

## 多用户下行链路最小拥塞预编码算法及其性能分析

郭文卓 张曙

(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 该文针对多天线多用户系统的下行链路,提出了一种基于最小拥塞准则的线性预编码算法,并且利用非线性规划理论推导出了其相应最优发射权值的闭式表达式。这种算法通过最小化期望用户对其他用户的干扰,可以在保证一定性能的基础上,有效地降低系统的复杂度。此外,由于该系统为干扰受限,所以文中还考察了其信干比性能,并利用前边得到的闭式解推导出了其分布的概率密度函数,从而给后续的分析 and 应用带来了方便。

**关键词:** 无线通信; 多用户; 多天线; 线性预编码; 信干比

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)05-1168-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00623

## A Minimum Jamming Precoding Algorithm and Its Performance Analysis for the Downlink Multiuser System

Guo Wen-zhuo Zhang Shu

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** In this paper, a linearly precoding algorithm is presented based on the minimum jamming criterion for the downlink multi-element multi-user system. And by using nonlinear programming method, the closed-form expression of precoding weights is also derived, therefore reducing the complexity of the system significantly. Furthermore, due to its interference-limited property, the exact Probability Density Function (PDF) of the Signal-to-Interference Ratio (SIR) is also derived via the closed-form expression obtained, thus facilitating the analysis and application of the algorithm.

**Key words:** Wireless communication; Multi-user; Multi-antenna; Linearly precoding; Signal-to-Interference Ratio (SIR)

### 1 引言

在无线衰落环境下,通过配置多根天线能够显著增加通信系统的信道容量。因而,凭借自身良好的抗衰落能力,多天线技术近年来得到了人们广泛的关注。目前,在对多天线通信系统下行链路的研究当中,单用户(点对点)通信技术已经较为成熟,而对于多用户系统的研究则相对较少。因而在构架实用的通信网络时,通常需要结合其他多址技术来实现多用户联合通信,如频分、时分和码分等。这种方式的缺点是没有考虑潜在的空间复用能力,所以无法充分提取多天线带来的容量增益。

如果基站处可以通过某种方式获得完整的信道信息,那么理论上采用脏纸编码(DPC)技术可以获得接近、甚至达到理想信道容量的性能<sup>[1]</sup>。不过这种系统的计算量极高,且构成复杂,实际当中很难实现。一种简化的策略是采用 Tomlinson-Harashima 非线性预编码技术<sup>[2,3]</sup>,它借用 DPC 的思想,通过在发端对干扰进行非线性预消除来实现空间复用。这种算法的复杂度相对于 DPC 有一定程度的降低,

但是从实用的角度来说还是有很大的限制。

目前来看,较为现实的策略还是使用线性预编码方案。这类技术利用已知的信道状态信息,通过变换直接为不同用户产生不同的预编码权值,进而实现多个用户的空间复用。线性预编码技术可以获得相对较高的系统容量,同时其实现方法较为简单,因而受到了越来越广泛的关注。迫零算法是一种最常见的多用户线性预编码方案,它通过对用户间干扰强制迫零来实现系统的空间复用<sup>[4,5]</sup>。这种方法的缺点是它要求基站的发射天线个数要(近似)大于所有移动台的接收天线个数的总和,所以很难应用在用户数目较多的场合。针对以上情况, Tarighat 等人提出了一种基于最大信号泄漏功率比(SLR)准则的预编码方案<sup>[6]</sup>。这种算法与迫零法刚好相反,它不再片面追求完全消除用户间干扰,而是期望获得某种折中最优,因而该方案可以工作在用户个数较多的环境,并且能够获得更优的误码率性能。

本文给出了一种基于最小拥塞准则的线性预编码算法,可以证明,这种方案同基于最大 SLR 的算法在结论上是等价的。但是采用本文方法,能够推导出其发射权值的闭式表达式,从而有效避免了原本所需的广义特征值分解等运算,大大降低了系统

