

## 投影小波域 MAP 估计无源毫米波图像超分辨算法

金 鑫 熊金涛 李良超 杨建宇  
(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘 要:** 在无源毫米波成像中, 由于系统天线孔径大小的受限而使得成像的分辨率低。为了提高图像的分辨率, 该文提出了一种投影小波域最大后验(MAP)估计毫米波图像超分辨算法(PWMAP)。该算法利用基于小波域广义高斯分布的 MAP 估计来恢复通带内的频谱; 然后利用投影的非线性运算实现频谱外推。该算法不仅比以往的算法能提供更准确的先验建模, 而且能在每步迭代时自适应地更新正则参数。实验结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** 无源毫米波成像; 超分辨; 小波域; 自适应; 非线性运算

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)04-0889-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00547

## Projected Wavelet-Domain MAP Estimation Super-resolution Algorithm for Passive Millimeter Wave Imaging

Jin Xin Xiong Jin-tao Li Liang-chao Yang Jian-yu

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** In passive millimeter wave imaging, the problem of poor resolution of acquired image stems mainly from system antenna size limitations. In order to achieve resolution improvements, a Projected Wavelet-domain Maximum *A Posteriori* (PWMAP) estimation super-resolution algorithm is proposed in this paper. This algorithm restores the spectrum in the pass-band based on wavelet domain using the generalized Gaussian distribution and the MAP estimate; then extrapolate the spectrum by using the non-linear projection operation. This algorithm can not only provide a more accurate priori model than previous algorithms, but also updates the parameter adaptively at each iteration. Experimental results show the effectiveness and superiority of the algorithm.

**Key words:** Passive millimeter wave imaging; Super-resolution; Wavelet-domain; Adaptive method; Non-linear operation

### 1 引言

无源毫米波成像的机理是利用场景和目标自身的毫米波段辐射能量分布差异实现成像。由于该类实际系统的天线孔径受限, 其传递函数等效为一个低通滤波器(在衍射受限截止频率之外的频谱为零), 因而系统的成像分辨率较低。为了提高成像的分辨率, 一种有效且方便的途径是采用超分辨算法<sup>[1]</sup>对所获取的低分辨率图像再进行处理。对于无源毫米波成像, 超分辨在此包含两层含义: 一是恢复通带内的频谱分量, 二是外推衍射截止频率之外的频谱, 既高频分量。

目前, 用于无源毫米波成像的超分辨算法主要有: 凸集投影(POCS)算法<sup>[2]</sup>、最大似然算法(例如: Lucy-Richardson算法<sup>[3]</sup>)、最大后验(MAP)算法(例如: 泊松最大后验算法<sup>[4]</sup>)、凸集投影最大似然

(POSC-ML)算法(例如: 投影Landweber算法<sup>[5]</sup>)等。这些算法都涉及到对图像先验信息的建模问题。于是, 如果建模不准确, 其估计的误差将被放大。另外, 对于投影Landweber算法, 很难选择到一个合适的松弛参数 $\tau$ , 这将直接影响其超分辨性能; 对于POCS算法, 其解的不唯一性将导致收敛慢和稳定性不高。

小波变换由于能提供良好的时频局部化特征, 所以在信号和图像处理领域得到了广泛的应用。Mallat<sup>[6]</sup>证明了图像的小波变换系数服从广义高斯分布(GGD), 这给图像先验信息的建模提供了理论依据。虽然已有文献报道利用 GGD 模型进行多帧图像复原研究<sup>[7]</sup>, 但依靠人为选取的多个正则参数以及缺乏谱外推能力都限制了其在毫米波图像超分辨处理上的应用。

针对以上问题, 本文提出一种无源毫米波图像超分辨算法: 投影小波域 MAP 图像超分辨(PWMAP)算法。在小波域对图像利用基于广义高斯分布的 MAP 算法对通带内的频谱分量进行恢复, 然后利用投影运算的非线性性, 实现频谱外推。该

2009-04-13 收到, 2009-11-23 改回

国家自然科学基金(60776823)和电子科技大学青年基金(JX0823)

