

基于随机矩阵理论的 DET 合作频谱感知算法

曹开田 杨震

(南京邮电大学信号处理与传输研究院 南京 210003)

摘要: 针对认知无线电系统中的频谱感知问题, 该文采用随机矩阵理论(Random Matrix Theory, RMT)对多认知用户(Secondary User, SU)接收信号采样协方差矩阵的最大特征值的分布特性进行了分析和研究, 提出了一种新的基于双特征值判决门限(Double Eigenvalue Threshold, DET)的合作频谱感知算法。由该算法感知性能的理论分析可知: DET 合作感知算法无需主用户(Primary User, PU)发射机信号的先验知识, 也不需要预先知道信道背景噪声功率。仿真结果表明, 与传统的频谱感知方法相比, 该方法只需较少的认知用户就能获得较高的感知性能, 并且对噪声的不确定性具有较强的鲁棒性。

关键词: 合作频谱感知; 随机矩阵理论; 采样协方差矩阵; 最大特征值

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)01-0129-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00517

DET Cooperative Spectrum Sensing Algorithm Based on Random Matrix Theory

Cao Kai-tian Yang Zhen

(The Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications,
Nanjing 210003, China)

Abstract: In this paper, the DET (Double Eigenvalue Threshold) cooperative spectrum sensing algorithm is proposed through analyzing maximum eigenvalue distribution of the covariance matrix of the received signals by means of random matrix theory. DET cooperative sensing algorithm needs neither the prior acknowledge of the signal transmitted from primary user, nor the noise power in advance. Simulation results show that the proposed scheme can gain higher sensing performance with a few of secondary users and is more robust to the noise uncertainty compared with the conventional sensing schemes.

Key words: Cooperative spectrum sensing; Random matrix theory; Sample covariance matrix; Maximum eigenvalue

1 引言

目前, 认知无线电技术(CR)作为一种频谱再利用技术, 在解决无线通信中频谱资源紧张、频谱利用效率低下等问题上所表现出来的巨大优势, 已经受到越来越多人的重视, 并被普遍认为是下一代无线通信网络(XG)的关键技术之一。在认知无线电环境中, 多认知用户(SU)能感知周围电磁环境, 当发现某一主用户(PU)不存在时, SU 就可以采用动态频谱接入(DSA)的方式占用该 PU 未使用的频谱资源进行通信。一旦该 PU 出现, 为了避免对 PU 通信的干扰, 多认知用户(SU)必须立刻退出其所占的频谱交还给 PU 使用。同时, SU 采用同样的 DSA 方式去利用未被其它 PU 占用的频段继续进行通信。

因此, 检测所关心的频谱内是否出现 PU 信号, 即频谱感知(亦称信号检测)是 CR 技术的重要组成部分及关键技术之一。现有的频谱感知方法主要有: 匹配滤波检测(MF)、循环平稳特征检测(cyclostationary feature detection)、能量检测(ED)以及合作检测^[1]等。匹配滤波检测方法能使接收机的信噪比最高, 是最优的检测方法。但它需要知道 PU 发射机信号的先验知识, 这一要求在实际情况下是很难满足的。循环平稳特征检测对噪声的不确定性具有很强的鲁棒性, 但该方法需要知道 PU 发射机信号所固有的循环特征频率。此外, 该方法对 ADC 的处理速度以及系统的信号处理能力均提出了较高的要求, 增加了系统的复杂性, 实际应用较为困难。

因此, 匹配滤波检测和循环平稳特征检测都有局限性。在无法获得 PU 信号源相关信息的情况下, 能量检测就是最优的检测器。但能量检测具有两个显而易见的缺点: (1)它需要预先知道背景噪声功率

