

## 一种机载 SAR 层析三维成像算法

王金峰 皮亦鸣 曹宗杰  
(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

**摘要:** 针对机载平台难以同时满足多基线 SAR 层析 3 维成像所要求的短基线及大孔径问题, 本文提出一种基于稀疏信号表示的机载 SAR 层析 3 维成像算法。首先基于高频率 SAR 目标的多散射中心假设, 将目标在第 3 维成像方向上建模为稀疏分布模型, 进而根据观测系统几何及信号频率特征构建了冗余字典, 从而实现了成像问题到稀疏信号表示问题的转化, 并最终通过求解以稀疏性度量函数为正则项的不稳定方程获得成像结果。通过仿真实例的成像结果阐述了算法参数对成像的影响, 并通过对 SAR 层析 3 维成像的仿真结果证明了算法的有效性。

**关键词:** 合成孔径雷达; 层析; 稀疏信号表示

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)05-1029-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00737

## An Algorithm for Airborne SAR Tomography 3D Imaging

Wang Jin-feng Pi Yi-ming Cao Zong-jie

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** In the applications of airborne multi-baseline SAR tomography, the baseline is needed to be small while the aperture is required to be large. However, it is difficult to meet the two conditions simultaneously. In this paper, the sparse signal representation is used to solve the SAR tomography with few baselines. Firstly, the targets are modeled as sparse based on the hypothesis of multi-center of scattering. And then, the redundant dictionary is constructed through the geometry of SAR observing system and the frequencies of signal. As a result, the SAR tomography is transformed into the problem of sparse signal representation. The imaging results are obtained by solving the ill-posed problem based on sparse regularization. The relationship between the parameters and the quality of imaging is shown through the processing of the simulated serial signal. Finally, the validity of algorithm is clarified by the results of the three-dimensional SAR tomography.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar (SAR); Tomography; Sparse signal representation

### 1 引言

多基线合成孔径雷达 (SAR) 层析 3 维成像因其不需改变 SAR 平台运动轨迹及传统 SAR 成像模式, 而成为 SAR 3 维成像领域的研究热点<sup>[1-4]</sup>。Reigber 等在传统 2 维成像的基础上采用谱估计方法对 SAR 图像序列在 2 维成像平面的法线方向上进行第 3 维孔径合成实现 3 维成像<sup>[1]</sup>, 其要求基线足够短, 合成孔径足够长以实现大范围的高精度成像。然而对于机载平台, 短基线和大孔径很难同时满足, 需要新的解决方法。

由于稀疏信号表示能更自然地贴近信号的本质特征, 而受到了广泛的关注并在各个领域都有重要的应用<sup>[5-11]</sup>; 另一方面, 高频率雷达目标可以由少数几个散射中心描述(即满足稀疏性)<sup>[10]</sup>。因此, 本

文将 SAR 层析 3 维成像问题转化为稀疏信号表示问题, 实现了短基线小孔径时的机载 SAR 高精度 3 维成像, 降低了 SAR 层析 3 维成像在机载平台应用的条件。对实例数据的处理说明了参数对成像结果的影响, 对 SAR 层析 3 维成像的仿真结果显示了算法的有效性。

### 2 多基线 SAR 层析 3 维成像

多基线 SAR 层析 3 维成像系统结构如图 1(a) 所示, 对同一区域进行  $M$  次航过的照射, 且各航迹相互平行。定义沿航迹方向为  $x$  轴, 斜距向为  $r$  轴, 垂直于  $x-r$  平面且满足右手螺旋法则的方向为  $n$  轴 (如图 1(b) 所示), 雷达在沿航迹运动的过程中按照一定的时间间隔沿  $r$  向发射线性调频相干脉冲。对各航迹分别进行 2 维成像, 那么第  $m$  航迹  $(x_0, r_0)$  处的像素可以表示为分辨单元内所有散射体的迭加和<sup>[2-4]</sup>。