资助课题

通信作者: 金鑫 gnxi@sina.com

算法的优点一是采用更优的图像先验建模，二是能在迭代时能自适应的选取和更新正则参数，避免了人为选取参数可能选取带来的误差。最后通过仿真和实验验证该算法的有效性。

## 2 超分辨算法的数学模型及其小波域描述

进行无源毫米波成像超分辨处理必须建立衍射受限成像数学模型。假定成像系统是线性和平移不变的，衍射受限成像数学模型为

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{g}$  表示低分辨率观测图像， $\mathbf{f}$  表示原始场景图像， $\mathbf{n}$  表示加性噪声，这里假设为高斯白噪声， $\mathbf{H}$  表示衍射受限点扩展函数(PSF)。如果原始图像是  $M \times N$  大小的，那么  $\mathbf{g}$ ， $\mathbf{f}$ ， $\mathbf{n}$  表示辞书式排列的  $MN \times 1$  的列向量，而  $\mathbf{H}$  是  $MN \times MN$  的 Toeplitz 矩阵。图像超分辨的目的就是在给定  $\mathbf{g}$  和  $\mathbf{H}$  情况下，对  $\mathbf{f}$  进行估计。

对式(1)两边做正交小波变换，可得

$$\mathbf{W}\mathbf{g} = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{W}^T\mathbf{W}\mathbf{f} + \mathbf{W}\mathbf{n} \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{g}} = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{f}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{W}$  为  $MN \times MN$  的小波变换矩阵， $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{W}\mathbf{g}$ ， $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{W}\mathbf{H}\mathbf{W}^T$ ， $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{W}\mathbf{f}$ ， $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{W}\mathbf{n}$  分别为低分辨率观测图像，点扩展函数，原始场景图像以及加性噪声在小波域下的列向量表示。由于  $\mathbf{W}$  为正交小波变换矩阵，有  $\mathbf{W}^T\mathbf{W} = \mathbf{E}$  ( $\mathbf{E}$  为单位矩阵)，则  $\tilde{\mathbf{n}}$  仍为 0 均值，方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声。

## 3 小波系数的广义高斯模型

假设原始图像大小为  $N \times N = 2^{2J}$ ，并假设对图像进行  $K$  层正交小波分解。以  $\hat{\mathbf{f}}_j^i(s)$  表示由大小为  $2^{2j}$  的子带系数(其方向性由  $i$  表示)所排列成的列向量的第  $s$  个元素，则有  $2^{2(J-K)} \leq 2^{2j} < 2^{2J}$ ， $i = \begin{cases} 1, 2, 3, & 2^{2(J-K)} < 2^{2j} < 2^{2J} \\ 0, 1, 2, 3, & 2^{2(J-K)} = 2^{2j} \end{cases}$ ， $1 \leq s < 2^{2j}$ 。其中 0, 1, 2, 3 分别代表尺度系数和水平，垂直，对角方向的小波系数。

1, 2, 3 分别代表尺度系数和水平，垂直，对角方向的小波系数。

Mallat<sup>[6]</sup>证明了图像的小波系数减去其均值后服从形状参数为 0.7 的零均值广义高斯分布(GGD)，即

$$\hat{\mathbf{f}}_j^i(s; \alpha, \beta_j^i, 0) = \left[ \alpha / (2\beta_j^i \Gamma(1/\alpha)) \right] \exp \left[ - \left| \hat{\mathbf{f}}_j^i(s) / \beta_j^i \right|^\alpha \right] \quad (4)$$

$$\beta_j^i = \sigma_{f_j^i} \sqrt{\Gamma(1/\alpha) / \Gamma(3/\alpha)}, \sigma_{f_j^i} > 0 \quad (5)$$

其中  $\Gamma(\bullet)$  是 Gamma 函数， $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$ ；参数  $\alpha$  是 GGD 的形状参数， $\sigma_{f_j^i}^2$ ， $\beta_j^i$  分别是与  $\hat{\mathbf{f}}_j^i$  相对

应的 GGD 的方差和尺度参数。

## 4 算法实现

基于文献[7]的思想，对于式(3)所示的图像退化模型，其MAP估计可表示成

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\tilde{\mathbf{f}}} \left( \lg(p(\tilde{\mathbf{g}}/\tilde{\mathbf{f}})) + \lg(p(\tilde{\mathbf{f}})) \right) \quad (6)$$

根据前文的假设，有

$$p(\tilde{\mathbf{g}}/\tilde{\mathbf{f}}) \propto \exp \left( - \|\tilde{\mathbf{g}} - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{f}}\|_2^2 / 2\sigma^2 \right) \quad (7)$$

$$p(\tilde{\mathbf{f}}_j^i) \propto \exp \left( - \|\hat{\mathbf{f}}_j^i\|_\alpha^\alpha / |\beta_j^i|^\alpha \right) \quad (8)$$