2009-04-28 收到, 2009-10-16 改回

国家部委基金资助课题

通信作者: 郭文卓 yienmp@163.com

的复杂度。此外,由于该系统本质上为干扰受限,其信干比情况决定了系统的性能。所以本文利用前面得到的闭式解,还推导出了其信干比的概率密度函数,这给系统的性能分析和各种实用算法的应用带来了很大方便。需要说明的是,为了简便起见,本文中假设接收端只使用单根天线。由于在下行链路当中,作为接收端的移动台体积普遍较小,难以配置多根天线,所以这一假设是符合实际情况的。

## 2 系统模型

考察一个包含  $K$  个用户的下行多天线系统。设基站配置  $M$  根发射天线,每个用户移动台使用单根接收天线。令  $s_k$  代表基站向第  $k$  个用户发送的数据符号,每个符号的平均功率  $E[s_k^H s_k] = 1$ 。该符号经过一个  $M \times 1$  维矢量  $\mathbf{w}_k$  加权后被送入信道,基站处总的发射信号可以写成

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^K \mathbf{w}_i s_i \quad (1)$$

假定信道是慢变平衰落的,则第  $k$  个用户的信道可以用一个  $1 \times M$  维行向量  $\mathbf{h}_k$  表示,这样可以得到该用户的接收信号为

$$y_k = \mathbf{h}_k \mathbf{x} + z_k = \mathbf{h}_k \sum_{i=1}^K \mathbf{w}_i s_i + z_k \quad (2)$$

这里  $\mathbf{h}_k$  的各元素代表从不同发射天线到第  $k$  个用户的接收天线的复信道增益,  $z_k$  代表该用户接收到的噪声,假设它为复高斯变量,均值为零,方差为  $\sigma_{z_k}^2$ 。

这里定义“拥塞(Jamming)”为第  $k$  个用户对第  $i$  个用户的干扰。

$$J_{ki} = \mathbf{h}_i \mathbf{w}_k \quad (3)$$

则对于第  $k$  个用户来说,它所产生的拥塞向量为

$$\mathbf{J}_k = \overline{\mathbf{H}}_k \mathbf{w}_k \quad (4)$$

其中  $\overline{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{h}_1^T \cdots \mathbf{h}_{k-1}^T \mathbf{h}_{k+1}^T \cdots \mathbf{h}_K^T]^T$ 。

对某一特定用户来说,如果对它的期望信号和其所产生的拥塞作出某种线性约束,则多用户线性预编码就可以归为一个带有线性约束的非线性规划问题。下一节我们就将具体推导此意义下的最小拥塞预编码算法。

## 3 最小拥塞算法

对于实际系统来说,它的技术指标总是可以容忍一定的干扰存在的,无需完全消除。所以可以这样考虑,如果在保持第  $k$  个用户所接收到的期望信号功率恒定的条件下,令产生的总拥塞最小,那么就能够获得基于最小化拥塞这一准则下的最优系统。该非线性规划问题可以描述如下:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k = C_k \\ \min_{\mathbf{w}_k} \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \end{cases} \quad (5)$$

其中  $C_k$  为一个非零实数。

以上最优化问题可以采用拉格朗日法求解,其代价函数为

$$F = \mathbf{w}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \mathbf{w}_k + \text{Re} \left\{ \xi^H (\mathbf{h}_k \mathbf{w}_k - C_k) \right\} \quad (6)$$

这里  $\xi$  为一个复拉格朗日因子。以  $\mathbf{w}_k^*$  为变量对代价函数求导,并令其为 0,解得最优权向量为

$$\mathbf{w}_k^{(\text{opt})} = -\frac{\xi}{2} \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H \quad (7)$$

对式(7)左乘  $\mathbf{h}_k$ ,由于  $\mathbf{h}_k \mathbf{w}_k = C_k$ ,则

$$C_k = \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} = -\frac{\xi}{2} \mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H \quad (8)$$

可以求得拉格朗日因子

$$\xi = -\frac{2C_k}{\mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (9)$$

将式(9)代入式(7),得到最优权值的闭式表达式

$$\mathbf{w}_k^{(\text{opt})} = \frac{C_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H}{\mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \triangleq \alpha_k^{(\text{opt})} \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H \quad (10)$$