2009-04-10 收到, 2009-09-28 改回

国家自然科学基金(60772062, 60971129)和国家 863 计划项目(2009AA01Z241)资助课题

通信作者: 曹开田 caokt@njupt.edu.cn; xckt007@126.com

且对噪声的不确定性非常敏感；(2)对于检测 iid (independent and identically distributed) 信号来说能量检测是一种最优的检测方法，但检测相关性较强信号时，检测性能较差。针对能量检测方法存在的不足，文献[2]提出了一种 MED(Maximum Eigenvalue Detection)算法。但 MED 算法仍然使用一个判决门限的传统信号检测方法，使得算法的鲁棒性较差；另外，MED 算法采用单个 SU 的非合作频谱感知方法，降低了感知结果的可信性。由于多径衰落、遮蔽、隐蔽终端等问题的存在，单个 SU 的检测结果存在不确定性，将会严重影响算法的可靠性以及频谱感知性能。采用合作频谱感知方法则可以有效避免这些情况的影响^[1, 3-5]。基于以上考虑，本文提出了一种基于随机矩阵理论^[6,7]的双特征值判决门限(DET)的合作频谱感知算法。该算法利用多个 SU 接收到的信号产生一个采样协方差矩阵，该协方差矩阵包含了 PU 信号源的相关信息。在 PU 发射机信号存在和不存在两种假设条件下，采用随机矩阵的相关理论分别求出这两种情况下协方差矩阵的最大特征值。以这两个最大特征值作为判决门限，最终判决出我们所关心频段内是否出现 PU 发射机信号，从而实现频谱感知功能。DET 合作感知算法不需要知道信号源的任何信息，也无需知道噪声功率，而且只需较少的 SU 就可以达到很好的感知性能。在检测相关信号时，DET 方法要明显优于 MED 方法和能量检测方法。

2 合作频谱感知场景及信道模型

本文考虑认知无线网络中存在认知从基站 (Secondary Base Station, SBS) 情况下的合作感知场景(比如无线局域网 WRAN 就是这种情况)，其合作感知场景如图 1 所示。

在图 1 中，3 个 SU 采用合作的方式对主基站 (Primary Base Station, PBS) 发射出的信号即 PU 发射机信号进行检测，并将检测数据发送到 SBS。SBS 对这些数据采用某种算法进行相应处理，最后判决出我们所关心的频段内是否存在 PU 发射机信号，即是否存在频谱空洞，实现合作频谱感知功能。

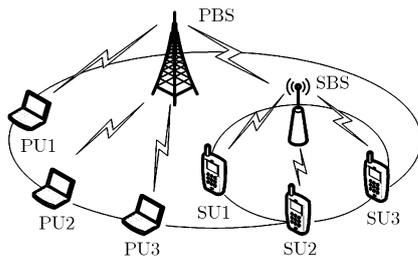


图 1 合作频谱感知场景

本感知场景考虑的是 PBS 和 SBS 相互独立的情况，认知网络对 PBS 的感知任务由 SU 来完成。

SU 对 PU 发射机信号进行检测的结果存在以下两种可能假设^[1]

$$x(k) = \begin{cases} n(k), & H_0 \\ h(k)s(k) + n(k), & H_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x(k)$ 表示在第 k 时刻 SU 接收到的信号； $n(k)$ 指第 k 时刻采样到的环境噪声信号，其方差为 σ^2 ； $s(k)$ 是 k 时刻 PU 发射出的信号，PU 发射机信号与噪声信号不相关； $h(k)$ 表示信道增益系数。 H_0 假设接收到的信号中只有噪声，没有 PU 发射机信号； H_1 则假设 SU 接收到的信号中既存在噪声又存在 PU 发射机信号。

3 DET 算法的判决准则

在图 1 所示的合作感知场景中，假设有 M 个认知用户，每一个 SU 对接收信号采样 N 次。则第 i 个 SU 在第 k 时刻检测到的信号及噪声可分别表示为 $x_i(k)$, $n_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, M$; $k = 1, 2, \dots, N$)。在第 k 时刻，PU 发射机信号为 $s(k)$ 。为了分析方便，定义如下向量

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \quad \mathbf{x}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{x}_M^T]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{s} = [s^T \quad s^T \quad \dots \quad s^T]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = [\mathbf{n}_1^T \quad \mathbf{n}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{n}_M^T]^T \quad (4)$$

\mathbf{x} 表示 SU 接收机信号的向量矩阵，其中 \mathbf{x}_i ($i = 1, 2, \dots, M$) 表示第 i 个 SU 采样得到的信号向量。 \mathbf{s} , \mathbf{n} 分别表示 PU 发射机信号向量矩阵和 SU 处的背景噪声向量矩阵。信号向量矩阵 \mathbf{x} 可以用一个 $M \times N$ 维矩阵表示为

