型

假设 MIMO 系统有  $N_r$  根接收天线,  $N$  根发送天线, 且选择其中的  $N_t$  根天线进行发射。系统在  $T_s$  个符号间隔内传输  $Q$  个符号,  $\{\mathbf{M}_k\}_{k=0}^{Q-1}$  为  $N_t \times T_s$  的 LDC 基矩阵码字, 且满足功率限制条件:

$$\text{tr}\{\mathbf{M}_k \mathbf{M}_k^H\} = T_s / Q, \quad k = 0, 1, \dots, Q-1 \quad (1)$$

假设  $\{s_k\}_{k=0}^{Q-1}$  是从特定星座图中选出的符号集合, 其均值为0, 方差为1, 发射码字可以通过基矩阵以  $s_k$  为加权系数的线性组合来构造:

$$\mathbf{S}(s_0, s_1, \dots, s_{Q-1}) = \sum_{k=0}^{Q-1} \{\mathbf{M}_k s_k\} \quad (2)$$

设  $N_r \times N_t$  的信道系数矩阵为  $\mathbf{H}_s$ , 则接收信号矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \sqrt{E_s} \mathbf{H}_s \mathbf{S}(s_0, s_1, \dots, s_{Q-1}) + \mathbf{N} \\ &= \sqrt{E_s} \mathbf{H}_s \sum_{k=0}^{Q-1} \mathbf{M}_k s_k + \mathbf{N} \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{Y}$  是  $N_r \times T_s$  的接收信号矩阵;  $\mathbf{N}$  为  $N_r \times T_s$  的复高斯噪声矩阵, 其元素服从  $\text{CN}(0, N_0)$  分布; 由式(1), 式(3)可知单位符号时间内的总发送功率为  $E_s$ , 则平均信噪比为  $\rho = E_s / N_0$ 。

为了分析的方便, 将式(3)中的输入输出关系改写为等效的矢量形式, 定义 LDC 线性变换矩阵 (Linear Transformation Matrix, LTM):

$$\boldsymbol{\chi} = [\text{vec}(\mathbf{M}_0), \text{vec}(\mathbf{M}_1), \dots, \text{vec}(\mathbf{M}_{Q-1})] \quad (4)$$

式中  $\text{vec}(\cdot)$  是矢量化算子, 它将矩阵的各列按先后顺序合并为一个新的列矢量, 且 LTM 满足正交条件:

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\chi} \boldsymbol{\chi}^H &= \frac{1}{N_t} \mathbf{I}_{N_t T_s}, \quad Q = N_t T_s \\ \boldsymbol{\chi}^H \boldsymbol{\chi} &= \frac{T_s}{Q} \mathbf{I}_Q, \quad Q < N_t T_s \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将信道系数矩阵表达为

$$\overline{\mathbf{H}}_s = \mathbf{I}_{T_s} \otimes \mathbf{H}_s \quad (6)$$

其中  $\otimes$  为克罗内克(Kronecker)积。式(3)的两端进行矢量化操作, 得

$$\mathbf{y} = \sqrt{E_s} \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \sqrt{E_s} \widetilde{\mathbf{H}}_s \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (7)$$

式中  $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$ ,  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_Q]^T$ ,  $\mathbf{n} = \text{vec}(\mathbf{N})$ ,  $\widetilde{\mathbf{H}}_s = \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}$  为等效信道系数矩阵。

## 3 基于近似容量的发送天线选择算法

从  $N_r \times N$  的信道参数矩阵  $\mathbf{H}$  中任意选出  $N_t$  根构造的新的信道系数矩阵集合表示为

$$\widehat{\mathbf{H}} = \{\mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_{P-1}\} \quad (8)$$

其中  $P = C_N^{N_t}$  是天线子集  $\widehat{\mathbf{H}}$  中所包含元素的数目。接收端已知全部信道信息, 且完成天线选择算法, 然后将天线选择的结果反馈给发送端。对集合  $\widehat{\mathbf{H}}$  中的每个元素  $\mathbf{H}_k$ , 根据文献[4]给出的 LDC 系统容量表达式计算 LDC 系统的容量  $C(\mathbf{H}_k)$ :

$$C(\mathbf{H}_k) = \frac{1}{T_s} \log_2 \left( \det \left( \mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \boldsymbol{\chi} \right) \right) \quad (9)$$