将式(7)和(8)代入(6)中，并化简，得

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{f}}} \left[ \|\tilde{\mathbf{g}} - \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{f}}\|_2^2 + \sum_{j=J-K}^{J-1} \sum_{i=1}^3 \lambda_j^i \|\hat{\mathbf{f}}_j^i\|_\alpha^\alpha + \lambda_{J-K}^0 \|\hat{\mathbf{f}}_{J-K}^0\| \right] \quad (9)$$

其中  $\lambda_j^i$  和  $\lambda_{J-K}^0$  是分别与  $\hat{\mathbf{f}}_j^i$  和  $\hat{\mathbf{f}}_{J-K}^0$  相对应的正则参数。

$$\lambda_j^i = 2\sigma^2 / |\beta_j^i|^\alpha, \lambda_{J-K}^0 = 2\sigma^2 / |\beta_{J-K}^0|^\alpha \quad (10)$$

由于  $\alpha < 1$  时  $l_\alpha$  范数不可微，故对其作光滑逼近<sup>[8]</sup>：

$$\|\hat{\mathbf{f}}_j^i\|_\alpha^\alpha \approx \sum_s \left( \left| \hat{\mathbf{f}}_j^i(s) \right|^2 + \varepsilon \right)^{\alpha/2} \quad (11)$$

其中  $\varepsilon \geq 0$  是一个很小的常数。将式(11)带入式(9)，并求梯度，得

$$\left[ \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{H}} + \frac{\alpha}{2} \text{diag} \left( \lambda_s / \left( \left| \tilde{\mathbf{f}}(s) \right|^2 + \varepsilon \right)^{1-\alpha/2} \right)_{s=1}^{N^2} \right] \tilde{\mathbf{f}} = \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{g}} \quad (12)$$

其中  $\tilde{\mathbf{f}}(s)$  表示列向量  $\tilde{\mathbf{f}}$  的第  $s$  个元素， $\lambda_s$  是与之相对应的正则参数，式(10)为其具体表达式； $\text{diag}(\bullet)_{i=1}^{N^2}$  表示大小为  $N^2 \times N^2$  的对角矩阵。本文采用最陡下降法求解式(12)。

然而，以上的估计为一线性恢复过程，几乎没有频谱外推能力。于是，必须加入非线性运算，才能在毫米波图像的超分辨中得到应用。效仿投影 Landweber(PL)算法<sup>[5]</sup>，在迭代的同时利用投影的非线性运算实现频谱的外推。

在图像超分辨过程中，先验信息的有效使用是图像高频成分可靠恢复的基础。事实上，图像恢复和超分辨问题本质上是一个病态问题，图像恢复质量和频谱外推的程度依赖于先验信息的数量和准确程度。为此，把一些特定的先验信息加入到恢复过程中是十分必要的。

在无源毫米波成像应用中，获取图像的亮度值是非负有界的，可表示为闭凸集：

$$C_{\text{max}} = \{f | \text{mag}_{\text{min}} \leq f_s \leq \text{mag}_{\text{max}}\} \quad (13)$$

其中  $\text{mag}_{\text{min}} \geq 0$ 。本文重点考虑非负限制的情况，

即  $\text{mag}_{\min} = 0$  , 相应的投影算子为  $P_C f = \begin{cases} f_s, & f_s \geq 0 \\ 0, & f_s < 0 \end{cases}$  , 更多的限制集和相应的投影算子可以参考文献[9]。

综上所述, 本文提出的投影小波域MAP毫米波图像超分辨算法(PWMAP)的迭代过程如下:

- (1)对图像作正交小波分解;
- (2)选取初始值  $\tilde{f}^0$  ;
- (3)对  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

$$A^n = \tilde{H}^T \tilde{H} + \frac{\alpha}{2} \text{diag} \left[ \lambda_s^n / \left( |\tilde{f}^n(s)|^2 + \varepsilon \right)^{1-\frac{\alpha}{2}} \right]_{s=1}^{N^2}$$

$$r^n = \tilde{H}^T \tilde{g} - A^n \tilde{f}^n, \quad a_n = \frac{(r^n, r^n)}{(A^n r^n, r^n)}$$

$$\tilde{f}^{(n+1)} = W P_C W^T \text{th} \left( \tilde{f}^n + a_n \left( \tilde{H}^T \tilde{g} - \tilde{H}^T \tilde{H} \tilde{f}^n - \frac{\alpha}{2} f' \right) \right)$$