其中

$$\alpha_k^{(\text{opt})} = \frac{C_k}{\mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (11)$$

从上式中可以看出,  $C_k$  的值决定了最佳权值的发射功率,因而可以用它来对各用户进行功率分配。由于  $C_k$  同  $\alpha_k^{(\text{opt})}$  只相差一个固定的常数,所以可以根据发射功率要求等价的给  $\alpha_k^{(\text{opt})}$  赋值。设第  $k$  个用户的功率为  $P_k$ ,则  $\alpha_k^{(\text{opt})}$  可以取如下值:

$$\alpha_k^{(\text{opt})} = \sqrt{P_k / \mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (12)$$

以上给出了一种基于最小化拥塞的线性预编码策略,并推导了其权值的闭式解。下面将证明,这一结论同最大 SLR 算法是等价的。对于最大 SLR 算法来说,其最佳发射权值,就是矩阵束  $(\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k, \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)$  的广义特征值  $\lambda_k^{(\text{max})}$  所对应的特征向量  $\mathbf{w}_k^{(\text{max})}$  [6],即它们满足特征方程

$$\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{max})} = \lambda_k^{(\text{max})} \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right) \mathbf{w}_k^{(\text{max})} \quad (13)$$

在最优权值表达式(10)的等式左右两边同时乘以  $\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k$ ,有

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} &= \frac{C_k \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H}{\mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \\ &= \lambda \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right) \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\lambda = \mathbf{h}_k \left( \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k \right)^{-1} \mathbf{h}_k^H$  为常数。比较式(13)和式(14)可以看出,式(10)中得到的最优权值  $\mathbf{w}_k^{(\text{opt})}$ ,刚好就是矩阵束  $(\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k, \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)$  的广义特征值  $\lambda$  所对

应的特征向量。由于  $\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k$  的秩为 1，所以该矩阵束只有一个非零广义特征值。以上的结果说明这两种算法是完全等价的，即式(10)求得的最佳权值可以直接用在最大 SLR 算法当中。

#### 4 性能分析

上一节推导了基于线性约束的最小拥塞预编码算法，给出了其最佳权值的闭式解，并证明了它同现有最大 SLR 算法的等价性。但由于不再需要进行广义特征值分解，所以这种算法有效地降低了系统实现所需的计算复杂度，本节将从理论上分析此算法所能达到的性能。从以上的分析可以发现，由于该算法并没有使干扰强制迫零，而是致力于总干扰最小，所以显而易见，此算法本质上属于一种干扰受限系统。也就是说，在合理的工作信噪比(较高)条件下，系统的性能主要由所受到的干扰决定。以误码率为例，随着 SNR 的增加，其误码率将不能无限制地降低，会产生所谓的地板效应。

基于上述特点，以下将重点分析该系统的信号干扰功率比(SIR)情况，并推导其分布概率密度的闭式表达式。为了分析方便，这里先给出该算法的一个等价结论。将式(5)改写如下：

$$\begin{cases} \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k = C_k \\ \min_{\mathbf{w}_k} (\mathbf{w}_k^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{w}_k - \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k = C_k \\ \min_{\mathbf{w}_k} \mathbf{w}_k^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{w}_k \end{cases} \quad (15)$$

应用前述方法，可解得最优权向量为

$$\mathbf{w}_k^{(\text{opt})} = \alpha_k (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{h}_k^H \quad (16)$$

将所有用户的权值写成矩阵形式，有

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^{(\text{opt})} &= (\mathbf{w}_1^{(\text{opt})} \quad \mathbf{w}_2^{(\text{opt})} \quad \cdots \quad \mathbf{w}_K^{(\text{opt})}) \\ &= \widetilde{\mathbf{W}}^{(\text{opt})} \text{diag}\{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \cdots \quad \alpha_K\} \end{aligned} \quad (17)$$

这里  $\widetilde{\mathbf{W}}^{(\text{opt})} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$ 。