则最优容量天线选择算法为

$$\mathbf{H}_s = \arg \max_{\mathbf{H}_k \in \widehat{\mathbf{H}}} [C(\mathbf{H}_k)] \quad (10)$$

由于LDC系统的容量是基于进行了时间扩展的高阶等效信道计算的, 则以最优容量发送天线选择算法具有很高的复杂度。针对最优容量天线选择算法高复杂度的缺点, 本节考虑LDC矩阵的特性, 给出一种不依赖于LDC矩阵的近似容量表达式, 从而为低复杂度LDC发送天线选择算法提供了条件, 并提出了一种低复杂度的最大化近似容量发送天线选择算法和一种基于矩阵消元的发送天线选择算法。

### 3.1 LDC 近似容量分析

下面首先给出近似容量的分析, 文献[5-8]涉及容量时仅对 LDC 线性变换矩阵全速率条件进行了分析, 本文从 LDC 系统容量表达式出发, 对全速率条件和一般条件分别进行了分析, 从而给出了一个统一的近似容量表达式。若信道矩阵为  $\mathbf{H}_s$ , 则容量表达式为

$$C(\mathbf{H}_s) = \frac{1}{T_s} \log_2 \left( \det \left( \mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi} \right) \right) \quad (11)$$

(1)LTM 全速率条件容量分析 当式(5)满足全速率条件, 即  $Q = N_t T_s$  时, 式(11)中

$$\begin{aligned}
\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) &= \det(\mathbf{I}_{N_r T_s} + \rho \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi} \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H) \\
&= \det\left(\mathbf{I}_{N_r T_s} + \rho \frac{1}{N_t} \overline{\mathbf{H}}_s \overline{\mathbf{H}}_s^H\right) \\
&= \det\left(\mathbf{I}_{N_r T_s} + \rho \frac{1}{N_t} \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s\right)
\end{aligned} \quad (12)$$

把  $\overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s = (\mathbf{I}_{T_s} \otimes \mathbf{H}_s)^H (\mathbf{I}_{T_s} \otimes \mathbf{H}_s) = \mathbf{I}_{T_s} \otimes (\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s)$  代入式(12)并化简得

$$\begin{aligned}
&\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) \\
&= \det\left(\mathbf{I}_{T_s} \otimes \left(\mathbf{I}_{N_t} + \rho \frac{1}{N_t} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s\right)\right) \\
&= \left(\det\left(\mathbf{I}_{N_t} + \rho \frac{1}{N_t} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s\right)\right)^{T_s}
\end{aligned} \quad (13)$$

设 Hermite 矩阵  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$  的特征值为  $\{\lambda_i\}_{i=0}^{N_t-1}$ , 且  $\lambda_0 \geq \dots \geq \lambda_{N_t-1} \geq 0$ , 式(13)的奇异值表达式为

$$\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) = \prod_{k=0}^{N_t-1} \left(1 + \rho \frac{1}{N_t} \lambda_k\right)^{T_s} \quad (14)$$

(2)LTM 一般条件容量分析 当式(5)满足  $Q < N_t T_s$  的条件时, 无法应用上述分析, 但文献[4]指出 LTM 具有基于酉矩阵的参数化性质, 即存在某个  $N_t T_s \times N_t T_s$  维的酉矩阵  $\mathbf{U}$ , 使  $\boldsymbol{\chi}$  由  $\sqrt{T/Q} \mathbf{U}$  的  $Q$  列组成, 所以把  $\boldsymbol{\chi}$  扩展为  $N_t T_s$  列, 即存在阶为  $N_t T_s \times (N_t T_s - Q)$  的矩阵  $\boldsymbol{\chi}_e$ , 使得  $\tilde{\boldsymbol{\chi}} = [\boldsymbol{\chi}; \boldsymbol{\chi}_e]$  满足  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \tilde{\boldsymbol{\chi}} = (T_s/Q) \mathbf{I}_{N_t T_s}$  和  $\tilde{\boldsymbol{\chi}} \tilde{\boldsymbol{\chi}}^H = (T_s/Q) \mathbf{I}_{N_t T_s}$ 。

类似 LTM 全速率条件下的分析, 有

$$\det(\mathbf{I}_{N_t T_s} + \rho \tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}) = \prod_{k=0}^{N_t-1} \left(1 + \rho \frac{T}{Q} \lambda_k\right)^{T_s} \quad (15)$$

