

## 基于修正 Hung-Turner 投影的快速信源数检测算法

牟建超 高梅国 江长勇  
(北京理工大学电子工程系 北京 100081)

**摘 要:** 空间信源数检测是阵列信号处理的关键问题之一,常用的信源数检测算法需要计算采样协方差矩阵的特征值,该文提出一种基于改进 Hung-Turner 投影的多目标信源数快速检测算法,该算法根据采样协方差矩阵估计误差的渐进分布特性确定一个判断门限,利用该门限实现 GS 正交化次数的自动确定,从而完成对信源数的检测。该算法无需对采样协方差矩阵的特征值分解运算,计算复杂度低,检测性能好,计算机仿真证明了算法的正确性和有效性。

**关键词:** 阵列信号处理; 信源数检测; GS 正交化算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)02-0350-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00125

## Fast Detection Algorithm for the Number of Signal Sources Based on Modified Hung-Turner Projection

Mu Jian-chao Gao Mei-guo Jiang Chang-yong

(Department of Electrical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Detection of the number of spatial signals is one of the key issues in array signal processing community. Most of the existing methods for detection of the number of signal sources require the eigenvalues of the sample covariance matrix. In this paper, a Fast Detection Method via Modified Hung-Turner Projection (FDM-MHTP) is proposed to detect the number of multiple emitters, where a threshold is derived exploiting the asymptotic distribution properties of the estimation errors of the sample covariance matrix. The threshold is utilized to detect the number of signal sources in conjunction with performing Gram-Schmidt(GS) orthogonalization. Without eigenvalue decomposition, the algorithm has good detection performance and low computation complexity. Computer simulation shows the correctness and efficiency of the algorithm.

**Key words:** Array signal processing; Detection of the number of signals; Gram-Schmidt(GS) orthogonalization algorithm

### 1 引言

阵列信号处理技术对按一定规则排列的传感器阵列接收的空间信号进行处理,以达到增强有用信号同时抑制干扰或者对信号参数进行估计的目的。大部分阵列信号处理算法均假设预先知道空间信源的个数,但是在实际应用中空间信源数往往是先验未知的,需要根据阵列接收数据估计信源数。因此信源数估计是阵列信号处理技术中的关键问题之一。空间信源数估计问题也被称为多目标检测问题,它实际是时间序列分析中信号模型的阶数的确定问题在阵列信号处理领域的推广。已经有很多学者针对信源数估计问题提出了多种较为有效的方法,它们主要是基于信息论准则或基于统计准则得到的结果。常用的基于信息论准则的算法,比如 Akaike 信息论准则(AIC)和最短描述长度准则(MDL)以及对

它们的各种改进算法,都是使假设的信号模型和观测数据之间的 Kullback-Liebler 距离最短来确定信源数的<sup>[1-7]</sup>。比较成功的基于统计准则的信源数估计方法是球形检测(ST)算法。球形检测算法将信源数估计问题建模为序列检测问题,不过检测门限的选取并没有得到很好的解决<sup>[8,9]</sup>。也有学者利用状态空间近似理论(实际上就是利用我们所熟悉的滑动不变性)来估计带阻尼系统下的信源数<sup>[10]</sup>。为了减少运算量,有学者提出利用盖氏圆盘定理估计各个特征值的位置进而估计信源个数<sup>[11]</sup>。虽然盖氏圆盘算法(GDE)检测性能相对较差,不过其运算量比 AIC 等算法要小。上述不论是基于信息论准则还是统计准则的信源数估计算法均需要对采样协方差矩阵进行特征值分解或奇异值分解,计算复杂度高,难以实时处理。

