多导体传输线电感矩阵的直接算法

徐　军　　吕英华
(北京邮电大学电子工程学院　北京　100876)

摘　要：该文针对多导体电感矩阵通常需借助复杂间接方法求解的情况，提出一种多导体传输线电感矩阵的直接算法。利用双细线回路方程构建矩阵模型直接求解电感矩阵，降低了分析复杂度；并采用矩阵运算，在计算电感矩阵的同时求解多导体电流分布，解决了传统间接方法无法进行电流分析的难题。分析过程中采用非磁准近似条件和细线划分，可适用于宽频段、任意导体间距，任意横截结构情况。仿真结果表明，该算法在电感矩阵和电流分布的计算上均有较高精度。

关键词：多导体传输线；非磁准近似；电感矩阵；电流分布
中图分类号：TN811　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2010)05-1224-05
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00739

Direct Computation of Multiconductor Transmission Line Inductance Matrix

Xu Jun　　Lü Ying-hua
(*School of Electronic Engineering*, *Beijing University of Posts and Telecommunications*, *Beijing* 100876, *China*)

Abstract: MTL (Multiconductor Transmission Line) inductance matrix is commonly computed through complex and tiresome indirect transform method, so a novel method to directly compute the MTL inductance matrix is proposed. Double filaments circuit is utilized to construct a matrix model, and then inductance matrix is directly solved from the model by the novel method, so the complexity of the analysis is greatly reduced. Additionally, matrix transformation is adopted; therefore, currents distribution can also be supplied when inductance matrix calculation is finished, which is impossible for classical indirect method. The novel method imports nonmagnetic quasi-static hypothesis and filaments division, then it can be applied to the transmission line structure with arbitrary shaped cross-section, and arbitrary separate distance in wide frequency band. Simulations show that this method has a good precision in currents distribution and inductance matrix calculation.

Key words: Multiconductor Transmission Line (MTL); Nonmagnetic quasi-static hypothesis; Inductance matrix; Current distribution

1　引言

多导体传输线结构广泛用于各类电器系统中，电缆束，多芯连接器，PCB(Printed Circuit Board)上的印制总线等均属于多导体传输线，信号在多导体结构中的传输特性分析是电磁兼容中的重要问题[1,2]。多导体传输线分析中的关键要素是多导体传输线的电容矩阵和电感矩阵[3,4]。关于电容矩阵的构成和求解的研究已经较为透彻，并形成了以矩量法为代表的直接求解算法[5,6]。然而，多导体传输线电感矩阵尚缺乏较成熟的直接算法，主要通过间接法求解[7]。该类方法首先利用矩量法求解多导体通用电容矩阵，然后通过通用电容矩阵变换得到多导体电容矩阵，最后利用电感矩阵与电容矩阵间的变换关系得到多导体电感矩阵，其间需进行两次复杂变换[8,9]。间接方法的优点是可同时得到电容和电感矩阵，但通过电容矩阵求解电感矩阵较为复杂，且缺乏对多导体电感构成和电流间相互影响的分析，不能对多导体电感设计和邻近效应削弱提供有效指导。此外，多导体结构横截面上的电流分布也是多导体传输线分析的重要问题[10,11]，然而间接方法无法对整个系统的电流分布进行分析。

针对此情况，本文提出了一种多导体电感矩阵的直接算法，该法采用细线结构对导体系统进行划分，并进行场分析，进而利用双细线回路方程构建系统矩阵模型，最后通过矩阵运算直接求解得到电感矩阵和电流分布。细线划分使得该方法可适用于任意间距，任意导体结构的情况。整个过程中采用非磁准近似条件，完整考虑邻近效应影响，适合整个 TEM(Transverse Electro Magnetic)频段。

2009-05-15 收到，2009-10-08 改回
国家自然科学基金(60671055)资助课题
通信作者：徐军　xujun.bupt@gmail.com

2　建模分析

下面以 3+1 多导体传输线为例进行分析，其系统物理结构如图 1 所示，1-3 号导体为信号线，4 号导体为接地平板。各导体均为各向同性、非磁性材质的有损导体，空间介质为真空。设传输线方向为正 Z 向，横截面为 XOY 平面。以下分析时均假设系统处于稳定状态，且忽略导体两端的集中效应。

