

## 集中式 MIMO 雷达发射方向图快速设计方法

胡亮兵 刘宏伟 杨晓超 吴顺君

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘 要:** 该文提出了任意发射方向图可以由一组基波束合成的思想。基于该思想, 先对集中式 MIMO 雷达阵列进行切比雪夫幅度加权构造出一组具有较低副瓣的基波束, 然后利用线性规划来快速求解出构成方向图的基波束和其比例系数。与已有的半正定二次规划方法相比较, 采用线性规划综合出来的发射方向图具有较低的空域副瓣和较小的空域互相关, 并且计算时间较快。

**关键词:** MIMO 雷达; 发射方向图综合; 基波束; 线性规划

**中图分类号:** TN957.51

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2010)02-0481-04

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2009.00705

## Fast Transmit Beampattern Synthesis for MIMO Radar with Colocated Antennas

Hu Liang-bing Liu Hong-wei Yang Xiao-chao Wu Shun-jun

(National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 71007, China)

**Abstract:** An idea that an arbitrary transmit beampattern can be equal to a sum of the most basic beams is proposed. Based on the idea and using the Chebyshev weighting technique, the most basic beams are constructed with low side-lobes for a Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar system with colocated antennas. The ratios of these beams are fast obtained by solving an effective linear programming. Compared with the existing Semidefinite Quadratic Programming (SQP) method, the designed transmit beampattern can achieve lower spatial side-lobes and cross-correlation. Furthermore, it is faster to design the transmit beampattern.

**Key words:** MIMO radar; Transmit beampattern synthesis; The most basic beam; Linear programming

### 1 引言

多输入输出(MIMO)雷达是一种新兴的有源探测技术<sup>[1-8]</sup>。它的辐射天线和接收天线根据系统要求可以进行灵活布置并且每个辐射单元可以发射不同的信号波形。正是这种空间分集和波形分集能力使得 MIMO 雷达, 与传统的雷达相比, 具有很大的潜在优势。

按天线分布的稀疏程度, 可以将 MIMO 雷达分为分布式和集中式两类。对于分布式 MIMO 雷达来说, 它的收发天线间距较大, 为了避免回波的相互干扰以及从回波中提取独立的目标信息, 发射信号一般采用正交波形, 即每副天线发射的信号波形具有良好脉冲压缩性能并且两两信号之间具有较小的非周期互相关系数。文献[1]指出, 由于各个天线对目标有不同的观测视角以及目标回波的独立性, 在统计意义下, 这类 MIMO 雷达可以克服目标的闪烁效应从而提高雷达对目标的探测性能。

对于集中式 MIMO 雷达来说, 其特点是阵元间距较小。相对于相控阵雷达, 集中式 MIMO 雷达具

有更高的分辨率<sup>[2]</sup>、(对低速运动目标的)灵敏度<sup>[3]</sup>和更好的参数辨别能力<sup>[4]</sup>。此外, 它还可以利用波形分集能力灵活地设计发射方向图, 使得电磁波的能量聚焦到感兴趣的目标上或区域上, 从而有效地利用电磁能量和抑制不必要的杂波干扰。目前, 发射方向图的综合方法大致是先根据所需的发射方向图优化出信号协方差矩阵<sup>[5-7]</sup>, 然后再根据这个协方差矩阵综合出所需的恒模信号<sup>[8]</sup>。

这些已有方法得到信号波形比较间接从而存在计算复杂度大的问题, 特别是在阵元数比较大的情况问题尤其突出。本文基于任意发射方向图是一组基波束(对应一组基信号矢量)按一定比例组成的思想, 先对阵元功率进行切比雪夫加权(但始终保持加权前后发射总功率不变)得到一组具有低副瓣的基波束, 然后利用线性规划求解出构成方向图的基波束(基信号矢量)和其比例, 最后将这些基信号矢量按比例组合成恒模的发射信号矩阵。下面将详细讲解如何构造基波束以及如何用基波束合成方向图。