2009-05-15 收到, 2009-10-08 改回

国家自然科学基金(60772143)和国家 863 计划项目(2007AA12Z159) 资助课题

通信作者: 王金峰 genfo.wang@gmail.com

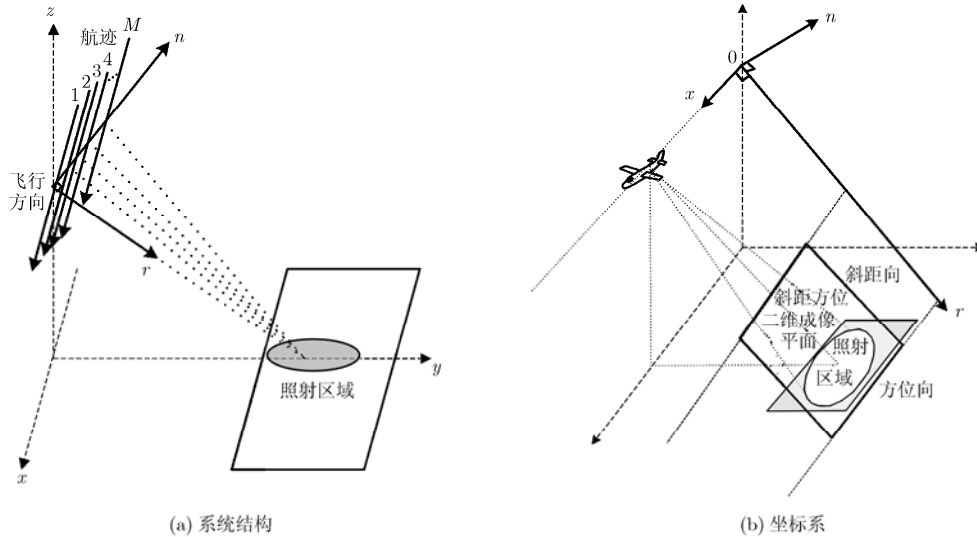


图 1 多基线 SAR 层析 3 维成像系统

$$s_m(x_0, r_0) = \int \int f(x - x_0, r - r_0) \cdot \left( \int \rho(x, r, n) \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} 2R_m(r, n)) dn \right) dx dr, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中  $\lambda$  为波长,  $\rho(\cdot)$  为复反射系数,  $f(x, r)$  为 2 维点扩展函数, 且由图 1(a) 可得  $R_m(r, n) = \sqrt{r^2 + (n_m - n)^2}$ 。式(1)表明不同轨迹的 2 维成像是 3 维空间在不同角度的 2 维平面上投影的结果。由层析原理可知: 3 维成像可通过不同入射角的 2 维成像反投影获得。为简化问题的讨论, 设  $f(x, r)$  为理想的 2 维狄拉克函数, 那么  $m$  轨迹的成像结果中  $(x_0, r_0)$  处的像素可以表示为

$$s_m = \int \rho(n) \cdot \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{r_0^2 + (n_m - n)^2}\right) dn, \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

SAR 层析 3 维成像转化为第 3 维(高度向)成像的问题, 一般采用基于傅里叶变换的谱估计方法, 其成像高度向分辨率  $\delta_n$  与等效孔径长度  $L$  成反比  $\delta_n = \lambda r_0 / (2L)$ , 最大不模糊高度  $H_n$  与基线长度  $d$  成反比  $H_n = \lambda r_0 / (2d)$ 。由于机载平台的导航精度、平台稳定性(限制了短基线多航过模式)和空间限制(限制多天线单航过模式), 很难同时满足高分辨宽测绘带所要求的短基线和大孔径。本文针对短基线条件满足时基线数少、合成孔径短、现有方法成像质量低的问题, 提出基于稀疏信号表示的 3 维 SAR 层析成像算法, 降低了机载平台的应用条件, 拓展了 3 维层析成像在机载平台的应用。

### 3 基于信号稀疏表示的层析成像

#### 3.1 稀疏信号表示

设  $\mathbf{y}$  为  $M$  维信号矢量,  $\Phi = [\Psi_1, \dots, \Psi_i, \dots, \Psi_N] \in C^{M \times N}$  为过完备基, 其中  $\Psi_i \in C^M$ ,  $N > M$ , 那么信号可以表示为基的线性组合<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^N a_i \Psi_i \quad (3)$$

其中  $a_i$  为  $\mathbf{y}$  在冗余基  $\Phi$  上的投影系数, 表示为矩阵形式:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{A} \quad (4)$$