另一方面, 以  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}(i)$  表示  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}$  的第  $i$  列, 因为  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}(i)$  和  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}(j)$ ,  $i \neq j$  不相关, 所以可以认为  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}$  的非对角线元素相对于对角线上的元素较小, 仅考虑对角线元素, 近似得

$$\begin{aligned}
&\det(\mathbf{I}_{N_t T_s} + \rho \tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}) \\
&\approx \prod_{i=0}^{N_t T_s - 1} \left(1 + \rho (\tilde{\boldsymbol{\chi}}(i))^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}(i)\right)
\end{aligned} \quad (16)$$

由于 LTM 各列相互正交且能量均匀分布, 则 LTM 各列对信道参数进行变换后的各路等效信道相差很小, 设  $a = 1 + \rho (\tilde{\boldsymbol{\chi}}(i))^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}(i)$ , 则

$$\det(\mathbf{I}_{N_t T_s} + \rho \tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}}) \approx a^{N_t T_s} \quad (17)$$

对于扩展前的  $\boldsymbol{\chi}$ , 同理可得

$$\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) \approx a^Q \quad (18)$$

由式(17), 式(18)得

$$\begin{aligned}
&\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) \\
&\approx \left(\det(\mathbf{I}_{N_t T_s} + \rho \tilde{\boldsymbol{\chi}}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \tilde{\boldsymbol{\chi}})\right)^{\frac{Q}{N_t T_s}}
\end{aligned} \quad (19)$$

将式(15)代入式(19)得

$$\det(\mathbf{I}_Q + \rho \boldsymbol{\chi}^H \overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s \boldsymbol{\chi}) \approx \prod_{k=0}^{N_t-1} \left(1 + \rho \frac{T_s}{Q} \lambda_k\right)^{\frac{Q}{N_t}} \quad (20)$$

当  $Q = N_t T_s$  时, 式(20)与式(14)相同, 所以对于  $Q \leq N_t T_s$ , 将式(20)代入式(11), 得近似容量表达式为

$$\tilde{C}(\mathbf{H}_s) = \frac{Q}{N_t T_s} \sum_{k=0}^{N_t-1} \log_2 \left(1 + \rho \frac{T_s}{Q} \lambda_k\right) \quad (21)$$

(3)近似容量表达式分析 文献[4]给出了 LDC 容量的上下界, 设 Hermite 矩阵  $\overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s$  的特征值为  $\{\mu_i\}_{i=0}^{N_t T_s}$ , 且  $\mu_0 \geq \dots \geq \mu_{N_t T_s-1} \geq 0$ , 则容量上界为

$$\overline{C}(\mathbf{H}_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{i=0}^{Q-1} \log_2 \left(1 + \rho \frac{T_s}{Q} \mu_i\right) \quad (22)$$

容量下界为

$$\underline{C}(\mathbf{H}_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{i=0}^{Q-1} \log_2 \left(1 + \rho \frac{T_s}{Q} \mu_{i+N_t T_s-Q}\right) \quad (23)$$

由  $\overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s = \mathbf{I}_{T_s} \otimes (\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s)$  得到  $\overline{\mathbf{H}}_s^H \overline{\mathbf{H}}_s$  的特征值可表示为  $\mu_i = \lambda_{\lfloor i/T_s \rfloor}$ ,  $i = 0, \dots, N_t T_s$ , 其中  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整。对比近似容量表达式(21)与上下界表达式可知, 近似容量与  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$  的所有特征值都相关, 而上(下)界仅与其较大(较小)特征值相关, 只有当  $Q = N_t T_s$  时, 3 个公式才相同, 所以近似容量表达式中融入了更多的信道信息, 从而能比容量上下界更有效地表征实际容量。

### 3.2 发送天线选择算法

由于近似容量表达式不涉及对时间扩展的等效信道的计算, 所以基于近似容量的发送天线选择算法, 可以极大地降低天线选择的复杂度, 从近似容量表达式出发, 本文给出两种发送天线选择算法。同时, 由式(21)可以看出, 近似容量表达式与 V-BLAST 系统容量相似, 即与实际信道的特征值直接相关。从而近似容量表达式的给出, 为在 V-BLAST 系统中提出的一些低复杂度的天线选择算法在 LDC 系统中的直接应用提供了理论支持, 但与 V-BLAST 系统不同的是 LDC 系统中选择的信道并不对应于某一路确定的发送子流。