### 2 问题描述

在阐述用基波束合成任意发射方向图之前, 先描述必要的背景知识和符号定义。

假设 MIMO 雷达系统是由  $M$  个辐射单元构成的均匀线阵, 发射波形

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1) \cdots \mathbf{x}(n) \cdots \mathbf{x}(N)], n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

为窄带的相位调制脉冲信号, 其中  $N$  为码长或者子脉冲个数,

$$\mathbf{x}(n) = [x_1(n) \cdots x_m(n) \cdots x_M(n)]^T \quad (2)$$

为  $M \times 1$  维信号矢量, 其中  $x_m(n)$  表示第  $n$  个码元时刻第  $m$  个阵元发射的信号波形。为了简化问题, 且不失一般性, 假设电磁波没有传播衰减, 这样在远场  $\theta$  方向处的信号幅度为

$$v(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}(n) \quad (3)$$

其中  $\mathbf{a}(\theta)$  表示发射导向矢量。信号  $v(\theta)$  在  $N$  个子脉冲时间内的平均功率为

$$P(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{R}$  为信号矩阵  $\mathbf{X}$  的采样协方差矩阵

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n) \quad (5)$$

$P(\theta)$  反映了一段时间内雷达在空间各处的电磁能量分布情况, 称之为空间谱或者方向图。从式(4)可以看出, 方向图  $P(\theta)$  是由一系列波束  $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{a}(\theta)$  线性叠加而成, 并且每个波束  $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\mathbf{a}(\theta)$  对应一个信号矢量  $\mathbf{x}(n)$ 。合并相同的波束, 则式(4)变为

$$P(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta) = \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}_l\mathbf{x}_l^H\mathbf{a}(\theta) \quad (6)$$

其中  $\mathbf{x}_l$  被称为基信号矢量, 其对应的波束称为基波束,  $L$  为基波束的个数。

定义两个任意方向  $\theta$  和  $\bar{\theta}$  的互相关方向图

$$P_c(\theta, \bar{\theta}) = |\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\bar{\theta})| \quad (7)$$

来评价来自两个不同方向回波的相互干扰程度。

下节将给出如何构造基波束来合成具有低空域旁瓣和低空域互相关系数的发射方向图。

### 3 基波束的构造

为了得到低空域旁瓣和低空域互相关系数的发射方向图, 所要构造的基波束也必须具有低空域副瓣, 并且基波束两两之间要具有比较小的低空域互相关系数。借鉴相控阵采用切比雪夫加权后具有(超)低副瓣的特性, 本文同样对 MIMO 雷达阵列进行切比雪夫加权, 从而得到一组低副瓣的基波束

$$B_l(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{x}_l\mathbf{x}_l^H\mathbf{a}(\theta) \quad (8)$$

和基信号矢量

$$\mathbf{x}_l = \mathbf{w} \odot \mathbf{a}(\theta_l), l = 1, 2, \dots, L \quad (9)$$

其中  $\mathbf{w}$  为  $M \times 1$  维切比雪夫加权向量,  $\odot$  表示点乘,

$\theta_l$  表示第  $l$  个基波束指向。从式(9)看出, 所构造的基波束就是一组经过切比雪夫加权的发射导向矢量的方向图, 它们指向全空域的各个方向。

对于通过切比雪夫加权方法构造出来的基波束, 本文有以下两点说明:

(1)基波束以牺牲阵列增益和展宽 3 dB 波束宽度为代价换取低的峰值旁瓣电平;

(2)基波束遍布整个空域, 任意两个基波束的互相关在它们公共的旁瓣区域内很小。

### 4 方向图和波形合成

根据本文提出的任意发射方向图是一组基波束按一定比例组成的思想, 建立如下数学模型:

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha} \sum_{k=1}^K u_k \left| \phi(\theta_k) - \sum_{l=1}^L \alpha_l B_l(\theta_k) \right| \\ \text{s.t. } \alpha_l \geq 0, l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中  $\phi(\theta)$  为理想的或者给定的方向图,  $\sum_{l=1}^L \alpha_l B_l(\theta)$  为