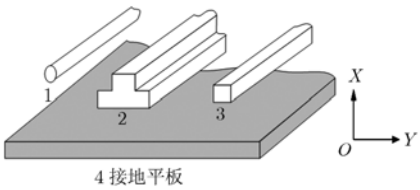


图 1 3+1 多导体传输线系统结构

2.1 细线划分

采用细线网格将各导体离散为细线，如图 2 所示。细线网格截面为正方形，边长为 $2g$，面积为 $S_0=4g^2$。第 n 号导体被划分为 N_n 条细线，则所有信号导体共被划分为 $N_C=N_1+N_2+N_3$ 条细线，整个系统被划分为 $N_{\mathrm{tot}}=N_4+N_C$ 条细线。当 S_0 足够小时，可以认为电流在此小截面上均匀分布，对于第 k 条细线则有 $i_k(z)=J_k(z)S_0$，$i_k(z)$ 为第 k 根细线 z 点处通过的传导电流，$J_k(z)$ 为第 k 条导线的传导电流密度。$v_k(z)$ 为第 k 根细线 z 点相对于接地板的电压，(x_k,y_k,z_k) 为第 k 根细线的坐标。细线网格的尺寸需要根据工作频率和结构尺寸进行选择，通常要保证细线网格尺寸小于趋肤深度的 1/5。

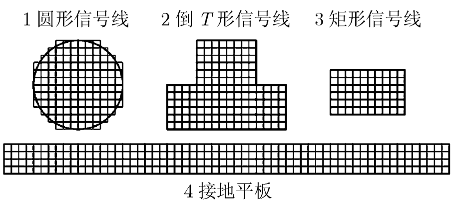


图 2 细线划分示意图

2.2 场分析

以上任意两条细线可构成 1 个回路，如图 3 所示。

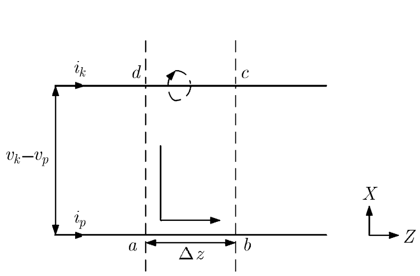


图 3 细线回路示意图

电流正方向取正 Z 向，磁场正向与环路绕行方向符合右手螺旋定则，沿 $a\to b\to c\to d\to a$ 做电场的闭合环路积分得到[12]

$$\begin{aligned}&\int_z^{z+\Delta z}E_p(x,y,z)\mathrm{d}\tau+\int_p^k E(x,y,z+\Delta z)\mathrm{d}\gamma\\&\quad+\int_{z+\Delta z}^{z}E_k(x,y,z)\mathrm{d}\tau+\int_k^p E(x,y,z)\mathrm{d}\gamma\\&\quad=-j\omega\mu_0\int_p^k\int_z^{z+\Delta z}H_\perp\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{1}$$

引入电流和电压的定义

$$i_k(z)r_k\Delta z=\int_z^{z+\Delta z}E_k(x,y,z)\mathrm{d}\tau\tag{2}$$

$$v_k(z)-v_p(z)=-\int_p^k E(x,y,z)\mathrm{d}\gamma\tag{3}$$

其中 r_k 为第 k 条细线的单位长度直流电阻，$r_k=1/(4\sigma g^2)$。

将式(2)和式(3)代入式(1)得到

$$\begin{aligned}&i_p(z)r_p\Delta z-v_k(z+\Delta z)+v_p(z+\Delta z)-i_k(z)r_k\Delta z\\&\quad+v_k(z)-v_p(z)=-j\omega\mu_0\int_p^k\int_z^{z+\Delta z}H_\perp\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{4}$$

式(4)中右侧 $\mu_0\int_p^k\int_z^{z+\Delta z}H_\perp\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau$ 为垂直穿过 $a\to b\to c\to d\to a$ 所围绕面积的总的磁通量，它由所有 N_{tot} 条导线所产生的磁场穿过环路面积的磁通量构成，即

$$\mu_0\int_p^k\int_z^{z+\Delta z}H_\perp\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau=\mu_0\left[\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{tot}}}\int_s^n\int_z^{z+\Delta z}H_{k\perp}\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau\right]\tag{5}$$