其中  $P_C$  表示投影算子;  $\text{th}(\cdot)$  表示小波阈值去噪<sup>[10]</sup>;  $\lambda_s^n$  是对应于  $\tilde{f}^n(s)$  的正则参数, 而  $f'(s)$  为一列向量,

$$f'(s) = \lambda_s^n \tilde{f}^n(s) / \left( |\tilde{f}^n(s)|^2 + \varepsilon \right)^{1-\frac{\alpha}{2}} .$$

可以看出, 各小波子带的正则参数  $\lambda_s^n$  在迭代的每一步不断地更新, 其更新规则为

$$\lambda_j^{in} = 2(\sigma^n)^2 / |\beta_j^{in}|^\alpha, \quad \lambda_{j-K}^0 = 2(\sigma^n)^2 / |\beta_{j-K}^0|^n \quad (14)$$

其中的  $(\sigma^n)^2$  表示第  $n$  次迭代时图像所含的噪声方差大小,  $\beta_j^{in}$  和  $\beta_{j-K}^0$  为第  $n$  次迭代时各小波子带系数的GGD的尺度参数, 式(5)是其表达式, 对  $\beta$  的估计可参见文献[11]。而在迭代中加入小波阈值去噪, 将

使得在  $\sigma^n$  减小的同时导致正则参数  $\lambda_s^n$  的减小, 显然, 这更有利于保持图像的边缘和细节。

### 5 实验结果

为了验证本文提出的PWMAP算法的有效性, 我们分别对一幅合成图像和一幅实测图像进行实验, 并将结果与自适应投影Landweber算法(APL)<sup>[12]</sup> 进行比较。选取  $\varepsilon = 0.1$  , 形状参数取  $\alpha = 0.7$  。注意到当  $\alpha < 1$  时, 式(9)的函数是非凸的, 这意味着式(9)的收敛性可能与初始值选取有关。为保证式(9)能收敛到恰当的局部极小值, 实验中初始值  $\tilde{f}^0$  设为原始的降晰图像。小波分解与重建采用长度为8的Daubechies小波, 即db4小波。选择小波分解层数为3层, 且小波变换时对原图像进行周期边界扩充。在两个实验中我们使用的投影限制为非负限制。

第1个实验如图1所示, 由一系列同心圆构成的大小为  $256 \times 256$  的图像。为了模拟衍射受限成像系统所产生的降晰效果, 把图1(a)同一个直径为16像素的圆孔径天线所产生的点扩展函数(PSF)相卷积, 并增加零均值高斯白噪声, 其降晰信噪比(BSNR)为30 dB。分别采用APL和PWMAP两种算法对降晰图像进行100次迭代。由图1可以看出, 本文提出的PWMAP算法的超分辨能力好于APL算法。两种算法的均方误差(MSE)同迭代次数之间的关系如图2所示。由图2可知, PWMAP算法的MSE衰减得比APL算法快。降晰图像频谱和两种算法的恢复图像频谱分别同原始图像频谱之间的平均相似度曲线如图3所示。对如图3所示的降晰图像所对应的平均相