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(1) & x_1(2) & \dots & x_1(N) \\ x_2(1) & x_2(2) & \dots & x_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_M(1) & x_M(2) & \dots & x_M(N) \end{pmatrix} \quad (5)$$

于是，当 \mathbf{s} 可以为 0 时，式(1)可以统一表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (6)$$

其中 \mathbf{H} 为信道增益矩阵。

由于 PU 发射机信号与噪声信号不相关。则由式(6)可以得出接收信号的统计协方差矩阵 \mathbf{R}_x

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E(\mathbf{x}\mathbf{x}^T) = E[(\mathbf{H}\mathbf{s})(\mathbf{H}\mathbf{s})^T] + E(\mathbf{n}\mathbf{n}^T) \\ &= \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_n = \mathbf{R}_s + \sigma^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{R}_s = E[(\mathbf{H}\mathbf{s})(\mathbf{H}\mathbf{s})^T]$, $\mathbf{R}_n = E(\mathbf{n}\mathbf{n}^T)$, \mathbf{I}_M 为 M

阶单位矩阵。定义如下采样协方差矩阵

$$\widehat{\mathbf{R}}_x(N) = \frac{1}{N} \mathbf{x}\mathbf{x}^T \quad (8)$$

$$\widehat{\mathbf{R}}_s(N) = \frac{1}{N} (\mathbf{H}\mathbf{s})(\mathbf{H}\mathbf{s})^T \quad (9)$$

$$\widehat{\mathbf{R}}_n(N) = \frac{1}{N} \mathbf{n}\mathbf{n}^T \quad (10)$$

假设信号与噪声均是平稳和遍历随机过程, 则当 $N \rightarrow \infty$ 时, 可得如下关系式成立

$$\mathbf{R}_x \approx \widehat{\mathbf{R}}_x(N) = \widehat{\mathbf{R}}_s(N) + \widehat{\mathbf{R}}_n(N) \quad (11)$$

令 λ_{\max} , ρ_{\max} 分别是矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$, $\widehat{\mathbf{R}}_s(N)$ 的最大特征值, 显然根据式(11)可得 $\lambda_{\max} = \rho_{\max} + \sigma^2$ 。当 PU 发射机信号不存在时, $\widehat{\mathbf{R}}_s(N) = 0$, 则 $\rho_{\max} = 0$, $\lambda_{\max} = \sigma^2$; 当 PU 发射机信号存在时, $\widehat{\mathbf{R}}_s(N) \neq 0$, 此时 $\lambda_{\max} > \sigma^2$ 。为了叙述方便, 本文给出以下定义

定义 1 假设 H_0 成立的情况下, 采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值为 $\lambda_{\max 0}$ 。

定义 2 假设 H_1 成立的情况下, 采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值为 $\lambda_{\max 1}$ 。

依据前面的分析, 显然有 $\lambda_{\max 0} = \sigma^2$, $\lambda_{\max 1} > \lambda_{\max 0}$ 。

由以上分析可知, 我们可以利用采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值检测 PU 发射机信号是否存在, 即感知频谱空洞是否存在。本文正是将矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 在有、无 PU 发射机信号情况下所对应的两个最大特征值 $\lambda_{\max 1}$ 、 $\lambda_{\max 0}$ 作为双判决门限, 以此来判决是否存在可用频谱。在实际的 DET 算法中, 协方差矩阵都是依据有限个采样数据计算出来的, 采样次数 N 不可能无穷大。因此, 可以定义 DET 合作频谱感知算法的判决准则为

(1) 当 $\lambda_{\max} < \rho\lambda_{\max 0}$ 时, 未检测到 PU 发射机信号, 判决 H_0 成立, 存在频谱空洞;

(2) 当 $\lambda_{\max} > \rho\lambda_{\max 1}$ 时, 检测到 PU 发射机信号, 判决 H_1 成立, 没有频谱空洞;