其中 $H_{k\perp}$ 为第 k 条细线的电流产生的垂直穿过 $a\to b\to c\to d\to a$ 所围绕面积的磁场分量，$H_{k\perp}$ 可通过分析空间的磁场分布获得。取图 3 中的闭合圆环线，该闭合圆环线仅包围细线网格 k，与 XOY 平面平行，且与 Z 轴正向符合右手螺旋定则，圆环中心与细线网格 k 轴心重合。沿闭合环线做磁场的积分得到

$$\oint_C \boldsymbol{H}_k\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_S(j\omega\varepsilon E_k+J_k)\mathrm{d}S\tag{6}$$

理想传输线在横电磁波模式下，没有轴向的电场和磁场，但对于由非理想导体构成的传输线，导体内存在轴向的电流和电场。对于本例中的有损传输线无限长，忽略集中效应的情况下，轴向的电流和电场仅存在于导体内。采用非磁准近似条件完整考虑传导电流和位移电流，引入空间总电流 i_{M_k}，i_{M_k} 中包含位移电流 $J_{dk}=j\omega\varepsilon E_k$ 和传导电流 J_k。

$$i_{M_k}=\int_{S_0}(j\omega\varepsilon E_k+J_k)\mathrm{d}S=i_k(j\omega\varepsilon/\sigma+1)\tag{7}$$

由式(6)和式(7)及对称性得到

$$\boldsymbol{H}_k=\boldsymbol{e}_\varphi\, i_{M_k}/(2\pi r)\tag{8}$$

将 H_k 乘以相应的方向因子 β 即可得到 $H_{k\perp}$ 即

$$H_{k\perp}=H_k\beta=\frac{i_k(j\omega\varepsilon/\sigma+1)\beta}{2\pi r}\tag{9}$$

故式(4)可改写为

$$\begin{aligned} & i_p(z)r_p\Delta z - v_k(z+\Delta z) + v_p(z+\Delta z) - i_k(z)r_k\Delta z \\ & \quad + v_k(z) - v_p(z) = -j\omega\mu_0 \\ & \quad \cdot\left[\sum_{q=1}^{N_{\mathrm{tot}}}\int_s^n\int_z^{z+\Delta z}\frac{i_q\left(j\omega\varepsilon/\sigma+1\right)\beta}{2\pi r}\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau\right] \end{aligned} \tag{10}$$

类似共可得到$C_{N_{\mathrm{tot}}}^2$个方程，再加上电流守恒定律

$$\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{tot}}} i_k = 0 \tag{11}$$

共$C_{N_{\mathrm{tot}}}^2+1$个方程，有N_{tot}个未知量，从$C_{N_{\mathrm{tot}}}^2+1$个方程中选取N_{tot}个方程即可求解。考虑计算方便与可实现性采用如下方法选取方程：所有信号线导体(平板除外)的电流细线分别与接地平板的第 1 条细线i_s($s=N_C+1$)构成回路，可得到N_C个回路；平板的所有电流细线分别与 1 号信号线的第 1 条细线i_1构成回路，去掉 1 个与先前步骤中重复的方程，得到N_4-1个方程；再添加电流守恒定律，由此共得到N_{tot}个方程。

先分析所有信号线导体的电流细线分别与i_s构成的N_C个回路。z点处同一导体内的细线具有相同的电位，且设平板为零电位，则有$v_n(z)-v_s(z)=v_n(z)$进而得到$1\le n\le N_C$时

$$\begin{aligned} & i_s(z)r_s\Delta z - v_n(z+\Delta z) - i_n(z)r_n\Delta z + v_n(z) \\ & = -j\omega\mu_0\left[\sum_{q=1}^{N_{\mathrm{tot}}}\int_s^n\int_z^{z+\Delta z}\frac{i_q\left(j\omega\varepsilon/\sigma+1\right)\beta}{2\pi r}\mathrm{d}\gamma\mathrm{d}\tau\right] \end{aligned} \tag{12}$$