其中系数矢量  $\mathbf{A} = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ 。由线性代数理论可知过完备基上的信号表示形式非唯一。为了得到信号的本质特征, 稀疏信号表示用最少基来表示信号<sup>[13]</sup>, 即解矢量中的非零元素尽量少。那么, 稀疏信号表示的本质就是求解:

$$\min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{A}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \Phi \mathbf{A} \quad (5)$$

其中  $\|\cdot\|_0$  为  $\ell_0$ -范数, 其值为  $\mathbf{A}$  中非零元素数, 表征矢量  $\mathbf{A}$  的稀疏程度。

#### 3.2 SAR 层析的稀疏信号模型

对于固定的方位位置  $x_0$ , 天线在  $r$  和  $n$  平面分布, 航迹  $(n, r)$  得到的  $(x_0, r_0)$  处的像素可以表示为该距离单元内所有  $G$  个目标的迭加和, 由式(2)可得

$$s(n, r, r_0) = \sum_{g=1}^G \rho(n_g, r_0) \cdot \exp\left(-\frac{i2\omega}{c} \left(\sqrt{(r_0 - r)^2 + (n - n_g)^2}\right)\right) \quad (6)$$

图像配准处理后斜距向第  $l$  像素在不同 SAR 图像的值可以写为

$$\text{img}_m(l) = \sum_{g=0}^{N-1} \rho(g \cdot \Delta n, l \cdot \Delta r) \cdot \exp\left(-\frac{i2\omega}{c} \sqrt{(R_0 + l \cdot \Delta r - r_m)^2 + (n_m - g \cdot \Delta n)^2}\right) \quad (7)$$

其中  $n_m$  和  $r_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  为第  $m$  轨迹的在  $n$ - $r$  平面的位置,  $R_0$  为参考轨迹与目标间的最小距离,  $\Delta n$  为对目标区域在高度向的采样间隔,  $\Delta r$  为 2 维 SAR 成像的距离向分辨率。令  $\mathbf{S}_l = [\text{img}_1(l), \text{img}_2(l), \dots, \text{img}_M(l)]^T \in C^M$  为 SAR 图像序列组成的复信号;  $\Phi = [\Psi^1, \dots, \Psi^n, \dots, \Psi^N]$  为由观测系统几何构造的观测矩阵, 其中  $\Psi^n = [\varphi_1^n, \dots, \varphi_m^n, \dots, \varphi_M^n]^T$ ,  $\varphi_m^n = \exp\left(-\frac{2j\omega}{c} \sqrt{(R_0 + l \cdot \Delta r - r_m)^2 + (n_m - n \cdot \Delta n)^2}\right)$ ,  $\rho = [\rho_1, \dots, \rho_n, \dots, \rho_N]$  为待求的散射系数矢量。那么实际的 SAR 图像序列信号可表示为矩阵形式:

$$\mathbf{S}_l = \Phi \rho + \mathbf{e} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{e} = [e_1, \dots, e_m, \dots, e_M]^T \in C^M$  为观测噪声且  $e_m$  为零均值复高斯噪声。对于高频率雷达, 雷达回波等效于有限个散射中心反射回波的迭加<sup>[10]</sup>, 那么  $\rho$  满足稀疏性;  $\rho$  取超分辨率采样, 则  $N > M$ ,  $\Phi$  为冗余矩阵。因此, 可通过稀疏信号表示方法求解式(8)实现散射系数矢量  $\rho$  的成像:

$$\min_A \|\rho\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \Phi \rho\|_2 \leq \tau \quad (9)$$

其中  $\tau$  为允许误差,  $\|\cdot\|_2$  为  $\ell_2$ -范数, 用于表征逼近程度。

### 3.3 基于稀疏信号表示的第 3 维成像

信号稀疏表示可通过正则化技术进行求解, 将稀疏性度量函数定义为正则化项, 则可构造代价函数:

$$J(\rho) = \|\mathbf{S} - \Phi \rho\|_2^2 + \lambda \cdot \|\rho\|_p^p \quad (10)$$