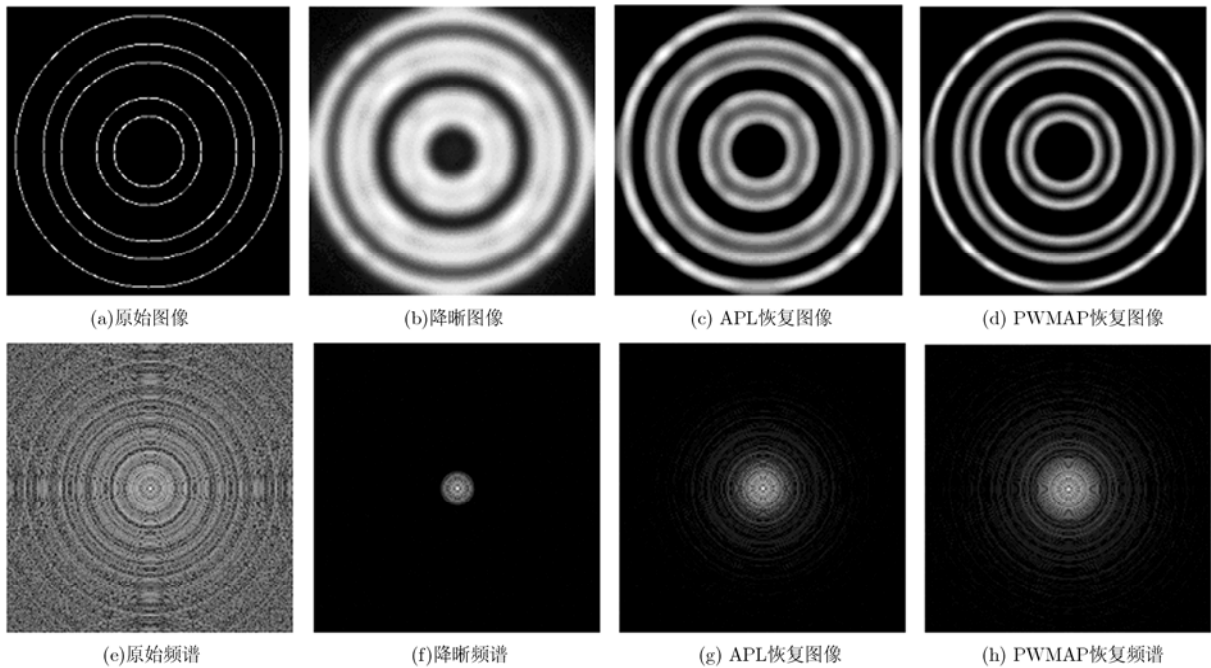


图 1 实验1原始图像, 降晰图像, 和APL, PWMAP的恢复图像及其频谱

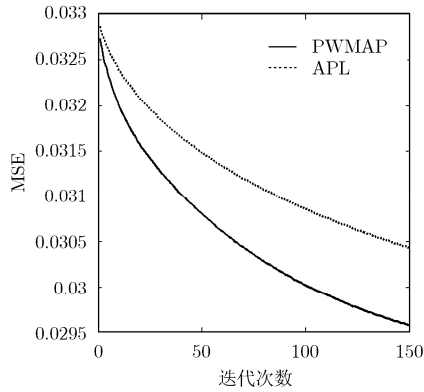


图 2 两种算法的均方误差与迭代次数的关系

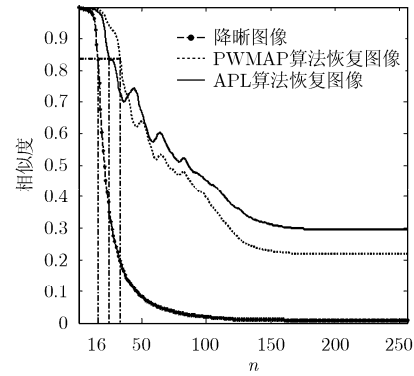


图 3 两种算法的恢复频谱与原始频谱之间的平均相似性曲线

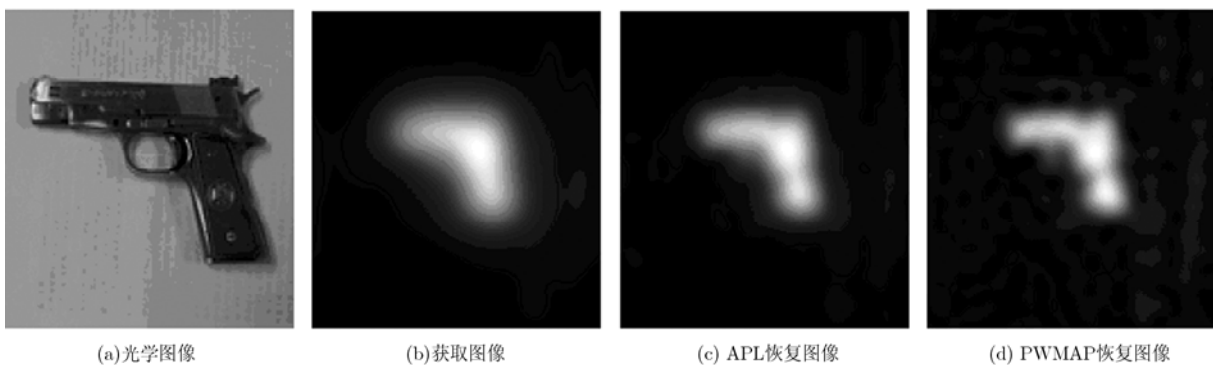


图 4 实验 2 图像及两种算法超分辨结果

似度曲线进行分析可知,其截止频率为 16 像素,在这个频率点上平均相似性值为 0.8381。对于 APL 和 PWMAP 算法恢复图像所对应的平均相似性曲线,平均相似性值不小于 0.8381 时所对应的频率值分别为 24 像素和 33 像素,于是可以得到虚拟孔径直径的值分别为 24 像素和 33 像素。由此可知,经过 APL 和 PWMAP 算法处理后,分辨率分别得到了 1.5 倍和 2.06 倍的改善。综上所述,在相同迭代次数的情况下, PWMAP 算法超分辨效果比 APL 算法的效果更好。

