

基于约束判决的二次门限检测

崔巍 朱新国 吴嗣亮

(北京理工大学雷达技术研究所 北京 100081)

摘要: 该文针对微弱回波信号的检测,在二次门限检测过程中引入约束判决。就约束判决对总虚警概率的改善作用及对总检测概率的影响进行了定量分析,建立了基于约束判决的二次门限检测总虚警概率和总检测概率的数学模型,并对模型的有效性进行了仿真验证。仿真结果表明,将约束判决引入二次门限检测可以保证在总检测概率和总虚警概率满足预定指标的条件下降低对信噪比的要求。

关键词: 微弱信号检测; 二次门限检测; 约束判决; 虚警概率; 性能分析

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)09-2074-05

Study on Double Threshold Detection Based on Constraint Judgment

Cui Wei Zhu Xin-guo Wu Si-liang

(Radar Research Laboratory, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Double threshold detection based on constraint judgment is proposed for weak signal detection. The improvement effect on Probability of False Alarm (PFA) and influence on Probability of Detection (PD) are quantitatively analyzed with constraint judgment. The mathematical models of total PFA and PD of double threshold detection based on constraint judgment are built, and the validity of the mathematical models is verified by simulation tests. The simulation results show that the signal-to-noise ratio under scheduled PFA and PD can be decreased by introducing constraint judgment to double threshold detection.

Key words: Weak signal detection; Double threshold detection; Constraint judgment; Probability of False Alarm (PFA); Performance analysis

1 引言

在雷达信号检测应用中,为了提高对微弱信号的检测概率,可以在雷达单次检测的基础上进行二次门限检测^[1]。文献[2]对二次门限检测的总检测概率与单次检测概率、总虚警概率与单次虚警概率之间的关系进行了专门论述。实际应用中,为了进一步降低虚警概率,可以在二次门限检测过程中进行约束判决。例如:当连续两次检测的信噪比均超过门限,此时可以对这两次检测得到的距离波门实施约束判决,即仅当两次检测得到的距离波门之差不超过一定的门限时才认为检测到目标。由于目标的位置不会发生突变^[3],因此在存在目标的情况下,前后两次检测得到的距离波门之差应不超过一定的门限;而在不存在目标的情况下,由于产生虚警的距离波门是随机的,因此前后两次检测得到的距离波门之差不超过一定门限的概率很小。因此,在二次门限检测过程中增加约束判决可以大大降低系统的总虚警概率。另一方面,约束判决会引起二次门限检测总检测概率的损失。例如:在存在目标的情况

下,前后两次检测的信噪比均超过门限,但其中有一次在错误的波门位置上发生了虚警。在这种情况下,引入约束判决会造成系统无法截获目标。目前尚无文献就约束判决对总虚警概率的改善作用及对总检测概率的损失作用进行定量分析。

本文首先给出了高斯噪声背景下二次门限检测总检测概率与单次检测概率、总虚警概率与单次虚警概率之间的定量关系,然后定量分析了约束判决对二次门限检测总虚警概率的改善作用和对总检测概率的损失作用,建立了约束判决条件下二次门限检测总虚警概率和总检测概率的数学模型,并对模型的有效性进行了仿真验证。

2 无约束下的二次门限检测

2.1 单次检测概率及虚警概率分析

假设接收机采用平方率检波器^[4],则检测器输入的检测判决量为 $z = I^2 + Q^2$ 。若同相支路 I 和正交支路 Q 为近似服从高斯分布的随机变量,则在 H_0 假设(纯噪声)下,检测判决量 z 服从指数分布^[5],其概率密度函数为

$$f(z | H_0) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{z}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

式中 σ^2 为噪声方差。

在 H_1 假设(信号+噪声)下, 检测判决量 z 服从自由度为 2 的非中心 χ^2 分布, 其概率密度函数为

$$f(z | H_1) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{z + A^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{A\sqrt{z}}{\sigma^2}\right) \quad (2)$$