信源数检测问题和子空间类阵列信号处理算法密切相关,为了实现快速信号子空间重构, Hung 和 Turner 提出直接对接收信号矢量做正交化来重

2009-01-21 收到, 2009-07-29 改回

国家部委基金(51483010205BQ0105)资助课题

通信作者: 牟建超 mujckie@gmail.com

构信号子空间, 信源数的估计则在正交化过程中由一确定的门限决定, 这种算法通常称为 HTP 算法<sup>[12]</sup>。肖丹在 Hung 等的研究基础上提出一种直接根据采样数据快拍估计信源数的方法, 这种方法利用了少量的数据快拍, 检测性能受噪声扰动影响较大<sup>[13]</sup>。为了提高检测性能, 本文提出一种基于改进 Hung-Turner 投影的多目标信源数快速检测算法, 该算法根据阵列采样协方差矩阵估计误差的渐进分布特性确定一个判断门限, 利用该门限实现 Gram-Schmidt(GS)正交化次数的自动确定, 从而完成对信源数的检测。该算法无需对采样协方差矩阵的特征值分解运算, 计算复杂度低, 检测性能好, 计算机仿真证明了算法的正确性和有效性。

## 2 研究背景

考虑由  $M$  个各向同性的阵元组成的阵列,  $N$  个远场窄带平面波  $s_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  从不同的角度入射到阵列, 则在  $t$  时刻阵列接收信号矢量为

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$  为空间信号复包络矢量,  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$  为加性噪声矢量。假设噪声为互相独立的零均值复循环高斯分布空时白噪声, 它们的方差为  $\sigma_w^2$ , 空间信号与噪声以及空间信号之间互不相关。注意这里的空间信号既可能是有用信号也可能是干扰信号。矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\mathbf{k}_1, \mathbf{p}), \mathbf{a}(\mathbf{k}_2, \mathbf{p}), \dots, \mathbf{a}(\mathbf{k}_N, \mathbf{p})]$  为阵列响应矩阵,  $\mathbf{a}(\mathbf{k}_i, \mathbf{p})$  表示第  $i$  个信号对应的导向矢量, 其中  $\mathbf{k}_i (i = 1, 2, \dots, N)$  为波数矢量,  $\mathbf{p}$  为阵元位置矢量。特别地, 对于阵元间距为  $d$  的均匀线阵(ULA)有

$$\mathbf{a}(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} e^{-j\left(\frac{M-1}{2}\right)kd\mu_i} & e^{-j\left(\frac{M-3}{2}\right)kd\mu_i} & \dots & e^{j\left(\frac{M-3}{2}\right)kd\mu_i} \\ e^{j\left(\frac{M-1}{2}\right)kd\mu_i} & & & \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\mu_i = \sin \varphi_i$ ,  $\varphi_i$  为第  $i$  个信号的入射方向。假设阵列接收信号是二阶平稳和各态历经的高斯随机过程, 其协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_w^2\mathbf{I}_M \quad (3)$$

式中  $\mathbf{R}_s$  为空间信号的协方差矩阵,  $\mathbf{I}_M$  表示  $M \times M$  单位矩阵, 符号  $(\cdot)^T$  表示矩阵转置, 符号  $(\cdot)^H$  表示矩阵复共轭转置。  $\mathbf{R}_x$  一般为正定的 Hermitian 矩阵, 对其做特征值分解有

$$\mathbf{R}_x = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^H \quad (4)$$

式中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N > \lambda_{N+1} = \dots = \lambda_M = \sigma_w^2$  为  $\mathbf{R}_x$  的特征值,  $\mathbf{q}_i$  为与  $\lambda_i$  对应的特征矢量。令  $\mathbf{U}_s = [\mathbf{q}_1,$

$\dots, \mathbf{q}_N]$ ,  $\mathbf{U}_n = [\mathbf{q}_{N+1}, \dots, \mathbf{q}_M]$ , 则  $\mathbf{U}_s$  的列矢量张成信号子空间,  $\mathbf{U}_n$  的列矢量张成噪声子空间, 并且有  $\text{span}\{\mathbf{U}_s\} = \text{span}\{\mathbf{A}\}$ 。