参考传输线参数分析[7]计算方向因子，并对式(12)进行整理得到

$$\begin{aligned} & \frac{v_n(z+\Delta z)-v_n(z)}{\Delta z} = -d_1 i_n(z) + d_1 i_s(z) \\ & \quad - j\omega\mu_0\sum_{m=1\ m\ne n,s}^{N_{\mathrm{tot}}} i_m(z)\left(\frac{j\omega\varepsilon}{\sigma}+1\right) \\ & \quad \cdot\left[\frac{1}{4\pi}\ln\frac{\left(b_1\cos\theta_1+a_1\right)^2+\left(b_1\sin\theta_1\right)^2}{\left(b_1\cos\theta_1-a_1\right)^2+\left(b_1\sin\theta_1\right)^2}\right] \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$a_1 = \sqrt{\left(x_n-x_s\right)^2+\left(y_n-y_s\right)^2}\Big/2 \tag{14}$$

$$b_1 = \sqrt{\left[x_m-\left(\frac{x_n+x_s}{2}\right)\right]^2+\left[y_m-\left(\frac{y_n+y_s}{2}\right)\right]^2} \tag{15}$$

$$c_1 = \sqrt{\left(x_n-x_m\right)^2+\left(y_n-y_m\right)^2} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= r_0 + j\omega\mu_0\left(\frac{j\omega\varepsilon}{\sigma}+1\right) \\ & \quad \cdot\left[\frac{1}{8\pi}+\frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sqrt{\left(x_n-x_s\right)^2+\left(y_n-y_s\right)^2}-g}{g}\right] \end{aligned} \tag{17}$$

$$\cos\theta_1 = \frac{a_1^2+b_1^2-c_1^2}{2a_1b_1} \tag{18}$$

类似分析平板的所有电流细线分别与i_1构成回路，去掉一个与先前步骤中重复的方程，得到N_4-1个方程，即$N_{C+2}\le n\le N_{\mathrm{tot}}$时

$$\begin{aligned} & \frac{v_n(z+\Delta z)-v_n(z)}{\Delta z} = -d_2 i_1(z) + d_2 i_n(z) \\ & \quad - j\omega\mu_0\sum_{m=2\ m\ne s,n}^{N_{\mathrm{tot}}} i_m(z)\left(\frac{j\omega\varepsilon}{\sigma}+1\right) \\ & \quad \cdot\left[\frac{1}{4\pi}\ln\frac{\left(b_2\cos\theta_2+a_2\right)^2+\left(b_2\sin\theta_2\right)^2}{\left(b_2\cos\theta_2-a_2\right)^2+\left(b_2\sin\theta_2\right)^2}\right] \end{aligned} \tag{19}$$

其中

$$a_2 = \sqrt{\left(x_1-x_n\right)^2+\left(y_1-y_n\right)^2}\Big/2 \tag{20}$$

$$b_2 = \sqrt{\left[x_m-\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right)\right]^2+\left[y_m-\left(\frac{y_1+y_n}{2}\right)\right]^2} \tag{21}$$

$$c_2 = \sqrt{\left(x_1-x_n\right)^2+\left(y_1-y_n\right)^2} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} d_2 &= r_0 + j\omega\mu_0\left(\frac{j\omega\varepsilon}{\sigma}+1\right) \\ & \quad \cdot\left[\frac{1}{8\pi}+\frac{1}{2\pi}\ln\frac{\sqrt{\left(x_1-x_n\right)^2+\left(y_1-y_n\right)^2}-g}{g}\right] \end{aligned} \tag{23}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \tag{24}$$

最后再添加电流守恒定律，至此共得到N_{tot}个方程。

2.3 矩阵模型构建及求解

将以上得到N_{tot}个方程写为矩阵形式：

$$\boldsymbol{FD} = -\boldsymbol{SM} \tag{25}$$

由于z点处同一导体内的细线具有相同的电位，且设接地平板为零电位，故类似式(13)和式(19)中的电压增量可写为电压增量矩阵$\boldsymbol{D}$与扩展矩阵$\boldsymbol{F}$的乘积形式：

$$\boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{V}(z)}{\mathrm{d}\,z} \tag{26}$$

其中$\boldsymbol{V}(z)=[V_1(z)\ \ V_2(z)\ \ V_3(z)]^{\mathrm{T}}$为电压矩阵，表示$z$点处各信号线的电压。$\boldsymbol{M}=[i_1(z)\ \ i_2(z)\ \ \cdots\ \ i_{N_{\mathrm{tot}}}(z)]^{\mathrm{T}}$为细线电流矩阵，表示$z$点处通过各细线的传导电流。$\boldsymbol{S}$为$N_{\mathrm{tot}}\times N_{\mathrm{tot}}$的系数矩阵，其各元素可由式(11)，式(13)及式(19)确定。$\boldsymbol{F}$为$N_{\mathrm{tot}}\times 3$扩展矩阵，其各元素为

$$F(m,k)=\begin{cases} 1,\ \ 1+\sum_{p=1}^{k-1}N_p\le m\le\sum_{p=1}^{k}N_p,\ \ k=1,2,3 \\ 1,\ \ N_C+1\le m\le N_{\mathrm{tot}}, \qquad\qquad k=1 \\ 0,\ \ 其他 \end{cases} \tag{27}$$