式中 A 为信号幅度, $I_0(\cdot)$ 为零阶修正的贝塞尔(Bessel)函数^[6]。

设检测门限为 V_T , 则单次检测的虚警概率 P_{fa} 和检测概率 P_d 分别为

$$\left. \begin{aligned} P_{fa} &= \int_{V_T}^{+\infty} f(z | H_0) dz \\ P_d &= \int_{V_T}^{+\infty} f(z | H_1) dz \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

将式(1)代入式(3), 可得 $P_{fa} = \exp[-V_T/(2\sigma^2)]$ 。采用恒虚警检测方法^[7], 则 P_{fa} 为恒定值, 因此可解得 $V_T = -2\sigma^2 \ln(P_{fa})$ 。可见, 在恒虚警检测条件下, 门限 V_T 的取值将仅由噪声方差决定。

2.2 无约束下的二次门限检测

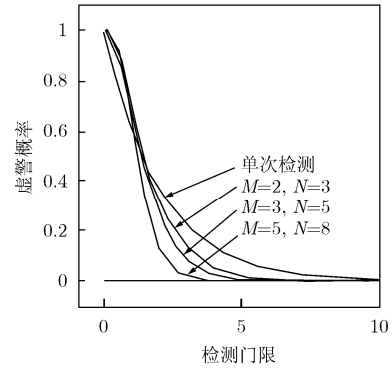
为了提高对弱信号的检测概率, 可以在单次检测的基础上进行二次门限检测, 即 M/N 检测^{[8][9]}, 其规则为: 对检测器输出进行 N 次判决, 若检测器输出至少有 M 次大于阈值, 则判决信号存在; 否则, 判决只存在噪声。最佳 M 近似为 $1.5\sqrt{N}$ ^[9]。二次门限检测总检测概率和总虚警概率分别为

$$\left. \begin{aligned} P_D &= \sum_{n=M}^N C_N^n P_d^n (1 - P_d)^{N-n} \\ P_{FA} &= \sum_{n=M}^N C_N^n P_{fa}^n (1 - P_{fa})^{N-n} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

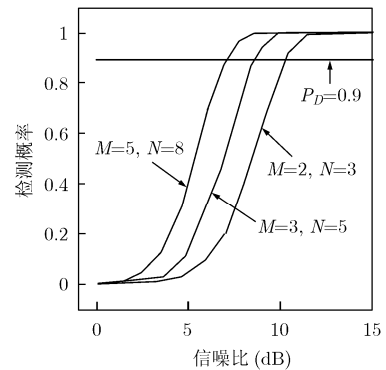
令 $\sigma = 1$, 图 1(a)给出了 3 种 M, N 组合条件下总虚警概率与门限的关系曲线; 令 $P_{FA} = 10^{-6}$, 图 1(b)给出了上述 3 种 M, N 组合下的总检测概率与信噪比的关系曲线。由图 1(a)可见, 在适当门限的条件下, 总虚警概率较单次虚警概率有明显改善, 且基数 N 越大, 改善作用越明显。为保证总虚警概率 $P_{FA} = 10^{-6}$ 的要求, 2/3, 3/5, 5/8 检测对应的单次检测门限 V_T 分别为 14.91, 10.74 和 7.11。由图 1(b)可见, 在相同的信噪比条件下, 5/8 检测的总检测概率最高, 2/3 检测的总检测概率最低。由图 1 可见, 为保证总虚警概率小于 10^{-6} 和总检测概率大于 0.9 的要求, 采用 2/3, 3/5, 5/8 检测所需的单次检测信噪比应分别大于 10.27 dB, 8.65 dB 和 7.11 dB。

3 约束判决的性能分析

约束判决是指在以信噪比为依据判断目标有无的基础上通过施加诸如目标距离域、频率域和角度域的约束条件以降低二次门限检测总虚警概率的目



(a) 总虚警概率与门限



(b) 总检测概率与信噪比

图 1 二次门限检测总虚警概率和总检测概率

标检测方法。在跟踪测量雷达应用中, 约束判决条件可以在距离波门域、多普勒频率域和角度域内选择, 从而形成 3 种 1 维约束判决、3 种 2 维约束判决和 1 种 3 维约束判决, 如表 1 所示。