实际的方向图,  $\alpha = \{\alpha_l\}, l = 1, 2, \dots, L$ , 为基波束的比例系数集,  $K$  为栅格数即对空间角度等间隔采样的个数,  $\mathbf{u} = \{u_k\}, k = 1, 2, \dots, K$  为栅格的加权系数集。将数学模型式(10)等价转换成

$$\left. \begin{aligned} \min_{\alpha, t} \sum_{k=1}^K u_k t_k \\ \text{s.t. } \alpha_l \geq 0, l = 1, 2, \dots, L \\ \phi(\theta_k) - \sum_{l=1}^L \alpha_l B_l(\theta_k) \leq t_k \\ \sum_{l=1}^L \alpha_l B_l(\theta_k) - \phi(\theta_k) \leq t_k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{t} = \{t_k\}, k = 1, 2, \dots, K$  为辅助变量。对于式(11), 有以下几点概括:

(1)它是一个线性规划问题, 含有  $L+K$  个变量和  $L+2K$  个线性不等式约束, 可以用单纯形、椭球、Karmarkar 等高效算法求解;

(2)可以把目标函数看成两部分的和, 其中一部分是不感兴趣区域内的积分旁瓣功率, 另一部分是感兴趣区域内的理想方向图和实际方向图的积分绝对功率误差(观察式(10)的目标函数)。适当调节加权  $\mathbf{u}$ , 可以得到较小的积分旁瓣功率或者峰值旁瓣电平;

(3)根据方向图的特点, 可以将那些不是合成方向图的基波束的比例系数置 0, 这样做可以进一步提高运算速度, 比如, 合成一个  $[-30^\circ, 30^\circ]$  的宽波束, 它的基波束一定不在  $[-90^\circ, -30^\circ]$  和  $[30^\circ, 90^\circ]$  角域内。

对式(11)进行求解, 可以得到构成所设计方向

图的基波束及其比例。将基波束的比例  $\alpha = \{\alpha_l\}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$  先进行如下的归一化

$$\bar{\alpha} = \left\{ \bar{\alpha}_l = \frac{\sqrt{\alpha_l}}{\sum_{l=1}^L \sqrt{\alpha_l}} \right\}, l = 1, 2, \dots, L \quad (12)$$

然后乘以码长  $N$ , 取整后就可以求得这些基信号矢量在整个脉冲时间内所占有的子脉冲数

$$N_l = [N\bar{\alpha}_l], l = 1, 2, \dots, L \quad (13)$$

其中  $[\cdot]$  表示四舍五入取整运算。图 1 给出了用这些有一定比例的基信号矢量合成发射信号波形的过程。所合成的发射方向图跟基信号矢量的发射顺序没有关系, 只与它们的发射比例有关。实质上, 用本文方法合成发射方向图的过程与传统的相控阵雷达合成多波束的过程是一样的。所不同的是在硬件上, 集中式 MIMO 雷达比相控阵雷达改变相位的速度要快, 集中式 MIMO 雷达采用快速的直接数字合成器(DDS), 而相控阵雷达使用是慢速的移相器。

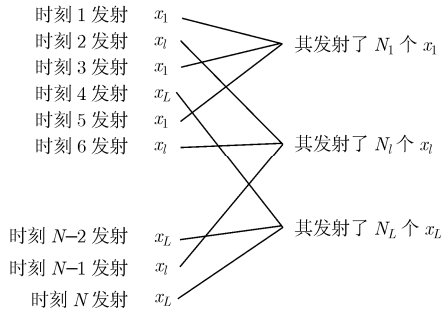


图1 用基信号矢量合成阵列发射信号

值得注意的是, 每个阵元的幅度加权是固定的, 不随时间变化的, 所以每个阵元发射的信号是恒模的。

## 5 仿真实验

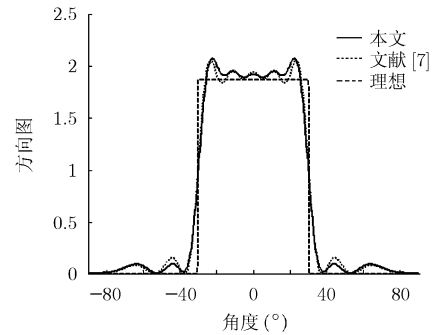
前文叙述了如何构造基波束(基信号矢量), 以及如何用构造好的基波束(基信号矢量)去合成发射方向图(发射波形), 下面通过实验来描述其性能。