(3) 当 $\rho\lambda_{\max 0} \leq \lambda_{\max} \leq \rho\lambda_{\max 1}$ 时, 则需根据实际情况进一步判决 PU 发射机信号是否存在。判决准则中的参数 ρ 由系统的虚警概率 P_f (probability of false alarm) 确定。

本文采用多节点(即多认知用户)对 PU 发射机信号进行检测, 能有效地避免单节点检测时所遇到的遮蔽、衰落等对检测结果的影响, 提高了系统的检测性能, 增强了感知结果的可靠性。

4 采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值特性分析

4.1 假设 H_0 成立时, 采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值 $\lambda_{\max 0}$ 特性

当 PU 发射机信号不存在时, 由式(10)和式(11)

可以得出

$$\widehat{\mathbf{R}}_x(N) = \widehat{\mathbf{R}}_n(N) = \frac{1}{N} \mathbf{n}\mathbf{n}^T \quad (12)$$

此时噪声协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_n(N)$ 为 Wishart 随机矩阵^[2,6]。Wishart 随机矩阵特征值的联合概率密度函数(PDF)的表达式非常复杂, 并且其特征值边缘 PDF 也没有一个简洁的表达形式。但是, 最近在文献[7,8]中, Johnstone 和 Johansson 等人对 Wishart 随机矩阵最大特征值的分布情况进行了研究, 并取得了一些研究成果, 这些成果表现如下:

定理 1 假设噪声为实信号, 令

$$\mathbf{A}(N) = \frac{N}{\sigma^2} \widehat{\mathbf{R}}_n(N), \quad \mu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M})^2 \quad (13)$$

以及

$$v = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N-1}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3} \quad (14)$$

假设 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} = c (0 < c < 1)$ 。则 $\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu}{v}$ 必然服从 1 阶 Tracy-Widom 分布 $F_1(t)$ ^[9]。其中 $\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N))$ 表示随机矩阵 $\mathbf{A}(N)$ 所对应的最大特征值。

定理 2 假设噪声为复信号, 令

$$\mathbf{A}(N) = \frac{N}{\sigma^2} \widehat{\mathbf{R}}_n(N), \quad \mu' = (\sqrt{N} + \sqrt{M})^2 \quad (15)$$

以及

$$v' = (\sqrt{N} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3} \quad (16)$$

假设 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} = c (0 < c < 1)$ 。则 $\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu'}{v'}$ 必然服从 2 阶 Tracy-Widom 分布 $F_2(t)$ ^[9]。

由定理 1 可知

$$\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) = \frac{N}{\sigma^2} \lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_n(N)) = \frac{N}{\sigma^2} \lambda_{\max} \quad (17)$$

其中 λ_{\max} 为矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值, 但在 PU 信号不存在时, $\lambda_{\max} = \lambda_{\max 0}$, 即 λ_{\max} 也是随机矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_n(N)$ 的最大特征值 $\lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_n(N))$ 。

根据文献[6]中的 Marcenko-Pastur 定律可知

当 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} = c (0 < c < 1)$ 时,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \lambda_{\max} = \sigma^2(1 + \sqrt{c})^2 \quad (18)$$

由式(18)可得, PU 信号不存在时, 随机矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值为

$$\lambda_{\max 0} \approx \sigma^2(1 + \sqrt{c})^2 \approx \frac{\sigma^2}{N} (\sqrt{N} + \sqrt{M})^2 \quad (19)$$

Tracy-Widom 分布函数的表达形式比较复杂, 没有一个紧凑的表达式。其 1 阶累积分布函数(CDF) $F_1(t)$ ^[9]为

$$F_1(t) = \exp\left[-\frac{1}{2} \int_t^\infty (q(u) + (u-t)q^2(u))du\right] \quad (20)$$

其中 $q(u)$ 是下列 Painlevé II 非线性微分方程的解

$$q''(u) = uq(u) + 2q^3(u) \quad (21)$$

由式(20)和式(21)可以看出, 求取 1 阶 Tracy-Widom 累积分布函数的解析解表达式是相当困难的。

Johnstone 在文献[7]中求出了 1 阶 Tracy-Widom 累积分布函数的一些离散值, 并制成了一张表格, 如表 1 所示。根据这张表格, 我们就能求出在某些离散点上的 1 阶 Tracy-Widom 分布函数值 $F_1(t)$ 。