下面考察如何确定  $\alpha_k$  的取值。由于该算法中的信干噪比形式非常复杂，很难直接采用最优的注水功率分配算法，这里考虑一种相对简单，但效果较好的功率分配方案，即令所有用户的权值系数  $\alpha_k$  相同(均为  $\alpha$ )，并且总平均功率恒定为  $P$ ，这时权值矩阵

$$\mathbf{W}^{(\text{opt})} = \alpha \widetilde{\mathbf{W}}^{(\text{opt})} = \alpha (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (18)$$

其中

$$\alpha = \sqrt{P / \text{trace}(\mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-2} \mathbf{H}^H)} \quad (19)$$

这样功率分配的优点是，发射功率可以自动与信道状况相匹配，从而在更好的信道发送更多的数据。

在前面的分析和假设基础上，以下考察系统

SIR 的分布情况。对于第  $k$  个用户，其平均信干比可以表达为

$$\begin{aligned} \text{SIR}_k &= \frac{\mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} (\mathbf{w}_k^{(\text{opt})})^H \mathbf{h}_k^H}{\mathbf{h}_k \left( \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{w}_i^{(\text{opt})} (\mathbf{w}_i^{(\text{opt})})^H \right) \mathbf{h}_k^H} \\ &= \frac{\mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} (\mathbf{w}_k^{(\text{opt})})^H \mathbf{h}_k^H}{\mathbf{h}_k \left( \mathbf{W}^{(\text{opt})} (\mathbf{W}^{(\text{opt})})^H \right) \mathbf{h}_k^H - \mathbf{h}_k \mathbf{w}_k^{(\text{opt})} (\mathbf{w}_k^{(\text{opt})})^H \mathbf{h}_k^H} \end{aligned} \quad (20)$$

将  $\mathbf{w}_k^{(\text{opt})}$  和  $\mathbf{W}^{(\text{opt})}$  分别代入式(20)，化简得

$$\text{SIR}_k = \frac{\mathbf{h}_k (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{h}_k^H}{1 - \mathbf{h}_k (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (21)$$

令  $\eta_k = \mathbf{h}_k (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{h}_k^H$ ，这样如果可以得到  $\eta_k$  的分布，则  $\text{SIR}_k$  的分布就能够获得。

在  $\eta_k$  的表达式中， $\mathbf{h}_k$  为  $\mathbf{H}$  的第  $k$  行。这导致  $\mathbf{h}_k$  和  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  之间存在相关性，给后续的分析造成了困难，所以有必要对其进行化简。

由于

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k + \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k \quad (22)$$

根据矩阵求逆引理<sup>[7]</sup>，有

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} &= (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} - \frac{(\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1}}{1 + \mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \end{aligned} \quad (23)$$

将式(23)代入  $\eta_k$  可得

$$\eta_k = \frac{\mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H}{1 + \mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (24)$$

将式(24)中  $\eta_k$  的值代入式(21)，则信干比变量可以写成

$$\text{SIR}_k = \mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H = \frac{\rho_k}{v_k} \quad (25)$$

其中

$$\rho_k = \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H, \quad v_k = \frac{\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H}{\mathbf{h}_k (\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k)^{-1} \mathbf{h}_k^H} \quad (26)$$

假设信道矩阵的每个元素为零均值、单位方差的复高斯变量，并且相互独立，则根据定义，矩阵  $\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k$  服从复 Wishart 分布。由于  $\mathbf{h}_k$  与  $\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k$  相互独立，根据 Wishart 分布的性质<sup>[8]</sup>，则变量  $v_k$  与  $\mathbf{h}_k$  也相互独立，并且  $2v_k$  服从自由度为  $2(K-M)$  的中心卡方(Chi square)分布，即  $2v_k \sim \chi_{2(K-M)}^2$ 。此外，由  $\rho_k$  的定义可知， $2\rho_k$  服从自由度为  $2M$  的中心卡方分布，即  $2\rho_k \sim \chi_{2M}^2$ ，并且  $v_k$  和  $\rho_k$  是相互独立的。