仿真参数和条件如下: 阵元数  $M=10$ , 信号码长  $N=256$ , 理想方向图为  $[-30^\circ, 30^\circ]$  的矩形宽波束, 栅格数  $K=360$ , 基波束个数  $L=2K/3=240$ (感兴趣区域只占整个空域的  $2/3$ ), 栅格加权系数全为 1, 即  $\mathbf{u}=1$ , 阵列采用  $-20$  dB 副瓣的切比雪夫加权。

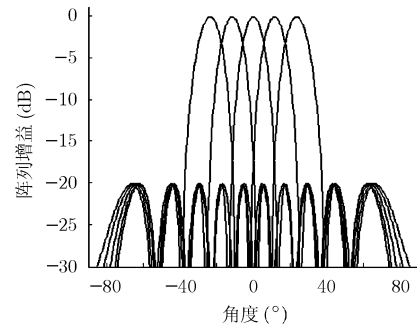
(1)发射方向图性能 根据式(11), 在 240 个基波束中, 求解得到最佳匹配该理想宽波束的基波束共有 9 个。这 9 个基波束的指向和归一化比例  $\bar{\alpha}$  分别为  $\{-23.5^\circ, -23^\circ, -11.5^\circ, -11^\circ, 0^\circ, 11^\circ, 11.5^\circ, 23^\circ, 23.5^\circ\}$

和  $\{0.1311, 0.0814, 0.1168, 0.0957, 0.1500, 0.0957, 0.1168, 0.0814, 0.1311\}$ 。其他 231 个基波束的比例系数全部为 0。从这 9 个基波束的指向上看出, 有四对基波束相邻很近, 将归一化比例较小的基波束合并到相应比例较大的基波束, 得到 5 个基波束, 其指向和比例分别为  $\{-23.5^\circ, -11.5^\circ, 0^\circ, 11.5^\circ, 23.5^\circ\}$  和  $\{0.2125, 0.2125, 0.1500, 0.2125, 0.2125\}$ (按式(11)求解得到 9 个基波束, 而非 5 个基波束的原因是对连续空间角度的有限离散化, 本例仅将连续空间角度  $[-90^\circ, 90^\circ]$  均匀划分了  $K=360$  份)。图 2(a)中实线表示用这 5 个基波束(如图 2(b)所示)综合出的宽波束。图 2(a)中虚线表示用文献[7]的半正定二次规划方法设计的方向图, 其附加仿真参数有: 互相关项的加权系数  $w_c=0$ , 协方差矩阵  $\mathbf{R}$  第  $m$  个对角线元素  $R_{m,m}=w^2(m)$ ,  $m=1, 2, \dots, M$ , 式中  $w(m)$  为  $-20$  dB 副瓣切比雪夫加权矢量  $\mathbf{w}$  的第  $m$  个元素。

对比这两种方法, 用本文方法所设计的方向图的峰值旁瓣电平比文献[7]的要低。其主要原因是本文所构造的基波束的峰值副瓣电平较低。



(a) 综合出的发射方向图



(b) 5个基波束

图2 5个基波束综合出1个宽波束

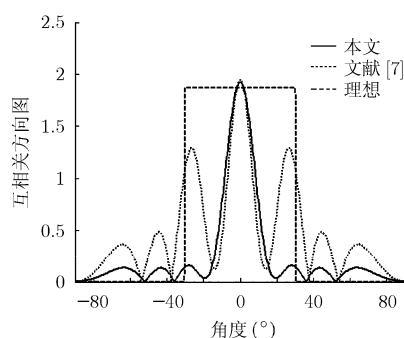
图 3(a)和 3(b)分别描绘了  $0^\circ$  和  $11.5^\circ$  与其他方向的互相关方向图。同样给出了文献[7]在同样角度下的互相关方向图。