(1)最大化近似容量发送天线选择算法 对集合  $\widehat{\mathbf{H}}$  中的每个元素  $\mathbf{H}_k$ , 设  $\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k$  的特征值为  $\{\eta_i\}_{i=0}^{N_t-1}$ , 计算近似容量为

$$\tilde{C}(\mathbf{H}_k) = \frac{Q}{N_t T_s} \sum_{i=0}^{N_t-1} \log_2 \left(1 + \rho \frac{T_s}{Q} \eta_i\right) \quad (24)$$

选择最大近似容量所对应的天线子集为

$$\mathbf{H}_s = \arg \max_{\mathbf{H}_k \in \widehat{\mathbf{H}}} [\tilde{C}(\mathbf{H}_k)] \quad (25)$$

(2) 基于矩阵消元的发送天线选择算法 设要选择的最优信道参数矩阵为  $\mathbf{H}_s$ , 则在高信噪比下近似容量表达式改写为

$$\begin{aligned} \tilde{C}(\mathbf{H}_s) &= \frac{1}{T_s} \log_2 \left( \det \left( \mathbf{I}_{N_t} + \rho \frac{T_s}{Q} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right) \right) \\ &\approx \frac{1}{T_s} \log_2 \left( \det \left( \rho \frac{T_s}{Q} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right) \right) \end{aligned} \quad (26)$$

对  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$  进行消元得到对角阵, 且对角线上的元素为  $c_i, i = 0, \dots, N_t$ , 则

$$\tilde{C}(\mathbf{H}_s) \approx \frac{1}{T_s} \log_2 \left( \left( \rho \frac{T_s}{Q} \right)^{N_t} \prod_{i=1}^{N_t} c_i \right) \quad (27)$$

所以最大化近似容量准则要求最大化  $\prod_{i=1}^{N_t} c_i$ 。设  $\mathbf{A} = \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$ , 则  $\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s$  是  $\mathbf{A}$  的主子式, 为了使近似容量最大, 基于矩阵消元的次优选择步骤如下:

(a)  $k = 0$ ;

(b) 选择  $\mathbf{A}$  对角线上最大的元素作为  $c_k$ , 其在行列号均为  $n_k$ , 若  $k < N_t - 1$ , 转(c);

(c) 对矩阵  $\mathbf{A}$  的  $n_k$  列非对角线上的元素进行消元;

(d) 将矩阵  $\mathbf{A}$  更新为去掉  $n_k$  列的其他元素所组成的矩阵,  $k = k + 1$ , 转(b);

与 VBLAST 系统中提出的基于范数和相关性的天线选择算法相比, 上述算法通过消元考虑了相关系数之间相互作用后对天线范数的影响, 而前者仅消去了天线之间的相关系数, 并没有考虑相关系数之间的相互影响, 当选择的天线数  $N_t \leq 2$  时, 所选天线之间最多只有一个相关系数, 不涉及相关系数之间的相互影响, 此时两种天线选择算法的性能相同, 当  $N_t > 2$ , 本文所提算法可以获得更好的分集增益, 因而具有更好的误码率性能。

### 3.3 复杂度分析

本节分别给出最优容量天线选择算法, 基于近似容量和基于范数和相关性的天线选择算法的复杂度比较, 仅考虑经典的矩阵运算方法, 且复杂度指复数的乘除法次数。

在最优容量发送天线选择算法中, 对集合  $\widehat{\mathbf{H}}$  中的每个元素  $\mathbf{H}_j$ , 不考虑  $\overline{\mathbf{H}}_j$  的运算时间,  $\tilde{\mathbf{H}}_j = \overline{\mathbf{H}}_j \mathbf{X}$  是  $N_r T_s \times N_t T_s$  的矩阵与  $N_t T_s \times Q$  的矩阵的乘法, 其复乘法次数为  $N_r N_t Q T_s^2$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j$  的复乘法次数为  $Q^2 N_r T_s$ , 而运用高斯消元法对矩阵  $\mathbf{I}_Q + \rho \tilde{\mathbf{H}}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j$  求行列式的复杂度为  $\frac{1}{3} Q^3 + Q^2 - \frac{1}{3} Q$ , 则总的复杂度为  $C_N^{N_t} \left( N_r N_t Q T_s^2 + Q^2 N_r T_s + \frac{1}{3} Q^3 + Q^2 - \frac{1}{3} Q \right)$ 。