将式(25)的信干比表达式改写成

$$\gamma_k = \text{SIR}_k = \frac{M}{(K-M)} \frac{2\rho_k/2M}{2v_k/2(K-M)} \quad (27)$$

根据卡方分布性质,  $(K-M)\gamma_k/M$  服从  $F$  分布:  $(K-M)\gamma_k/M \sim F(2M, 2(K-M))$ 。从而可以推导出信干比变量  $\gamma_k$  的概率密度函数为

$$f_T(\gamma) = \frac{\gamma^{M-1}}{(\gamma+1)^K B(M, K-M)} \quad \gamma > 0 \quad (28)$$

其中  $B(\cdot, \cdot)$  为 beta 函数

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt \quad x, y > 0 \quad (29)$$

这样就获得了最小拥塞预编码系统信干比的概率密度函数, 如式(28)所示, 通过此结论可以很容易求出该干扰受限系统的各种性能限。

### 5 仿真结果

以上推导了基于线性约束的最小拥塞预编码算法, 证明了它与最大 SLR 算法的等价性, 并给出了通用的发射权值和 SIR 分布的闭式表达式。下面将通过具体的仿真来验证以上结论。首先对各主要的仿真参数加以说明。这里假定信道服从相互独立, 零均值单位方差的复高斯分布。令基站总的发射功率为  $K$  (数值上与用户个数相同), 则平均的归一化信噪比参数可以写成  $\text{SNR} = 1/\sigma_{zk}^2$ 。最后假定系统采用 BPSK 调制方式。

首先验证本文提出的算法与最大 SLR 方案的等价性。图 1 给出了当基站配置 8 根发射天线 ( $M=8$ ), 系统包含 9 个用户 ( $K=9$ ) 时, 分别采用传统的广义特征值分解与本文的闭式表达式, 得到的误码率曲线。从图中可以看出两条曲线是完全重合的, 从而证明了这两种算法是等价的。

需要说明的是, 为了保证矩阵  $\overline{\mathbf{H}}_k^H \overline{\mathbf{H}}_k$  的可逆性, 最小拥塞算法对天线个数的要求与迫零方案刚好相反, 本算法要求用户数目大于基站的天线个数, 即  $K > M$ 。不过对于实际无线网络来说, 这个要求无疑是合理的, 并且更具普遍性。通常, 此类系统都要引入多用户分集来改善性能。对于最小拥塞算

法来说, 很少的可选用户个数就能够带来较明显的性能增益。图 2 给出了当  $M=8, K=9$ , 可选用户个数  $K_p$  为 9 (无多用户分集) 至 15 时该系统的误码率比较。可以看出, 仅仅很小的多用户冗余 (小于 6), 就能显著地降低算法的误码率。所以当系统的用户个数较多时, 在一定的误码率要求下, 最小拥塞算法可以同时支持更多的用户, 从而尽可能地充分提取空间复用增益, 因而实用性更强。而对于传统的迫零算法来说, 由于其对用户个数有上限要求 ( $K \leq M$ ), 所以当引入多用户分集时, 在一定的误码率要求下, 其容量增益不大, 不能任意地增加同时工作的用户数量, 所以实际应用受到了很大的限制。

最后考察信干比的分布情况。图 3 给出了当  $M=8, K=9$  时, 系统 SIR 分布的解析和仿真结果, 其中实线为理论推导的概率密度曲线, 直方图为仿真验证。可以看出, 两种结论是相符合的, 即文中推导的结果是准确的。此外, 图 4 还给出了不同情况下 (用  $(M, K)$  表示) 系统 SIR 的分布情况, 可以看出, 当天线个数和用户数同时增加时, 信干比概率密度函数的拖尾增强, 这也意味着系统的性能得到了提高。