由  $L$  个快拍组成的接收信号采样矩阵为  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_L)] = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$ , 式中,  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(t_1), \mathbf{s}(t_2), \dots, \mathbf{s}(t_L)]$  为空间信号采样矩阵,  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_L)]$  为噪声采样矩阵, 则阵列接收信号协方差矩阵的极大似然估计为

$$\widehat{\mathbf{R}}_x = (1/L)\mathbf{X}\mathbf{X}^H = (1/L)\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^H\mathbf{A}^H + \hat{\sigma}_w^2\mathbf{I}_M \quad (5)$$

$\widehat{\mathbf{R}}_x$  一般称为采样协方差矩阵。为了避免特征值分解, Hung 和 Turner 提出利用  $N$  个接收信号快拍来重构信号子空间<sup>[12]</sup>, 该方法受噪声随机扰动影响较大, 鲁棒性较差。为了降低噪声扰动对信号子空间的影响, 应该有效利用较多的样本。令

$$\mathbf{Z} = \widehat{\mathbf{R}}_x - \hat{\sigma}_w^2\mathbf{I}_M = (1/L)\mathbf{X}\mathbf{X}^H - \hat{\sigma}_w^2\mathbf{I}_M \quad (6)$$

可以证明, 矩阵  $\mathbf{Z}$  的任意  $N$  个相邻列矢量是信号子空间的一组基, 因此可对矩阵  $\mathbf{Z}$  的任意  $N$  个相邻列矢量做 Gram-Schmidt 正交化来得到信号子空间。

设方阵  $\mathbf{A}_N^H$  是由矩阵  $\mathbf{A}^H$  的任意相邻的  $N$  列矢量组成的, 令矩阵  $\mathbf{Z}_N = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{S}^H\mathbf{A}_N^H/L$ , 则  $\mathbf{Z}_N$  是由  $\mathbf{Z}$  中与  $\mathbf{A}_N^H$  相对应位置的  $N$  个相邻列矢量组成, 下面证明  $\mathbf{Z}_N$  的列矢量是信号子空间的一组基。考察矩阵  $\mathbf{A}_N^H$ , 它实际上是由一个  $N$  元子阵对应  $N$  个不同方向的导向矢量组成的, 一般而言,  $\mathbf{A}_N^H$  的行矢量线性无关(稀布阵是一个例外), 即方阵  $\mathbf{A}_N^H$  非奇异。因此有

$$\text{span}\{\mathbf{Z}_N\} = \text{span}\{\mathbf{A}\} \quad (7)$$

因此  $\mathbf{Z}$  的  $N$  个相邻列矢量是信号子空间的一组基, 即对矩阵  $\mathbf{Z}_N$  做 Gram-Schmidt 正交化能够重构信号子空间, 本文称这种方法为修正 Hung-Turner 投影(MHTP)算法。这里之所以强调矩阵  $\mathbf{Z}$  的“相邻”列矢量是为了保证方阵  $\mathbf{A}_N^H$  的非奇异性。因为如果取  $\mathbf{Z}$  的任意列矢量, 则矩阵  $\mathbf{A}_N^H$  对应的子阵是从  $M$  元阵列中任意取出的  $N$  个阵元组成的, 这个子阵可能存在模糊性, 即不能保证对任意的  $N$  个方向入射信号方阵  $\mathbf{A}_N^H$  总是非奇异的。而如果选取的是相邻的阵元组成的子阵, 对多数阵列结构是可以保证方阵  $\mathbf{A}_N^H$  的非奇异性的。

## 3 信源数检测算法

注意到当对  $\mathbf{Z}$  的  $N$  个相邻列矢量做 GS 正交化后, 已经完全重构出了信号子空间, 若再对  $\mathbf{Z}$  的第  $N+1$  个列矢量做正交化, 则得到的矢量的模值应接近于零。因此, 可在做 GS 正交化过程中设定一个门限  $\Delta$ , 当正交化后矢量的模值小于  $\Delta$  时停止正交化计算, 由此可以估计出信源数。基于这种思想文