其中  $\lambda$  为正则化系数, 平衡正则化项与逼近项在解中的权重,  $\|\cdot\|_p$ ,  $0 \leq p < 1$  为  $\ell_p$ -范数, 是为了提高运算效率和抗噪能力而对  $\ell_0$ -范数松弛的结果<sup>[11]</sup>。为采用拟牛顿法求解, 用一个处处可微的函数对其近似:

$$\begin{aligned} J(\rho) &= \|\mathbf{S} - \Phi \rho\|_2^2 + \lambda \cdot \sum_{i=0}^{N-1} (\rho_i)^p \\ &= \lim_{\xi \rightarrow 0} \|\mathbf{S} - \Phi \rho\|_2^2 + \lambda \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \left( (\rho_i)^2 + \xi \right)^{p/2} \\ &= \lim_{\xi \rightarrow 0} J_\xi(\rho) \end{aligned} \quad (11)$$

对  $J_\xi(\rho)$  求偏微分得

$$\nabla J_\xi(\rho) = -2\Phi^H \mathbf{S} + (2\Phi^H \Phi + \lambda p \Lambda(\rho)) \rho \quad (12)$$

其中

$$\Lambda(\rho) = \nabla \left( \sum_{i=0}^{N-1} \left( (\rho_i)^2 + \xi \right)^{p/2} \right) = p \begin{bmatrix} \left( (\rho_0)^2 + \xi \right)^{\frac{p}{2}-1} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \left( (\rho_{N-1})^2 + \xi \right)^{\frac{p}{2}-1} \end{bmatrix} \rho \quad (13)$$

那么, 迭代解可以表示为

$$\rho^{(i+1)} = 2F^{-1}(\rho^{(i)}) \Phi^H \mathbf{S} \quad (14)$$

其中  $F(\rho) = 2\Phi^H \Phi + \lambda p \Lambda(\rho)$ ,  $\rho^{(1)} = \Phi^H \mathbf{S}$ 。

当连续两次迭代满足  $\sum_{j=0}^{N-1} |\rho_j^{i+1} - \rho_j^i| < \varepsilon$  ( $\varepsilon$  为

足够小的正实数)时结束迭代, 得到最终的成像结果。

## 4 仿真试验

### 4.1 参数的选择

参数  $\xi$  取为  $\xi = 10^{-6}$ , 避免了原点处的不可微, 又不影响其他位置解的精度; 参数  $\varepsilon$  取为  $\varepsilon = 10^{-4}$ 。为了说明算法的有效性及其对结果的影响。首先采用如图 2 所示的简化模型对算法进行仿真试验。设频率为 X 波段 9.6 GHz,  $r_0 = 10000$  m, 散射强度为 20, 28, 30, 30 的目标分别位于 47.8 m, 143.4 m, 191 m, 382.4 m 位置。为了实现目标的成像, 由式(4)可知基线长度可为 0.375 m。设基线数为 10, 目标区域以 2.39 m 为采样间隔(此时目标分别位于第 20, 60, 80, 160 采样点处)构建观测系统字典, 并设噪声为高斯白噪声且信噪比为 10 dB。采用不同参数 ( $\lambda, p$ ) 组合的基于稀疏信号表示方法的成像仿真结果(如图 3 所示)显示了参数对成像结果的影响。

由成像结果可以看出,  $p$  值越小对噪声越敏感, 对噪声信号很难收敛到期望值, 难以对目标成像, 因此一般选择稍大的  $p$  值(0.6-0.9 之间)。 $\lambda$  的取值决定了数据逼近与先验信息在解中的权重, 较大的  $\lambda$  值能在一定程度上抑制噪声, 但太大就会抑制目

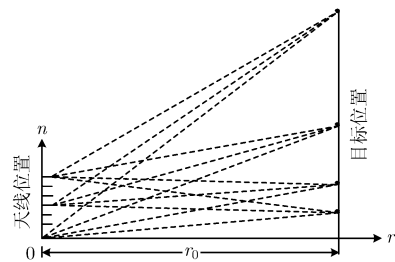


图2 仿真系统几何

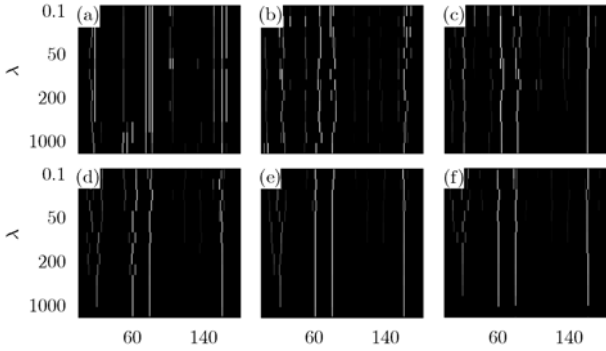


图 3 不同参数的成像结果(图中  $p$  值的取值依次为 0.02, 0.12, 0.35, 0.65, 0.75, 0.85)