### 6 结束语

本文给出了一种基于线性约束的最小拥塞预编码算法, 并推导出了其最优权值的闭式表达式。文中证明了该算法同最大 SLR 方案是等价的, 这样采用本文的闭式解就可以避免广义特征值分解等运算, 进而有效地降低了系统实现的复杂度。通过最优权值的解析式, 文中还给出了系统信干比的概率密度函数, 从而极大地方便了对算法性能的分析与应用。此外, 如果发射端能够获得移动台的噪声功率信息, 则最大 SLR 算法可以推广至小用户数目的情况<sup>[9]</sup>, 即其应用不再受天线个数的限制。这种情况下, 利用本文的方法, 同样可以推出其相应的权值闭式解。由于过程类似, 这里不再赘述。

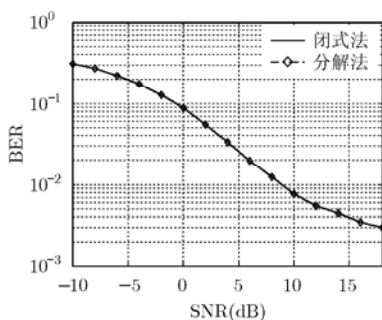


图 1 最小拥塞预编码算法同最大 SLR 算法误码率比较

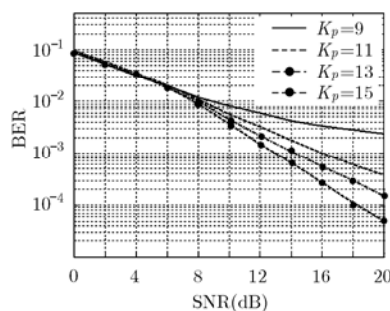


图 2 多用户分集条件下最小拥塞预编码算法的误码率性能

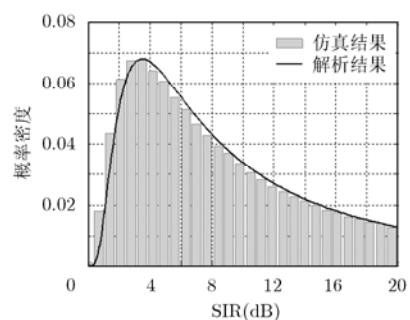


图 3 最小拥塞算法 SIR 分布的概率密度曲线

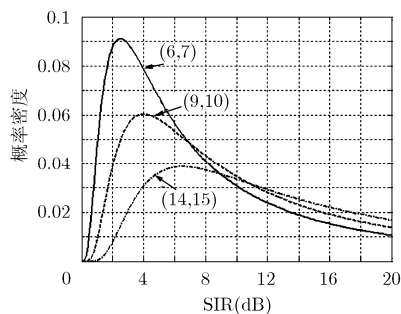


图 4 不同天线、用户数条件下, SIR 分布的概率密度曲线

### 参考文献

- [1] Jindal N and Goldsmith A. Dirty-paper Coding versus TDMA for MIMO broadcast channels [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(5): 1783–1794.
- [2] Jia L and Krzymien W A. A novel nonlinear joint transmitter-receiver processing algorithm for the downlink of multiuser MIMO systems [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(4): 2189–2204.
- [3] 许道峰, 黄永明等. 多用户 MIMO 系统 TH 预编码[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(3): 657–660.  
Xu Dao-feng and Huang Yong-ming, *et al.* Tomlinson-Harashima precoding for multiuser MIMO systems [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(3): 657–660.
- [4] Lai-U Choi and Murch R D. A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(1): 20–24.
- [5] Runhua C, Zukang S, and Andrews J G, *et al.* Multimode transmission for multiuser MIMO systems with block diagonalization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7): 3294–3302.
- [6] Tarighat A, Sadek M, and Sayed A H. A multi user beamforming scheme for downlink MIMO channels based on maximizing signal-to-leakage ratios [C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Philadelphia, USA, March 18–23, 2005, 3: 1129–1132.
- [7] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory* [M]. 3ed., Boston, USA, Prentice Hall, 1995: 565–566.
- [8] Muirhead R J. *Aspects of Multivariate Statistical Theory* [M]. New York, USA, John Wiley & Sons, 1982: 85–99.
- [9] Sadek M, Tarighat A, and Sayed A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(5): 1711–1721.

郭文卓: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为多天线数字无线通信.

张 曙: 男, 1944 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为宽带数字通信、无线传感器网络.