献[12]采用一个数据无关的确定门限来检测信源数,而文献[13]采用了一个自适应门限来确定正交化次数。本文利用采样协方差矩阵渐进统计性质来推导一个门限,由该门限来确定对 $\mathbf{Z}$ 做正交化的次数,从而完成对信源数的检测<sup>[14-16]</sup>。

**引理 1**<sup>[15]</sup> 设 $x_i, x_j, x_l, x_m$ 为零均值复循环高斯随机变量,则有

$$E\{x_i x_j^* x_l x_m^*\} = \sigma_{ij} \sigma_{lm}^* + \sigma_{il} \sigma_{jm}^* \quad (8)$$

式中 $\sigma_{ij} = E\{x_i x_j^*\}$ ,符号 $(\cdot)^*$ 表示复共轭。

**引理 2**<sup>[16]</sup> 设 $\mathbf{x}(k), k = 1, 2, \dots, L$ 为零均值独立同分布 $M$ 维复循环高斯随机矢量, $\mathbf{x}(k) \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{R}_x)$ ,则有 $\mathbf{B} = \sqrt{L}(\widehat{\mathbf{R}}_x - \mathbf{R}_x)$ 渐进服从正态分布,且有

$$E\{b_{ij}\} = 0, \quad E\{b_{ij} b_{lm}^*\} = \sigma_{il} \sigma_{jm}^* \quad (9)$$

式中 $\widehat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)$ 为 $\mathbf{R}_x$ 的最大似然估计,

$\sigma_{il}$ 为 $\mathbf{R}_x$ 的第 $(i, j)$ 项, $b_{ij}$ 为 $\mathbf{B}$ 的第 $(i, j)$ 项,由 $\mathbf{R}_x$ 的共轭对称性知 $\sigma_{il} = \sigma_{li}^*$ 。

令 $\mathbf{Z} = \widehat{\mathbf{R}}_x - \hat{\sigma}_w^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}_x - \sigma_w^2 \mathbf{I} + \mathbf{B} / \sqrt{L} = \overline{\mathbf{R}}_x + \overline{\mathbf{B}}$ ,式中 $\overline{\mathbf{R}}_x = \mathbf{R}_x - \sigma_w^2 \mathbf{I}$ 的元素为确定性变量,其列矢量张成信号子空间, $\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{B} / \sqrt{L}$ 为扰动矩阵,而由引理2可知 $\overline{\mathbf{B}}$ 的元素为渐进正态分布的随机变量,且有 $E\{\bar{b}_{ij}\} = 0, E\{\bar{b}_{ij} \bar{b}_{lm}^*\} = \sigma_{il} \sigma_{jm}^* / L$ 。令 $l = i, j = m = n$ ,则有 $E\{\bar{b}_{in} \bar{b}_{in}^*\} = \sigma_{ii} \sigma_{nn}^* / L$ ,那么

$$\begin{aligned} E\{\|\bar{\mathbf{b}}_n\|^2\} &= E\left\{\sum_{i=1}^M \bar{b}_{in} \bar{b}_{in}^*\right\} = \sum_{i=1}^M \sigma_{ii} \sigma_{nn}^* / L \\ &= \sigma_{nn} \text{tr}(\mathbf{R}_x) / L \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $\bar{\mathbf{b}}_n$ 为 $\overline{\mathbf{B}}$ 的第 $n$ 列,推导中利用了 $\mathbf{R}_x = \mathbf{R}_x^H, \sigma_{nn}^* = \sigma_{nn}$ 。符号 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。对于均匀线阵, $\mathbf{R}_x$ 为Toeplitz矩阵,因此有 $\sigma_{ii} = \sigma_{11} = \text{tr}(\mathbf{R}_x) / M, i = 1, 2, \dots, M$ ,则 $E\{\|\bar{\mathbf{b}}_n\|^2\} = (\text{tr}(\mathbf{R}_x))^2 / (LM)$ 。下面根据 $\overline{\mathbf{B}}$ 的渐进性质推导确定GS正交化次数的门限。