在最大化近似容量天线选择算法中, 对集合  $\widehat{\mathbf{H}}$  中的每个元素  $\mathbf{H}_j$ ,  $\mathbf{H}_j^H \mathbf{H}_j$  的复乘法次数为  $N_t^2 N_r$ , 利用高斯消元法求矩阵的特征值的乘除法次数为  $\frac{1}{3} N_t^3 + N_t^2 - \frac{1}{3} N_t$ , 则总的复杂度为  $C_N^{N_t} \left( N_t^2 N_r + \frac{1}{3} N_t^3 + N_t^2 - \frac{1}{3} N_t \right)$ 。

在基于矩阵消元的天线选择算法中,  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  的复乘法次数为  $N^2 N_r$ , 在算法过程中, 选择天线  $i, i = 0, 1, \dots, N_t - 2$  后对  $N - i$  阶的矩阵的某一列元素的非对角线元素进行消元, 需进行  $2(N - i - 1)^2$  次复乘操作, 则总复杂度为  $\sum_{i=0}^{N_t-2} 2(N - i - 1)^2 + N^2 N_r$ ; 而根据文献[10]可知, 基于范数和相关性的天线选择算法的复杂度为  $\sum_{i=0}^{N_t-2} \left( \sum_{n=0}^{N-i-1} ((N - i - 1) N_r + 1) \right) + N N_r$ 。

由上述分析可以看出, 最优容量发送天线选择算法随  $Q$  或  $T_s$  的增大而增大, 而其他天线选择算法均与 LDC 矩阵无关, 即与参数  $Q$  和  $T_s$  无关。最优容量和最大化近似容量都是基于矩阵子集的天线选择算法, 与最优容量天线选择算法相比, 最大化近似容量天线选择算法不涉及时间上扩展的等效信道的操作, 复杂度大大降低, 但是当矩阵子集即  $C_N^{N_t}$  较大时, 复杂度仍然比较高, 为此, 从近似容量表达式出发, 本文进一步给出的基于矩阵消元的天线选择算法, 进一步降低了运算复杂度。

## 4 发送天线选择的成对差错概率分析

假设等效信道已知,  $\mathbf{s}$  和  $\hat{\mathbf{s}}$  分别为发送序列和相应的接收序列, 则成对差错概率<sup>[11]</sup>为

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}} | \tilde{\mathbf{H}}_s) &\leq \det \left( \mathbf{I}_{N_r T_s} + \frac{\rho}{2} \tilde{\mathbf{H}}_s \tilde{\mathbf{H}}_s^H \right)^{-1} \\ &= \det \left( \mathbf{I}_Q + \frac{\rho}{2} \tilde{\mathbf{H}}_s^H \tilde{\mathbf{H}}_s \right)^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

在高信噪比下, 考虑式(28)的等号关系, 类似式(26)的推导过程, 得

$$P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}} | \tilde{\mathbf{H}}_s) \approx \left( \det \left( \frac{\rho}{2} \frac{1}{N_t} \mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s \right) \right)^{-T_s} \quad (29)$$

由式(26), 式(29)可知, 在高信噪比下, 最大化近似容量或最小化近似成对差错概率都是要求  $\det(\mathbf{H}_s^H \mathbf{H}_s)$  最大, 所以所提天线选择算法, 在保证容量的同时, 也会有较好的误码率性能。

## 5 数据仿真

在以下仿真中, 均采用 QPSK 调制, 迫零(Zero Forcing, ZF)解码算法, 接收天线数为 3, LDC 基矩

阵存储于收发两端, 为了适应  $Q (\leq N_t T_s)$  的变化, 取  $T_s = N_t$ , 利用下式<sup>[3]</sup>产生  $N_t T_s$  个码矩阵, 并取前  $Q$  个码矩阵作为 LDC 基矩阵。

$$M_{N_t(k-1)+l} = \frac{1}{\sqrt{N_t}} D^{k-1} \Pi^{l-1},$$

$$k = 1, 2, \dots, N_t, l = 1, 2, \dots, N_t \quad (30)$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j2\pi/N_t} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & e^{j2\pi(N_t-1)/N_t} \end{bmatrix},$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