第 2 个实验如图 4 所示,是利用我们研制的 91.5 GHz 单通道毫米波成像系统获取的手枪图像,大小为  $32 \times 32$ 。处理算法的实现流程与实验 1 相同。为了更好地观察超分辨恢复效果,使用了频域内插把获取的无源毫米波图像内插到  $256 \times 256$ 。APL 算法和 PWMAP 算法的超分辨恢复图像分别如图 4(c), 4(d)所示。

通过图 4 可以看出,在相同计算量下, PWMAP 算法所恢复的简单场景无源毫米波图像分辨率好于 APL 算法,其轮廓细节更加明显。

## 6 结束语

本文提出了一种投影小波域 MAP 毫米波图像

超分辨算法(PWMAP)。本算法利用小波域广义高斯模型建模,并利用非线性投影运算实现频谱外推;而且本算法能够根据各子带小波分解系数自适应地选取和更新正则参数,避免了单独估计最优参数所带来的计算负担和估计误差。实验结果表明在合成图像和简单场景无源毫米波成像的情况下, PWMAP 算法的超分辨能力要优于 APL 算法。

## 参考文献

- [1] Lettington A H, Yallop M R, and Dunn D. Review of super-resolution techniques for passive millimeter-wave imaging[J]. *Proceeding of SPIE*, 2002, 4719: 203-239.
- [2] Ogawa Takahiro and Haseyama Miki. Adaptive reconstruction method of missing texture based on projection onto convex sets [C]. ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Hawaii, America, 2007. Vol.1: 1697-1700.
- [3] Zhao Zong-qing, Ding Yong-kun, and Dong Jian-jun, et al. Richardson-Lucy method for decoding x-ray ring code image[J]. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2007, 49(8): 1145-1150.
- [4] Hunt B R and Sementilli P. Description of a Poisson imagery super resolution algorithm[C]. *Astronomical Data Analysis*

- Software and Systems, San Francisco, America, 1992. Vol.25: 196-199.
- [5] Zheng Xin, Yang Ji-Yu, and Li Liang-cao, *et al.* Wavelet-based super-resolution algorithms for passive millimeter wave imaging[C]. 2008 International Conference on Communication, Circuits and Systems (ICCCAS'08), Xia Men, China, May 2008, Vol.2: 927-930.
- [6] Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(7): 674-693.
- [7] 张新明, 沈兰荪. 在小波变换域内实现图像的超分辨率复原[J]. *计算机学报*, 2003, 26(9): 1183-1189.  
Zhang Xin-ming and Shen Lan-sun. Super-resolution restoration from image sequences in the wavelet domain[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2003, 26(9): 1183-1189.
- [8] 王正明, 朱炬波. SAR图像提高分辨率技术[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 143-144.
- [9] Eicke B. Iteration methods for convexly constrained ill-posed problems in Hilbert space [J]. *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 1992, 13(5&6): 413-429.
- [10] Vonesch C and Unser M. A fast thresholded landweber algorithm for wavelet-regularized multidimensional deconvolution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(4): 539-549.
- [11] 汪太月, 李志明. 一种广义高斯分布的参数快速估计法[J]. *工程地球物理学报*, 2006, 3(3): 172-176.  
Wang Tai-yue and Li Zhi-ming. A fast parameter estimation of generalized Gaussian distribution [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2006, 3(3): 172-176.
- [12] Zheng Xin and Yang Jian-yu. Adaptive projected Landweber super-resolution algorithm for passive millimeter wave imaging[C]. 2007 SPIE Fifth International Symposium on Multispectral Image Processing and Pattern Recognition. Vol.6787: 67871k-1-67871k-7.
- 金鑫: 男, 1986年生, 硕士生, 研究方向为无源毫米波成像超分辨处理.
- 熊金涛: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为无源毫米波成像系统、雷达系统和数字信号处理.
- 李良超: 男, 1978年生, 讲师, 研究方向为毫米波辐射计系统设计、无源毫米波成像超分辨处理及探测性能分析.