记任意矩阵 $\mathbf{M}$ 的第 $k$ 列为 $\mathbf{m}_k$ 。令 $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{R}}_x + \overline{\mathbf{B}}$ ,则GS正交化算法的第1次正交化过程为

$$\mathbf{u}'_1 = \mathbf{z}_1 = \bar{\mathbf{r}}_1 + \bar{\mathbf{b}}_1,$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}'_1 / \|\mathbf{u}'_1\| = \bar{\mathbf{r}}_1 / \|\bar{\mathbf{r}}_1\| + \bar{\mathbf{b}}_1 / \|\mathbf{u}'_1\| = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \mathbf{n}_1 \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ 近似为理想情况下 $\bar{\mathbf{r}}_1$ 对应的单位正交向量。第2次正交化过程为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_2 &= \mathbf{z}_2 - \langle \mathbf{z}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{u}_1 = \bar{\mathbf{r}}_2 - \langle \bar{\mathbf{r}}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{u}_1 + \bar{\mathbf{b}}_2 - \langle \bar{\mathbf{b}}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{u}_1 \\ &= (\bar{\mathbf{r}}_2 - \langle \bar{\mathbf{r}}_2, \boldsymbol{\varepsilon}_1 \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1) - (\langle \bar{\mathbf{r}}_2, \mathbf{n}_1 \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ &\quad + \langle \bar{\mathbf{r}}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{n}_1) + (\bar{\mathbf{b}}_2 - \langle \bar{\mathbf{b}}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{u}_1) \\ &= \bar{\mathbf{r}}'_2 - \mathbf{q}'_2 + \mathbf{n}'_2 \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{q}'_2 = \langle \bar{\mathbf{r}}_2, \mathbf{n}_1 \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \langle \bar{\mathbf{r}}_2, \mathbf{u}_1 \rangle \mathbf{n}_1$ 是一个高阶小量,可以略去。因此可得 $\mathbf{u}'_2 \approx \bar{\mathbf{r}}'_2 + \mathbf{n}'_2$ ,经过归一化后,

$$\mathbf{u}_2 = [\bar{\mathbf{r}}'_2 + \mathbf{n}'_2] / \|\mathbf{u}'_2\| = \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \mathbf{n}_2 \quad (13)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ 近似为理想情况下 $\bar{\mathbf{r}}_2$ 对应的单位正交向量。

类似地,第 $k$ 次正交化过程为

$$\mathbf{u}'_k = \bar{\mathbf{r}}'_k - \mathbf{q}'_k + \mathbf{n}'_k \quad (14)$$

式中

$$\bar{\mathbf{r}}'_k = \bar{\mathbf{r}}_k - \sum_{i=1}^{k-1} \langle \bar{\mathbf{r}}_k, \boldsymbol{\varepsilon}_i \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (15)$$

$$\mathbf{q}'_k = \sum_{i=1}^{k-1} \langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{n}_i \rangle \boldsymbol{\varepsilon}_i + \sum_{i=1}^{k-1} \langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle \mathbf{n}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{n}'_k = \bar{\mathbf{b}}_k - \sum_{i=1}^{k-1} \langle \bar{\mathbf{b}}_k, \mathbf{u}_i \rangle \mathbf{u}_i \quad (17)$$

略去高阶小量 $\mathbf{q}'_k$ ,经归一化后有

$$\mathbf{u}_k \approx [\bar{\mathbf{r}}'_k + \mathbf{n}'_k] / \|\mathbf{u}'_k\| = \boldsymbol{\varepsilon}_k + \mathbf{n}_k \quad (18)$$

假设信源个数为 $N$ ,那么在 $k = N + 1$ 次正交化时,正交基 $\bar{\mathbf{r}}'_k$ 应趋于零向量,即

$$\mathbf{u}'_k = -\mathbf{q}'_k + \mathbf{n}'_k \quad (19)$$

因此有

$$E\{\|\mathbf{u}'_k\|^2\} \leq E\{\|\mathbf{q}'_k\|^2\} + E\{\|\mathbf{n}'_k\|^2\} \quad (20)$$