标信号, 同样不能实现成像的目的(如图 3(f)中  $\lambda = 1500$  时目标也被抑制)。因此,  $\lambda$  的取值依据具体信号而确定。

4.2 SAR 层析 3 维成像仿真

对如图 4 所示的阶梯区域进行 3 维层析成像的仿真, 其中第 1 级阶梯(B 区域)高 40 m, 第 2 级阶梯(C 区域)高度为 80 m, 散射系数在距离向 84.84–318.15 m 之间时(A, B 区域)服从均值为 4 强度为 5 dB 的复高斯分布, 在 318.15–466.62 m 之间(C 区域)服从均值为 6 强度为 10 dB 的复高斯分布, 其他区域(D 区域)的散射系数服从均值为 0 强度为 -3 dB 的复高斯分布。设机载平台高度  $H_0 = 7000$  m, 雷达下视角  $\theta = 45^\circ$ , 天线水平均匀分布且间隔为 0.53 m(等效法线方向的基线为  $0.53 \times \cos \theta = 0.375$  m, 最大成像范围 430 m), 工作波长 0.0313 m, PRF 为 1.2 kHz, 脉冲宽度 8  $\mu$ s, 线性调频信号调频率为 25 MHz/ $\mu$ s。在此成像几何下 3 维成像坐标系  $(x, r, n)$  与地面坐标系  $(x, y, z)$  之间  $x$  轴不变, 因此成像坐标系下仿真区域目标的分布可通过图 5 所示剖

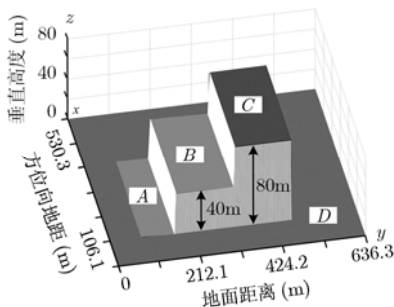


图 4 SAR 仿真的区域模型

面  $(x = 212.1 \text{ m}, r, n)$  与  $(x = 212.1 \text{ m}, y, z)$  间的对应关系进行说明。分别对各轨迹的雷达接收数据进行 2 维 SAR 成像, 经配准处理后, 逐像素  $(x_i, r_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$  构建高度向序列。以高度向采样间隔 2.39 m (采样点数 180)和轨迹的分布

建立观测系统字典后采用本文提出的基于稀疏信号表示方法实现高度维( $n$  方向维)的成像, 加之传统的 2 维成像维  $(x, r)$  共同构成 3 维成像。如图 6(d), 6(e), 6(f)所示分别为 10, 7, 3 基线系统对图 5 所示剖面  $(x = 212.1 \text{ m}, r, n)$  中方框内的目标成像结果。为了说明本文算法与谱估计方法的对机载短高度向合成孔径的成像能力, 本文同时对各基线系统进行了基于谱估计方法(补零得到 180 采样数据、相位校正、去斜、FFT)的成像(如图 6(a), 6(b), 6(c)所示)。为了客观的评价成像质量, 以积分旁瓣比(ISLR)为评价标准<sup>[4]</sup>, 各成像结果的值如表 1 所示。