首先对 LDC 编码的系统容量进行了仿真, 假设系统有 3 根发送天线。  $\rho = 10$  dB 时随  $Q$  变化的容量曲线如图 1 所示, 从图 1 中可以看到, 近似容量与遍历容量曲线相近, 可以比容量的上下界更好的估计系统容量, 在 LDC 编码满速率情况下, 即  $Q = N_t T_s$  时, 近似容量和容量上下界与遍历容量重合。

图 2 和图 3 分别给出了最优容量准则和最大化近似容量准则及基于矩阵消元的天线选择算法的容量和误比特率的性能曲线。仿真条件为  $N = 3$ ,  $N_t = 2, Q = 2$ , 由图可知, 最大化近似容量准则和基于矩阵消元的天线选择算法的性能均接近于最优容量准则。

图 4 给出了  $N_r = 3, N_t = 2$  时天线选择算法的复杂度比较。文献[3]指出 LDC 编码要取得较好性能,  $T_s$  和  $Q$  的取值范围分别为  $N_t \leq T_s \leq 2N_t$  和  $Q \leq N_t T_s$ , 如图 4 所示, 最优容量准则的复杂度随着  $T_s$

和  $Q$  的增大而增大, 而其它准则与  $Q$  和  $T_s$  无关, 且复杂度远低于最大化容量准则, 特别是当  $Q$  和  $T_s$  较大时, 这在未来移动通信高速率的要求, 即  $Q$  较大的情况下, 具有重要的意义。

图 5 给出了选择天线数为 3,  $Q = 3$  时两种算法在备选天线数分别为 4, 6 时的误比特率性能曲线, 可以看到本文所提准则可以获得比基于范数和相关性准则更好的性能, 且备选天线数越大, 性能增益越大。而图 6 给出了两种算法的复杂度比较, 随着备选天线数的增加, 基于近似容量的遍历算法的复杂度增加很快, 而基于矩阵消元的天线选择算法的复杂度增加缓慢。结合图 5 和图 6, 与基于范数和相关性的天线选择算法相比, 基于矩阵消元的发送天线选择算法用少量的复杂度换来了较大的性能增益。

## 6 结论

本文给出了一种 LDC 系统近似容量表达式, 从而为低复杂度的发送天线选择算法的提出提供了条件, 同时为基于 V-BLAST 提出的低复杂度天线选择算法在 LDC 系统中的直接应用提供了理论支持。以最大化近似容量为准则的天线选择算法, 考虑了 LDC 矩阵对信道参数的平均影响, 具有接近于最优容量发送天线选择算法的性能; 并且由于在选择过程中没有涉及 LDC 矩阵和时间扩展的信道矩阵的操作, 复杂度大大降低; 从近似容量表达式出发, 提出的基于矩阵消元的天线选择算法具有与最大化近似容量发送天线选择算法相当的性能, 且基于矩阵消元的天线选择算法考虑了所选天线之间相关系数之间的相互影响, 相比于基于范数和相关性的天线选择算法, 可以获得更好的分集增益, 具有更好的性能。所提天线选择算法以较小的性能损失换取极低的复杂度, 对于 LDC 系统天线选择算法的应用有着重要的意义。