又由式(10)和式(17)式知

$$E\{\|\mathbf{n}'_k\|^2\} \leq E\{\|\bar{\mathbf{b}}_k\|^2\} = \sigma_{kk} \text{tr}(\mathbf{R}_x) / L \quad (21)$$

因此有

$$\begin{aligned} E\{\|\mathbf{q}'_k\|^2\} &\leq E\left\{\sum_{i=1}^{k-1} (\|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{n}_i \rangle\|^2 \|\boldsymbol{\varepsilon}_i\|^2 + \|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2 \|\mathbf{n}_i\|^2)\right\} \\ &= E\left\{\sum_{i=1}^{k-1} (\|\bar{\mathbf{r}}_k\|^2 + \|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2 / \|\mathbf{u}_i\|^2 \cdot \|\mathbf{n}_i\|^2)\right\} \\ &\leq E\left\{\sum_{i=1}^{k-1} (\|\bar{\mathbf{r}}_k\|^2 + \|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2) / \|\mathbf{u}_i\|^2 \cdot \|\mathbf{n}_i\|^2\right\} \\ &\leq \sum_{i=1}^{k-1} \beta_{ki}^2 \sigma_{ii} \text{tr}(\mathbf{R}_x) / L \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\beta_{ki}^2 = E\left\{(\|\bar{\mathbf{r}}_k\|^2 + \|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2) / \|\mathbf{u}_i\|^2\right\} \quad (23)$$

用当前计算值替代期望值,设

$$\begin{aligned} \gamma_{ki}^2 &= (\|\bar{\mathbf{r}}_k\|^2 + \|\langle \bar{\mathbf{r}}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2) / \|\mathbf{u}_i\|^2 \\ &\approx (\|\mathbf{z}_k\|^2 + \|\langle \mathbf{z}_k, \mathbf{u}_i \rangle\|^2) / \|\mathbf{u}_i\|^2 \end{aligned} \quad (24)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, k-1$ ,令 $\gamma_{kk}^2 = 1$ ,将式(21)和式(22)代入式(20),可得到

$$E\{\|\mathbf{u}'_k\|^2\} < \text{tr}(\mathbf{R}_x) \sum_{i=1}^k \sigma_{ii} \gamma_{ki}^2 / L \quad (25)$$

实际上  $\mathbf{R}_x$  是由阵列接收信号估计出来的, 因此可取门限为

$$\Delta_k = \sqrt{\alpha \text{tr}(\hat{\mathbf{R}}_x) \sum_{i=1}^k \hat{\sigma}_{ii} \gamma_{ki}^2 / L} \quad (26)$$

对于均匀线阵可取门限为  $\Delta_k = \text{tr}(\hat{\mathbf{R}}_x) \sqrt{\alpha \sum_{i=1}^k \gamma_{ki}^2 / (LM)}$ 。

以上推导是基于大样本数据的假设, 在小样本数的情况下会低估信源个数, 因此引入了修正因子  $\alpha$ ,  $\alpha$  应满足  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\lim_{L \rightarrow \infty} \alpha = 1$ , 本文中  $\alpha$  取经验

值  $\alpha = 1 - 4 / \ln(L)$ 。

### 4 计算机仿真结果

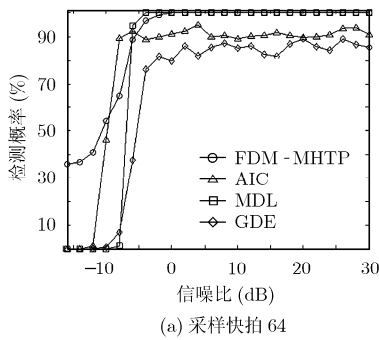
蒙特-卡洛仿真采用 16 元各向同性均匀线阵模型, 6 个功率相同的信号分别由不同的角度  $[12^\circ \ 40^\circ \ 60^\circ \ -55^\circ \ -35^\circ \ -18^\circ]$  入射到阵列。如果实际信源数为  $N$ , 估计的信源数为  $\hat{N}$ , 定义检测概率为  $P_D = \text{Pr}(\hat{N} = N)$ , 漏检概率  $P_M = \text{Pr}(\hat{N} < N)$ , 虚警概率  $P_F = \text{Pr}(\hat{N} > N)$ , 这里符号  $\text{Pr}(\cdot)$  表示事件的概率。定义信噪比 SNR 为单个信号单次快拍的功率与噪声功率之比值。分别采用 FDM-MHTP 算法、AIC 准则和 MDL 准则以及 GDE 算法确定信源个数,