由式(25)得到

$$\boldsymbol{M} = -\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{F}\boldsymbol{D} \tag{28}$$

假设电压为已知量时即可通过式(28)得到各细线的电流分布情况，进而可以对多导体的电流分布进行分析。

各导体的电流为各导体细线电流之和，由此可得到

$$\boldsymbol{I}(z) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{M} \tag{29}$$

其中 $\boldsymbol{I}(z) = [I_1(z)\ I_2(z)\ I_3(z)]^{\mathrm{T}}$ 为电流矩阵，表示 z 点处通过各信号线的传导电流。$\boldsymbol{B}$ 为 $3\times N_{\mathrm{tot}}$ 的求和矩阵，其各元素为

$$B(m,k) = \begin{cases} 1,\ 1+\sum\limits_{p=1}^{m-1} N_p \le k \le \sum\limits_{p=1}^{m} N_p, m=1,2,3 \\ 0,\ \text{其他} \end{cases} \tag{30}$$

将式(28)代入式(29)得到

$$\boldsymbol{D} = -\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{F}\right)^{-1}\boldsymbol{I}(z) \tag{31}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}(z)}{\mathrm{d}z} = -\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{F}\right)^{-1}\boldsymbol{I}(z) \tag{32}$$

式(32)为多导体传输线的第一电报方程，由此可以得到多导体传输线的阻抗矩阵为

$$\boldsymbol{Z} = \left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{F}\right)^{-1} \tag{33}$$

阻抗矩阵的虚部即为多导体传输线的电感矩阵，即

$$\boldsymbol{L} = \frac{\mathrm{Im}[\boldsymbol{Z}]}{2\pi f} = \frac{\mathrm{Im}\left[\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{F}\right)^{-1}\right]}{2\pi f} \tag{34}$$

至此多导体传输线的电感矩阵和电流分布分析完毕，可通过式(28)对电流分布进行求解，通过式(34)对多导体的电感矩阵进行求解。

3　仿真分析

以下分析中，所有导体均为铜材质。仿真参数设置如下：1 号信号线(圆形线)的半径为 0.5 mm；2 号信号线(倒 T 形线)由 1 mm×0.5 mm 的矩形和 0.5 mm×0.5 mm 的正方形构成；3 号信号线(矩形线)的尺寸为 1 mm×0.5 mm；4 号接地板(矩形线)的尺寸为 1 mm×8 mm 任意两导体表面间的最小距离均为 1 mm。

3.1 电感参数计算比较

表 1 为本文方法和间接法计算所得的 3+1 多导体传输线电感矩阵结果比较。由于电感矩阵的对称性，表 1 省略了矩阵中的重复元素。

本文方法直接求解电感矩阵，较间接法的两次复杂的变换简便很多，并且保证了较高的精确性。

表 1 本文方法与间接法电感矩阵计算结果比较($\times 10^{-7}$ H)

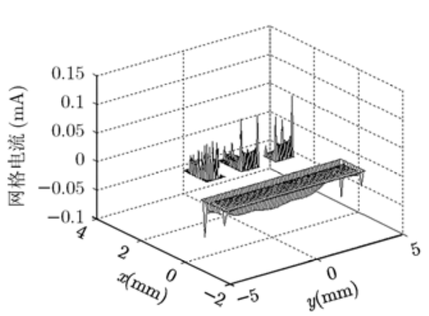
	本文方法	间接法
L_{11}	3.632	3.54
L_{22}	3.327	3.192
L_{33}	3.619	3.466
L_{12}	1.161	1.126
L_{13}	0.503	0.486
L_{23}	1.072	1.039

从表 1 中可以看出，本文方法所得结果和传统较为认可的间接方法所得结果之间的误差小于 4%，同时误差小于 1.5×10^{-8} H，换句话说，本文方法具有很高的精确度。