比较两者可以看出, 本文所合成的方向图具有较低的空域互相关旁瓣。其主要原因是本文构造的

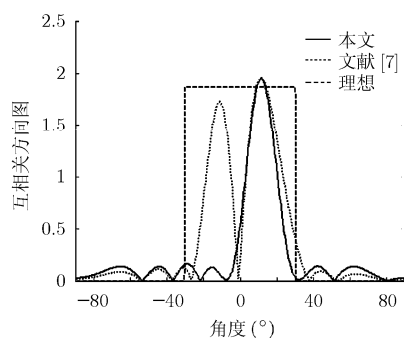
任何两个基波束的互相关在它们公共的旁瓣区域内很小。

(2)计算时间 在不同阵元数的情况下,我们分别测试用线性规划(LP)和半正定二次规划(SQP)来设计 $[-30^\circ, 30^\circ]$ 宽波束的计算时间。使用 3 GHz 主频和 1 GB 内存的 PC 机作为计算平台,采用 Matlab 语言编写程序,用 CVX 凸优化工具包<sup>[9]</sup>求解文献[7]的半正定二次规划问题。

从表 1 看出,线性规划(LP)的求解速度要比半正定二次规划(SQP)要快的多。并且,用线性规划设计方向图所耗费的时间随阵元数增加变化不大。(这是因为一旦栅格数  $K$  和基波束的总数  $L$  确定,线性规划就具有不变的规模: $L+K$  个变量和  $L+2K$  个线性不等式约束)。但是对于半正定规划来说,随着阵元数增加一倍,计算时间就增加 3 倍(这主要归因于半正定矩阵  $R$  的大小增加了 3 倍)。



(a)  $0^\circ$  和其他方向的互相关方向图



(b)  $11.5^\circ$  和其他方向的互相关方向图

图 3 互相关方向图

表 1 计算时间随阵元数的变化

阵元数 $M$		10	16	20	32	64
计算时间(s)	SQP	17.1	38.2	73.1	150.8	625.1
	LP	7.9	8.6	9.2	9.5	11.5

## 6 结束语

本文提出了任意发射方向图可以由一组基波束

合成的思想,并通过实验验证了其合理性。综合出的发射方向图具有较低的空域副瓣和较小的空域互相关,并且计算时间较快。此外,合成的发射信号满足恒模条件。

虽然,当给定一个发射方向图可以较快地综合出一个恒模发射信号矩阵,但是这个信号矩阵并不一定具有很好的脉冲压缩性能和良好的时间互相关。所以,如何优化这个信号矩阵将有待于进一步的研究。

## 参考文献

- [1] Fishler E, Haimovich A, and Blum R, *et al.* Performance of MIMO radar systems: Advantages of angular diversity[C]. Proc.38th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, Nov. 2004, 1: 305-309.
- [2] Bliss D W and Forsythe K W. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging: Degrees of freedom and resolution[C]. Proc.37th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, Nov. 2003, 1: 54-59.
- [3] Forsythe K, Bliss D, and Fawcett G. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar: Performance issues[C]. Proc. 38th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, Nov. 2004, 1: 310-315.
- [4] Li J, Stoica P, and Xu L Z, *et al.* On parameter identifiability of MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12): 968-971.
- [5] Fuhrmann D R and San Antonio G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 171-186.
- [6] Aittomaki T and Koivunen V. Low-complexity method for transmit beamforming in MIMO radars[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Honolulu, HI, Apr. 2007, 2: 305-308.
- [7] Stoica P, Li J, and Xie Y. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151-4161.
- [8] Stoica P, Li J, and Zhu X. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593-2598.
- [9] Grant M and Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming. <http://stanford.edu/~boyd/cvx>, 2008, Dec.

胡亮兵: 男, 1982 年生, 博士, 研究方向为 MIMO 雷达发射波形设计。

刘宏伟: 男, 1971 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达目标识别、MIMO 雷达检测。

杨晓超: 男, 1983 年生, 博士, 研究方向为 MIMO 雷达稳健波束形成。

吴顺君: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、雷达系统设计与实现等。