采样快拍分别为 64 和 256, 500 次独立实验结果如图 1-图 3 所示。

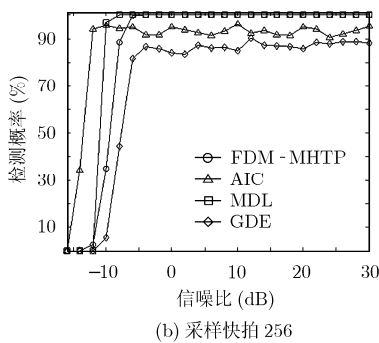
由仿真结果可见 AIC 算法的 SNR 门限最低, 但随着 SNR 的提高它始终存在着虚警现象。MDL 算法 SNR 门限虽然较 AIC 高, 但随着 SNR 的提高它的检测概率趋近于 1。GDE 算法 SNR 门限较高, 而且其漏检概率较大。FDM-MHTP 算法的 SNR 门限比 MDL 算法稍高, 但是比 GDE 算法的 SNR 门限低。随着 SNR 的提高 FDM-MHTP 算法的检测概率趋近于 1, 说明在中等 SNR 水平时其检测性能良好。

### 5 结论

本文提出的检测空间信源数的快速方法, 利用一个判断门限来实现对采样协方差矩阵做 GS 正交化次数的自动确定, 从而完成对信源数的检测。该门限的推导基于采样协方差矩阵的渐进分布特性, 因此具有很好的大样本特性, 对于小样本情况采用修正因子修正门限, 亦能获得较好的检测性能。本文提出的检测算法无需对采样协方差矩阵做特征值分解, 计算复杂度低, 适合于实时处理。通过计算机仿真并与经典的信源数估计方法进行比较, 证明了本文方法的正确性和有效性。