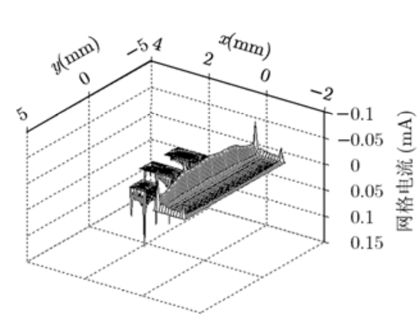
3.2 电流分布

传统的间接法很难获得系统的电流细节分布，而本文方法在获得电感矩阵的同时很容易获得清晰的电流细节分布。图 4 为 100 MHz 时本文中 3+1 多导体结构的电流分布示意图。通过导体的电流强度分别为 $I_1 = I_2 = I_3 = 1$ A，$I_4 = -3$ A。

从图 4 中可以看出，由于邻近效应，异向电流导体的邻近侧电流相对集中，远离侧的电流分布相对较弱；而同向电流导体邻近侧电流分布较为稀疏，远离侧较为集中。同时由于趋肤效应，导体中的电



(a) 上视图



(b) 下视图

图 4 100 MHz 时 3+1 多导体结构的电流分布示意图

流趋向于导体边界分布，且导体表面曲率越大的部分电流越集中。圆形导体边界电流分布较为平滑，矩形导体中电流在 4 个棱角处产生极点分布。以上结果与电流互感理论相符合，电流衰减速度与趋肤理论预测结果一致，且所有电流之和为零，符合电流守恒定理。

4 结论

电流产生磁场，交变的磁场产生电流，多导体内电流间的相互作用通过其产生的磁场进行传递。多导体传输线电感矩阵描述的是电流间的相互影响，其实质是电流与磁场在多元量情况下的交互作用，是邻近效应，趋肤效应和涡流效应的参数化表现。本文从形成机理出发，直接求解电感矩阵，计算结果具有较高精度，并通过电流分布图形象地描述了电流间的相互作用情况。

参 考 文 献

[1] Ciamulski T and Gwarek W K. A coupling compensation concept applied to crosstalk cancelling in multiconductor transmission lines [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2008, 50(2): 437–441.

[2] Page J E and Marquez Segura E. Exact analysis of the wire-bonded multiconductor transmission line [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2007, 55(8): 1585–1592.

[3] Sampath M K. On addressing the practical issues in the extraction of RLGC parameters for lossy multiconductor transmission lines using S-parameter models [C]. IEEE Electrical Performance of Electronic Packaging, San Jose, CA, USA, Oct 27–29, 2008: 259–262.

[4] Moreno P, Chavez A R, and Naredo J L. A simplified model for nonuniform multiconductor transmission lines using the method of characteristics [C]. IEEE Power and Energy Society General Meeting-Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, Pittsburgh, PA, USA, July 20–24, 2008: 1–5.

[5] Savage J S, Smith W T, and Paul C R. Moment method calculation of the per-unit-length parameters of cable bundles [C]. IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Chicago, USA, Aug 22–26, 1994: 441–446.

[6] Clements J C, Paul C R, and Adams A T. Computation of the capacitance matrix for systems of dielectric-coated cylindrical conductors [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1975, 17(4): 238–248.

[7] Paul C R. Analysis of Multiconductor Transmission Lines [M]. 2nd ed, New York, USA, John Wiley & Sons, 2008: 47–112.

[8] Paul C R. A brief history of work in transmission lines for EMC applications [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2007, 49(2): 237–252.

[9] Paul C R and Feather A E. Computation of the transmission line inductance and capacitance matrices from the generalized capacitance Matrix [J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1976, 18(4): 175–183.

[10] Du Y, Yuan Y Z, and Wang X H. Current distribution in parallel single-core cables on metal tray [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2008, 44(6): 1886–1891.

[11] Ghandakly A A and Curran R L. A model to predict current distributions in heavy current parallel conductor configurations [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2002, 30(2): 240–244.

[12] 徐军，吕英华. 非磁准近似下矩形有损传输线邻近效应分析 [J]. 北京邮电大学学报, 2009, 32(2): 10–13.
Xu Jun and Lü Ying-hua. A proximity effect analysis of rectangular loss transmission line with non-MQS hypothesis [J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2009, 32(2): 10–13.

徐　军：　男，1982 年生，博士生，研究方向为电磁兼容、电磁场数值计算.

吕英华：　男，1944 年生，教授，博士生导师，研究方向为电磁兼容、生物医学.