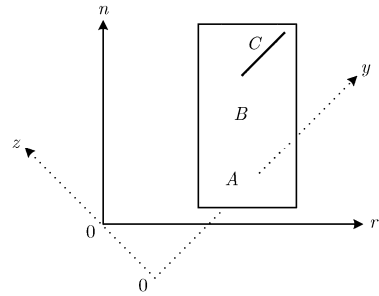


图 5 坐标间的对应关系

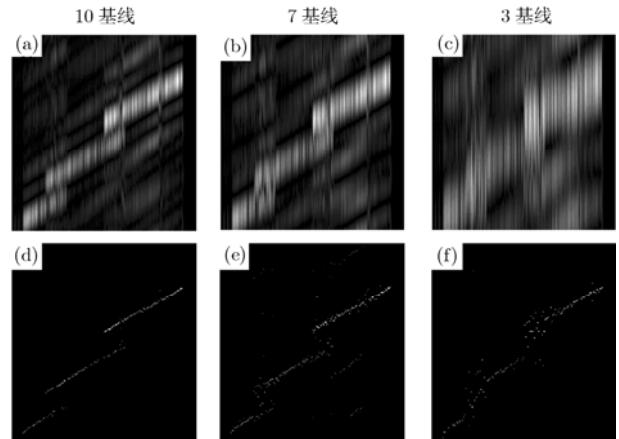


图 6 层析 3 维成像的方位向剖面

由成像结果可以看出, 通过采用基于稀疏信号表示的层析成像方法实现了机载平台短基线小孔径的高精度成像, 降低了 SAR 层析 3 维成像对机载平台的要求(只需基线满足采样定理)。同时, 基线数增加时成像结果的变化(采用 3 基线时只能对一个散射中心成像)说明了更多的基线为实现更多目标的分辨提供了更大的可能性。

表 1 各成像结果的 ISLR (dB)

算法	基线数		
	10	7	3
FFT	-6.7083	-5.6861	-3.343
稀疏信号表示	-29.1805	-27.9613	-26.4413

## 5 结论

本文提出了一种基于稀疏信号表示的 SAR 层析 3 维成像算法,该算法实现了小孔径下的高精度成像,降低了 SAR 层析 3 维成像对机载平台的要求。通过仿真实例的处理说明了模型参数选择对成像结果的影响,对 SAR 层析 3 维成像结果说明了算法的有效性,为 SAR 层析 3 维成像在机载平台的应用提供了算法基础。

## 参考文献

- [1] Reigber A and Moreira A. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-Band data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(5): 2142-2152.
- [2] Fornaro G and Serafino F. Three-dimensional focusing with multipass SAR data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2003, 41(3): 507-517.
- [3] Homer J and Longstaff I D. High resolution 3-D imaging via multi-pass SAR[J]. *IEE Proceedings, -F: Radar, Sonar, Navigation*, 2002, 149(1): 45-50.
- [4] She Z and Gray D A. Three-dimensional SAR imaging via multiple pass processing[C]. *Geo-science and Remote Sensing Symposium, IGARSS '99 Proceedings, Hamburg, Germany, 1999*, 5: 2389-2391.
- [5] 杜小勇等. 基于稀疏成份分析的几何绕射模型参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(2): 362-366.  
Du Xiao-yong, *et al.* Parameter estimation of GTD model based on sparse component analysis[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(2): 362-366.
- [6] Yong M and Konishi Y. Sparse Bayesian regression for head pose estimation[C]. *18th International Conference on Pattern Recognition, Hong Kong, Aug., 2006*, 3: 507-510.
- [7] Esther K Y and Van M. Sparse registration for three-dimensional stress echocardiography[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2008, 27(11): 1568-1579.
- [8] Huang J and Huang X. Simultaneous image transformation and sparse representation recovery[C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Alaska, USA, June, 2008*: 1-8.
- [9] Vaeshney K R and Cetin M. Sparse representation in structured dictionaries with application to synthetic aperture radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3548-3561.
- [10] Potter L C and Schniter P. Sparse reconstruction for radar[C]. *Proceedings of SPIE, Orlando, FL, USA, 2008*: 6970-6973.
- [11] Xu P, *et al.* Lp norm iterative sparse solution for EEG source localization[J]. *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, 2007, 54(3): 400-409.
- [12] Joel A T. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(10): 2231-2242.
- [13] Donoho D L. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1): 6-18.
- [14] 皮亦鸣, 等. 合成孔径雷达成像原理[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2007: 60-65.  
Pi Y, *et al.* The Imaging Principle of Synthesis Aperture Radar [M]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology Press, 2007: 60-65.

王金峰: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、SAR 3 维成像。

皮亦鸣: 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、定位与导航、图像高速处理与传输等。

曹宗杰: 男, 1977 年生, 副教授, 研究方向为雷达信号处理、SAR 图像处理。