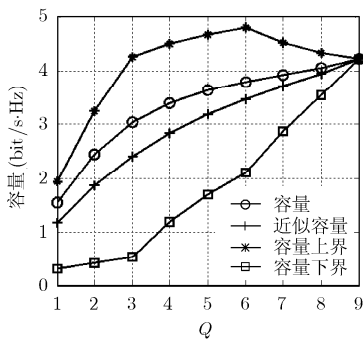


图 1 随  $Q$  变化的容量性能曲线,  $\rho = 10$  dB

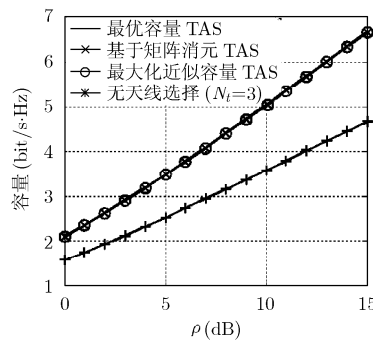


图 2 随  $\rho$  变化的容量性能曲线

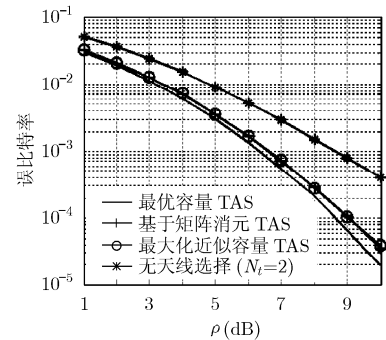


图 3 随  $\rho$  变化的误比特率性能曲线

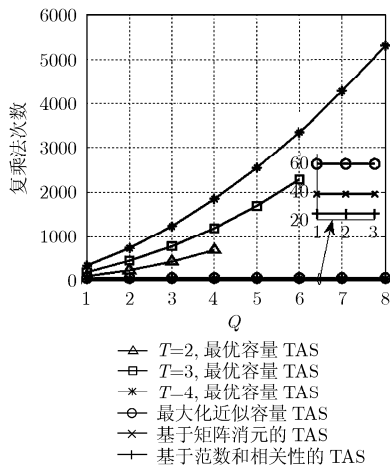


图 4 一次信道实现的天线选择复杂度比较,  $N_r = 3, N_t = 2$

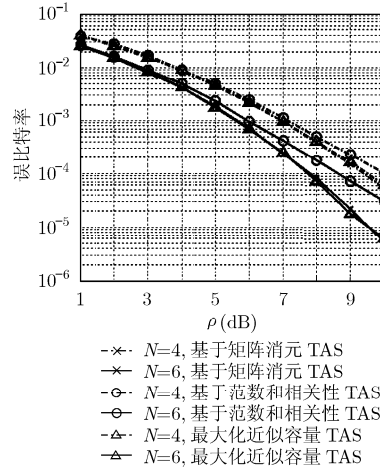


图 5 基于矩阵消元和基于范数和相关性的天线选择算法的误码率性能曲线

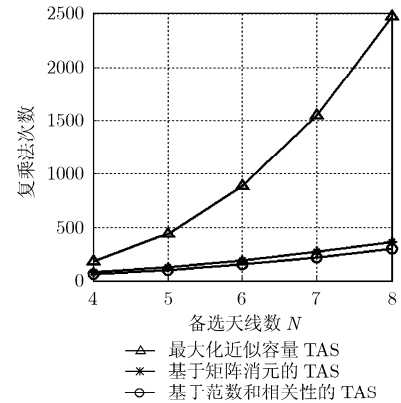


图 6 基于矩阵消元和基于范数和相关性的天线选择算法的复杂度比较

参考文献

[1] Tarokh V, Seshadri N, and Calderbank A R. Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1998, 44(2): 744-765.

[2] Sanayei Shahab and Nosratinia Aria. Antenna selection in MIMO systems. *IEEE Communications Magazine*, 2004, 42(10): 68-73.

[3] Hassibi B and Hochwald B M. High-rate codes that are linear in space and time. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, 48(7): 1804-1824.

[4] Heath R W Jr and Paulraj A J. Linear dispersion codes for MIMO systems based on frame theory. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2429-2441.

[5] Fasano A and Barbarossa S. An information lossless, full diversity, full rate, linear dispersion STBC. *IEEE International Conference on Telecommunications*, St. Petersburg, 2008: 1-4.

[6] Fasano A and Barbarossa S. Trace-orthogonal space-time coding. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 2017-2034.

[7] Gheryani M, Wu Z, and Shayan Y. Design of an adaptive MIMO system using linear dispersion code. *IEEE*

*Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(11): 4739-4747.

[8] Gheryani M, Shayan Y, and Wu Z, et al. Error performance of linear dispersion codes. *IEEE Global Communication Conference (GLOBECOM 2008)*, New Orleans, USA, Nov. 30-Dec. 4, 2008: 1-4.

[9] Deng Dan, Zhao Ming, and Zhu Jin-kang. Transmit antenna selection for linear dispersion codes based on linear receiver. *Vehicular Technology Conference*, 2006 Spring. Melbourne, Australia, 2006: 2927-2931.

[10] Liu Shen-fa, He Zhi-qiang, and Wu Wei-ling, et al. A fast sub-optimal antenna selection algorithm in MIMO systems. *Wireless Communications and Networking Conference*, New Orleans, USA, 3-6 April 2006, 2: 734-739.

[11] Zheng L and Tse D. Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple-antenna channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(5): 1073-1096.

许莉: 女, 1983年生, 博士生, 研究方向为分布式无线通信、信号处理。

朱近康: 男, 1943年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信与无线通信及扩频通信中的信号处理。

邱玲: 女, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为扩频通信技术及通信系统、宽带、空时无线通信方法。