4.2 假设 H_1 成立时, 采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值 $\lambda_{\max 1}$ 特性

Baik 等人在文献[10,11]中对随机矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值进行了深入研究, 其研究成果如下:

$$\text{设信噪比(SNR)} \gamma = \frac{\sum |h_k|^2}{\sigma^2} (k = 1, 2, \dots, M),$$

$c = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} (0 < c < 1)$, 其中 h_k 为信道增益。当 $\gamma > \sqrt{c}$ 时, 随机矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值收敛于

$$\lambda_{\max 1} = \left(\sum |h_k|^2 + \sigma^2\right) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right) \quad (22)$$

式(22)可进一步简化为

$$\lambda_{\max 1} = \sigma^2 (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right) \quad (23)$$

这些特征值特性分析的结论, 为本文进行双特征值门限判决算法奠定了理论基础。

5 DET 合作感知算法性能分析

一种好的频谱感知算法应该是虚警概率 P_f 低, 而检测概率 P_d (probability of detection) 高。在虚警概率 P_f 一定的情况下, 检测概率 P_d 越高则感知算法的检测性能就越好; 否则, 则越差。在实际情况下, 无法预先知道 PU 发射机信号是否存在, 但噪声总是存在的。因此我们可以在 H_0 成立的情况下, 事先规定虚警概率 P_f 的取值范围, 然后在此约束条件下求得 P_d 。则此时 P_d 的大小就反应出感知算法检测性能的优劣性。根据 DET 合作感知算法判决准则并结合定理 1 可求得 DET 合作感知算法的虚警概率 P_{f_DET} 为

$$\begin{aligned} P_{f_DET} &= P(\lambda_{\max} > \rho \lambda_{\max 1} | H_0) \\ &= P(\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{R}}_n(N)) > \rho \lambda_{\max 1}) \\ &\approx P\left(\frac{\sigma^2}{N} \lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) > \rho \sigma^2 (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right)\right) \\ &= P\left(\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) > N \rho (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right)\right) \\ &= P\left(\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu}{v} > \frac{N \rho (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right) - \mu}{v}\right) \\ &= 1 - F_1\left(\frac{N \rho (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right) - \mu}{v}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

由式(24)可以推出

$$\frac{N \rho (1 + \gamma) \left(1 + \frac{c}{\gamma}\right) - \mu}{v} = F_1^{-1}(1 - P_{f_DET}) \quad (25)$$

由于 N 值一般远大于 1, 所以 $\sqrt{N-1} \approx \sqrt{N}$ 。将式(13), 式(14)代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \rho &\approx \left\{ F_1^{-1}(1 - P_{f_DET}) (\sqrt{N} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3} \right. \\ &\quad \left. + (\sqrt{N} + \sqrt{M})^2 \right\} / \left\{ N (1 + \gamma) \left(1 + \frac{M/N}{\gamma} \right) \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

根据事先确定的 P_{f_DET} 值, 通过查表 1 即可求出参数 ρ 。

当噪声为复信号时, 依据定理 2, 将 $F_1(t)$ 换成 2 阶 Tracy-Widom 累积分布函数 $F_2(t)$, 并按上述推导过程即可求出参数 ρ 。

设 DET 算法的检测概率和漏检概率 (probability of missing detection) 分别为 P_{d_DET} , P_{m_DET} 。则有

$$P_{d_DET} = P(\lambda_{\max} > \rho \lambda_{\max 1} | H_1) \quad (27)$$

$$P_{m_DET} = P(\lambda_{\max} < \rho \lambda_{\max 0} | H_1) \quad (28)$$

假设采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_x(N)$ 最大特征值 λ_{\max} 分别在 H_0 和 H_1 两种情况下, 其取值落在 $[\rho \lambda_{\max 0}, \rho \lambda_{\max 1}]$ 区间的概率分别为 P_0 , P_1 , 则有