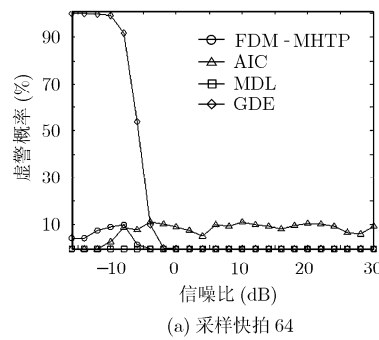


(a) 采样快拍 64

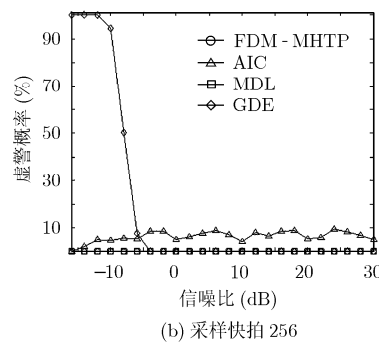


(b) 采样快拍 256

图 1 FDM-MHTP, AIC, MDL 和 GDE 算法的检测概率

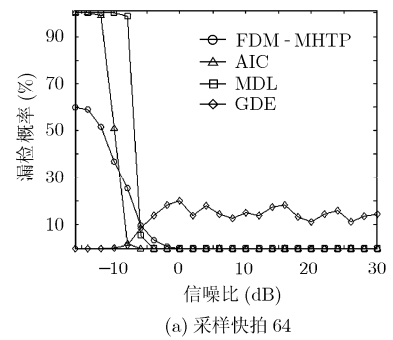


(a) 采样快拍 64

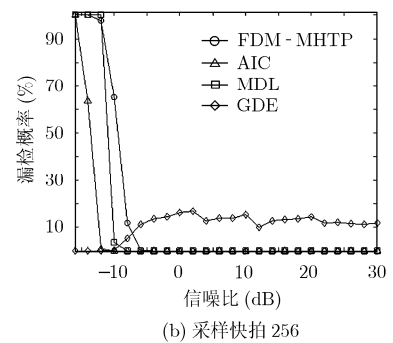


(b) 采样快拍 256

图 2 FDM-MHTP, AIC, MDL 和 GDE 算法的虚警概率



(a) 采样快拍 64



(b) 采样快拍 256

图 3 FDM-MHTP, AIC, MDL 和 GDE 算法的漏检概率

## 参 考 文 献

- [1] Wax M and Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(2): 387-392.
- [2] Shan A A and Tufts D W. Determination of the dimension of a signal subspace from short data records. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(9): 2531-2535.
- [3] Ahmad Khodayari-Rostamabad and Valaee S. Information theoretic enumeration and tracking of multiple sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2007, 55(6): 2765-2773.
- [4] Huang Lei, Wu Shun-jun, and Li Xia. Reduced-rank MDL method for source enumeration in high-resolution array processing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(12): 5658-5667.
- [5] Chung Pei-jung, Bohme J F, and Meckelenbrauker C F, *et al.* Detection of the number of signals using the benjamini-hochberg procedure. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(6): 2497-2508.
- [6] 谢纪岭, 司锡才. 基于协方差矩阵对角加载的信源数估计方法. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(1): 46-49.  
Xie Ji-ling and Si Xi-cai. Determining the number of sources based on diagonal loading to the covariance matrix. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(1): 46-49.
- [7] 叶中付, 向利, 徐旭. 基于信息论准则的信源个数估计算法改进. *电波科学学报*, 2007, 22(4): 593-598.  
Ye Zhong-fu, Xiang Li, and Xu Xu. Improvement of source number estimation based on information theoretic criteria. *Chinese Journal of Radio Science*, 2007, 22(4): 593-598.
- [8] Simkins D N. Multichannel angle-of-arrival estimation. [Ph.D. dissertation], Stanford University, Stanford, California, 1980.
- [9] Abramovich Y I, Spencer N K, and Gorokhov A Y. GLRT-based threshold detection-estimation performance improvement and application to uniform circular antenna arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(1): 20-31.
- [10] 王剑, 吴嗣亮, 侯淑娟. 超分辨条件下雷达目标散射点数的估计方法. *电子学报*, 2008, 36(6): 1058-1062.  
Wang Jian, Wu Si-liang, and Hou Shu-juan. Detecting the scatterer number of radar target for SSM super resolution. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(6): 1058-1062.
- [11] Wu Hsien-Tsai, Yang Jar-Ferr, and Chen Fwu-Kuen. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1325-1333.
- [12] Hung E K L and Turner R M. A fast beamforming algorithm for large arrays. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1983, 19(4): 598-607.
- [13] 肖丹, 顾德仁. GS 正交算法中正交化次数的自动确定. *电子科学学刊*, 1995, 17(1): 79-85.  
Xiao Dan and Gu De-ren. An automatic detection approach for GS orthogonalization. *Journal of Electronics*, 1995, 17(1): 79-85.
- [14] Anderson T W. Asymptotic theory for principal component analysis. *Annals of Mathematics and Statistics*, 1963, 34: 122-148.
- [15] Kay S M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993, Chapter 15.
- [16] Gupta R. Asymptotic theory for principal component analysis in the complex case. *Journal of the Indian Statistical Association*, 1965, 3(283): 97-106.
- 牟建超: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理.
- 高梅国: 男, 1964 年生, 教授, 主要研究方向为信号与图像处理、信息安全与对抗理论和技术、目标探测与识别理论和技术.
- 江长勇: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、电子对抗技术.