表 1 1 阶 Tracy-Widom 累积分布函数离散值

t	-3.90	-3.18	-2.78	-1.91	-1.27	-0.59	0.45	0.98	2.02
$F_1(t)$	0.01	0.05	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90	0.95	0.99

$$\begin{aligned}
P_0 &= P(\rho\lambda_{\max 0} \leq \lambda_{\max} \leq \rho\lambda_{\max 1} | H_0) \\
&= 1 - P_{f_DET} - P(\lambda_{\max} < \rho\lambda_{\max 0} | H_0) \\
&= 1 - P_{f_DET} - P(\lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_x(N)) < \rho\lambda_{\max 0}) \\
&= 1 - P_{f_DET} - P\left(\frac{\lambda_{\max}(A(N)) - \mu}{v} \right. \\
&\quad \left. < \frac{N\rho(1 + \sqrt{c})^2 - \mu}{v}\right) \\
&= 1 - P_{f_DET} - F_1\left(\frac{N\rho(1 + \sqrt{c})^2 - \mu}{v}\right) \\
&\approx 1 - P_{f_DET} - F_1\left(\frac{\rho(\sqrt{N} + \sqrt{M})^2 - \mu}{v}\right) \quad (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= P(\rho\lambda_{\max 0} \leq \lambda_{\max} \leq \rho\lambda_{\max 1} | H_1) \\
&= 1 - P_{d_DET} - P_{m_DET} \quad (30)
\end{aligned}$$

传统的基于 ED 检测的频谱感知方法需预先知道噪声功率或方差, 其判决规则为

(1) 如果 $E \geq V_T$, 则判决 H_1 成立, 不存在频谱空洞;

(2) 如果 $E < V_T$, 则判决 H_0 成立, 存在频谱空洞。

其中 E 表示 SU 接收信号的平均能量; V_T 是判决门限, 通常取值为噪声方差 σ^2 。在实际情况下, 接收信号的平均能量 E 通常表示为

$$E = E(|x(k)|^2) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x(k)|^2 \quad (31)$$

由式(31)容易得到如下等式成立

$$E = \frac{1}{M} \text{Tr}(\widehat{\mathbf{R}}_x(N)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \lambda_i \quad (32)$$

式(32)中, $\text{Tr}(\widehat{\mathbf{R}}_x(N))$ 表示矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的迹。 λ_i 为矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的第 i 个特征值。

当 PU 发射机信号为强相关信号时, 则有

$$\lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_s(N)) \gg \frac{1}{M} \text{Tr}(\widehat{\mathbf{R}}_s(N)) \quad (33)$$

因此

$$\begin{aligned}
\lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_x(N)) &= \lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_s(N)) + \sigma^2 \\
&\gg \frac{1}{M} \text{Tr}(\widehat{\mathbf{R}}_s(N)) + \sigma^2 \approx E \quad (34)
\end{aligned}$$

由以上分析可知, 当 PU 发射机信号存在且为强相关性信号时, ED 方法的判决量 E 相当小, 其值和噪声方差 σ^2 相差不大。由于噪声的不确定性总是存在的, 如果此时采用 ED 方法对信号进行检测, 将会大大增加系统的漏检概率, 严重影响算法的感知性能, 致使频谱利用率降低。而 DET 算法的判决量 $\lambda_{\max}(\widehat{\mathbf{R}}_x(N))$ 远大于采用 ED 方法时的判决量 E ,

因而, 在 PU 发射机信号为强相关信号的情况下, 采用 DET 频谱感知算法的感知性能要优于 ED 算法。

对于 DET 算法, 其算法复杂度来自于式(8)以及求取采样协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值的运算。求取 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 需要进行 $M \times N$ 次乘法和加法运算。而求 $\widehat{\mathbf{R}}_x(N)$ 的最大特征值的复杂度为 $O(M^3)$ 。由于采样次数 N 远大于 M , 所以 DET 算法的复杂度主要由 $M \times N$ 决定。MED 算法的复杂度^[2]与 DET 算法相近。由式(31)可得, ED 算法的复杂度为 N 次乘法和加法。因此, DET 算法的复杂度约为 ED 算法复杂度的 M 倍。由于一般协作认知用户数 M 较小, 所以, DET 算法相比 ED 算法增加的复杂度不明显。

6 仿真结果及其分析

本文通过 Matlab 仿真平台, 进行 2000 次 Monte Carlo 模拟仿真来验证 DET 合作感知算法的感知性能。对于 PU 发射机信号分别为相关信号和 iid 信号两种情况, 将 DET 算法与 MED 算法、ED 算法的感知性能进行比较。ED 检测算法的判决量可以通过式(31)或式(32)求出, 其判决门限为噪声方差 σ^2 。由于噪声不确定性总是存在的, 噪声方差的实际值 $\hat{\sigma}^2 = \delta\sigma^2$, 参数 δ 反映了噪声的不确定性, 定义噪声不确定性因子如下

$$U = \max\{10 \lg \delta\} \quad (\text{dB}) \quad (35)$$

假设初始噪声方差 $\sigma^2 = 1$ 。由于在检测前无法得知 PU 发射机信号是否存在, 可以先固定虚警概率 $P_f = 0.05$, 然后依据表 1 和式(26)求出判决参数值 ρ , 最后求出 DET 算法的感知性能。

本节采用的相关信号为无线麦克风信号^[2]。无线麦克风信号是一种 FM 信号, 其带宽小于 200 kHz。接收机采用 6 MHz 的采样速率对该信号进行采样。由于采样速率远高于该信号带宽, 因而采样得到的离散数据具有很强的相关性。图 2, 图 3 反映了在检测无线麦克风信号时, 检测概率分别随采样次数 N 以及信噪比 γ 变化的特性曲线。图 2 中认知用户数 $M = 4$, $\gamma = -25$ dB, ED-2 dB, ED-1 dB 和 ED-0 dB 分别表示噪声不确定性因子为 2 dB, 1 dB 和 0 dB 时, 能量检测方法的感知性能。由图 2 可以得出, 当 PU 发射机信号为相关信号时, 随采样次数的增加, 3 种算法的检测概率均有所提高。其中, DET 算法和 MED 算法的检测概率提高较快, 且对噪声的不确定性不敏感; 而 ED 算法的检测性能增长得较为缓慢, 并且噪声的不确定性对其检测性能影响较大。3 种算法的检测性能随信噪比 γ 变化的关

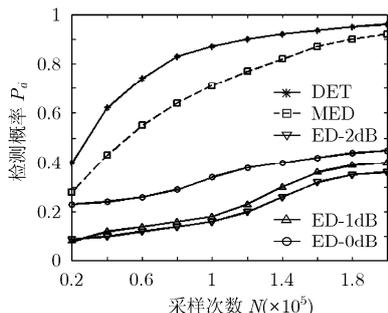


图 2 发射机信号为相关信号时检测概率随采样次数变化的性能比较

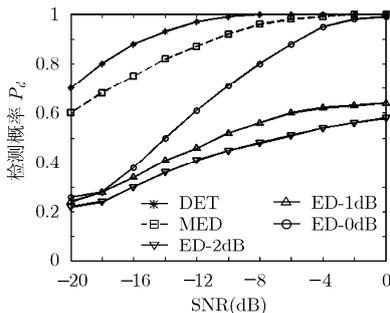


图 3 发射机信号为相关信号时检测概率随信噪比变化的性能比较

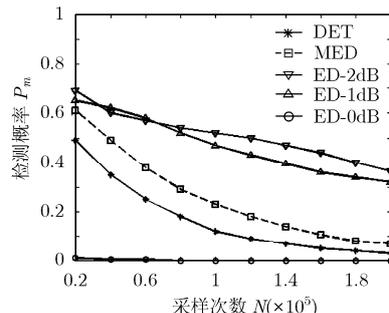


图 4 发射机信号为 iid 信号时漏检概率随采样次数变化的曲线

系曲线如图 3 所示。其中 $M = 4$ ，每一认知用户的采样次数 $N = 40000$ 。因此，由图 2，图 3 可以得出，当发射机信号为相关信号时，在 3 种算法中，DET 算法的鲁棒性最强、稳定性最好、检测性能也最优。

为了不失一般性，同时考虑到分析问题的简便。本文采用的 iid 信号为白噪声信号。当发射机信号为 iid 信号时，图 4，图 5 分别为 3 种算法的漏检概率随采样次数 N 和信噪比变化的特性曲线。在图 4 中，认知用户数 $M = 4$ ， $\gamma = -20$ dB。在图 5 中，认知用户数 $M = 4$ ，采样次数 $N = 40000$ 。由图 4，图 5 的仿真结果曲线可以看出，当噪声稳定时，ED 算法的检测性能是最优的。但在噪声不确定性存在的情况下，DET 算法是最优的。并且随着采样次数 N 和信噪比 γ 的增大，DET 算法的检测性能和 ED 算法的检测性能接近。因此，当发射机信号为 iid 信号时，DET 的感知性能在一定条件下是近似最优的。

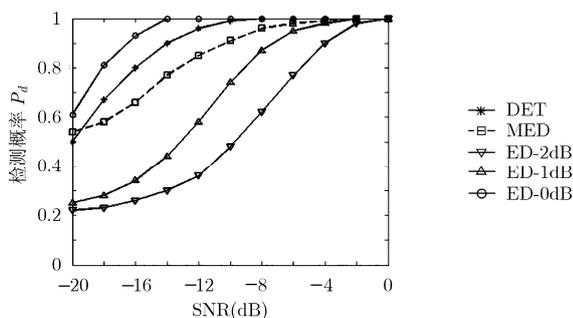


图 5 发射机信号为 iid 信号时检测概率随信噪比变化的曲线

7 结束语

近年来，随机矩阵理论(RMT)在无线通信、信号处理等领域中的应用研究受到人们的普遍关注，是一个研究热点。本文依据 RMT 的研究成果，提出了一种基于双特征值判决门限(DET)的合作频谱感知新算法。理论分析与实验仿真表明，相比传统的 ED 感知算法，本文所提出的 DET 算法在算法复杂度增加较小的情况下，具有更高的感知性能，对噪声的不确定性具有更强的鲁棒性。

参考文献

- [1] Akyildiz I F, Lee Won-Yeol, and Vuran M C, *et al.* Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey [J]. *Computer Networks*, 2006, 50(13): 2127-2159.
- [2] Zeng Yong-hong, Koh Choo Leng, and Liang Ying-chang. Maximum eigenvalue detection theory and application [C]. IEEE International Conference on Communications, Beijing, May 19-23, 2008: 4160-4164.
- [3] Unnikrishnan J and Veeravalli V V. Cooperative sensing for primary detection in cognitive radio [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2008, 2(1): 18-27.
- [4] Zhang Wei, Mallik R K, and Ben Letaief K. Cooperative spectrum sensing optimization in cognitive radio networks [J]. IEEE International Conference on Communications, Beijing, May 19-23, 2008: 3411-3415.
- [5] Ma Jun, Zhao Guo-dong, and Li Ye. Soft combination and detection for cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(11): 4502-4507.
- [6] Tulino A M and Verdú S. Random Matrix Theory and Wireless Communications [M]. Hanover, USA: Now Publisher Inc., 2004: 3-73.
- [7] Johnstone I M. On the distribution of the largest eigenvalue in principle components analysis [J]. *The Annals of statistics*, 2001, 29(2): 295-327.
- [8] Johansson K. Shape fluctuations and random matrices [J]. *Communications in Mathematical Physics*, 2000, 209(2): 437-476.
- [9] Tracy C A and Widom H. On orthogonal and symplectic matrix ensembles [J]. *Communications in Mathematical Physics*, 1996, 177(3): 727-754.
- [10] Baik J, Arous G B, and Peche S. Phase transition of the largest eigenvalue for nonnull complex sample covariance matrices [J]. *The Annals of Probability*, 2005, 33(5): 1643-1697.
- [11] Baik J and Silverstein J W. Eigenvalues of large sample covariance matrices of spiked population models [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2006, 97(6): 1382-1408.

曹开田：男，1978 年生，博士生，研究方向为无线通信与网络信号处理。

杨震：男，1961 年生，教授，博士生导师，研究方向为无线通信与网络信号处理、语音处理与现代语音通信技术、信息安全技术。