表 1 约束判决类型

维数	约束判决类型
1 维	距离 1 维约束判决
	频率 1 维约束判决
	角度 1 维约束判决
2 维	距离-频率 2 维约束判决
	距离-角度 2 维约束判决 频率-角度 2 维约束判决
3 维	距离-频率-角度 3 维约束判决

3.1 约束判决对总虚警概率的改善作用

为了定量分析引入约束判决之后二次门限检测的总虚警概率, 首先需要建立约束判决对虚警概率改善作用的数学模型。为此, 令两个整数集合 ϕ_1 和 ϕ_2 , 且 $\phi_1 = \phi_2 = \{1, 2, \dots, L\}$ 。从 ϕ_1 中取一个元素 i , 从 ϕ_2 中取一个元素 j , 在无任何约束的条件下, 其取法共有 L^2 种。在满足 $|i - j| \leq l$ 的条件下, 当 $1 \leq i \leq l$ 时, j 的取法种数为

$$N_1 = \sum_{i=1}^l (l+i) \quad (5)$$

当 $l+1 \leq i \leq L-l$ 时, j 的取法种数为

$$N_2 = (L-2l)(2l+1) \quad (6)$$

当 $L-l+1 \leq i \leq L$ 时, j 的取法种数为

$$N_3 = \sum_{i=L-l+1}^L (L+l-i+1) \quad (7)$$

因此, 从 ϕ_1 和 ϕ_2 中各取一个元素且所取两个元素的差值小于或等于 l 的概率为

$$P = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{L^2} \quad (8)$$

将式(5)、式(6)及式(7)代入式(8), 并进行整理, 可得

$$P = \frac{(1+2l)L-l^2-l}{L^2} \quad (9)$$

考虑最简单的 2/2 检测的情况, 采用距离 1 维约束判决, 并假设共有 L 个距离波门, 约束判决过程中要求距离波门之差不超过 l , 则当连续两次发生虚警时, 其对应的距离波门之差不超过 l 的概率由式(9)给出, 即 $P = [(1+2l)L-l^2-l]/L^2$ 。假设无约束下的 2/2 检测在连续两次发生虚警的情况下总虚警概率为 $P_{2/2}$, 则采用距离 1 维约束判决之后 2/2 检测的总虚警概率为

$$P'_{2/2} = P_{2/2} \cdot P = P_{fa}^2 \cdot P \quad (10)$$

考虑对式(10)的结论进行仿真实验验证。令 $L=10$, $l=1$, 则 $P=0.28$, 实验中假设检波后各距离波门信号幅度服从式(1)的指数分布, 且令 $\sigma=1$, 实验次数取 10^6 。图 2 分别给出了距离 1 维约束判决下 2/2 检测总虚警概率的理论值及实验值与检测门限之间的关系曲线。为了便于比较分析, 图 2 还同时给出了单次检测虚警概率的理论值和无约束的 2/2 检测总虚警概率的理论值。

由图 2 可见, 距离 1 维约束判决下 2/2 检测总虚警概率相对无约束的 2/2 检测有明显改善; 距离 1 维约束判决下 2/2 检测总虚警概率的实验结果与理论结果一致。

对于距离-频率-角度 3 维约束判决的情况, 令发生虚警的距离波门、多普勒频道、角度单元分别为 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 \in \phi_1, x_2 \in \phi_2, x_3 \in \phi_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3$ 分别为距离波门、多普勒频道和角度单元的取值集合。假设 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 的元素总数分别为 L_1, L_2, L_3 , 且约束判决过程中距离域、频率域和角度域的误差容限分别为 l_1, l_2, l_3 , 则当连续两次发生虚警时, 距离域、频率域和角度域的约束条件被满足的概率分别为

$$P_i = \frac{[(1+2l_i)L_i - l_i^2 - l_i]}{L_i^2} \quad (11)$$

式中 $i=1, 2, 3$ 。

由于 x_1, x_2, x_3 可以看成是相互独立的随机变量, 因此距离域、频率域和角度域的约束条件同时被满足的概率为 $P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$ 。采用距离-频率-角度 3 维约束判决之后 2/2 检测的总虚警概率为

$$P'_{2/2} = P_{fa}^2 \cdot (P_1 \cdot P_2 \cdot P_3) \quad (12)$$

3.2 错检对单次检测概率的影响

考虑在单目标的条件下进行二次门限检测, 并采取波门间选大的方式进行目标的单次检测, 则在目标单次检测过程中存在 3 种情况:

(1) 在正确的波门位置上检测到目标, 在其它波门位置上没有发生虚警, 或即使发生虚警, 但虚警波门位置上的检波结果小于正确波门位置上的检波结果, 这种情况的概率为

$$P_{d,1} = P_d (P_{0,1} + P_{0,2}) \quad (13)$$

式中 $P_{0,1} = \int_0^{V_T} f(z | H_0) dz$, $P_{0,2} = \int_{V_T}^{A^2} f(z | H_0) dz$ 。

(2) 在正确的波门位置上没有检测到目标, 在其它波门位置上也没有发生虚警, 这种情况的概率为

$$P_{d,2} = (1 - P_d) P_{0,1} \quad (14)$$

(3) 错检。错检分两种情况: 一种情况是在正确的波门位置上没有检测到目标, 在其它波门位置上发生了虚警, 这种情况的概率为 $(1 - P_d)(1 - P_{0,1})$; 另一种情况是尽管正确波门位置上的检波结果过门限, 但其它波门位置上的检波结果大于正确波门位置上的检波结果, 从而发生了错检, 这种情况的概率为 $P_d(1 - P_{0,1} - P_{0,2})$ 。这两种情况总的概率为

$$P_{d,3} = (1 - P_d)(1 - P_{0,1}) + P_d(1 - P_{0,1} - P_{0,2}) \quad (15)$$

对于在二次门限检测过程中采用距离 1 维约束判决的情况, 假设发生一次正确检测到目标和一次错检的情况, 则由于约束条件要求距离波门之差不超过 l , 二次门限检测可能会判决截获目标失败。可见, 约束判决会引起二次门限检测总检测概率的下降。引入约束判决后, 在分析二次门限检测总检测概率和单次检测概率的关系时, 需考虑到由于错检引起的二次门限检测总检测概率的损失。

考虑在单目标的条件下就错检对检测概率的损失作用进行仿真实验验证。实验中采取波门间选大的方式进行目标的单次检测, 假设检波后目标所在距离波门信号幅度服从式(2)的非中心 χ^2 分布, 其余距离波门信号幅度服从式(1)的指数分布, 且令 $\sigma=1$, 实验次数取 10^6 。图 3 分别给出了不同单次虚警概率条件下单次检测概率实验值及理论值与信

噪比的关系曲线。由图3可见, 对于不同的单次虚警概率, 单次检测概率的实验结果与理论结果一致。

4 基于约束判决的二次门限检测

将第3节的结论推广到一般情况, 对于距离-频率-角度3维约束判决的情况, M/N 检测的总检测概率为

$$P_D = \sum_{n=M}^N C_N^n \left\{ \sum_{i=M}^n C_n^i P_{d,1}^i P_{d,3}^{n-i} \right\} P_{d,2}^{N-n} \quad (16)$$

式中 $P_{d,1}$, $P_{d,2}$, $P_{d,3}$ 分别见式(13)、式(14)和式(15)。总虚警概率为

$$P_{FA} = C_N^M P_{fa}^M (1 - P_{fa})^{N-M} P_L^{M-1} + \sum_{n=M+1}^N C_N^n P_{fa}^n (1 - P_{fa})^{N-n} \cdot \left[P_L^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-M} C_n^i P_L^{n-i-1} (1 - P_L)^i \right] \quad (17)$$

式中 $P_L = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$, $P_i = [(1 + 2l_i)L_i - l_i^2 - l_i]/L_i^2$, $i = 1, 2, 3$ 。

考虑对基于距离1维约束判决的2/3检测的总虚警概率进行仿真实验验证。假设距离波门总数为10, 约束判决过程中距离波门的误差容限为1, 检波后各距离波门信号幅度服从式(1)的指数分布, 且令 $\sigma = 1$, 实验次数取 10^6 。图4分别给出了距离1

维约束判决下2/3检测总虚警概率的理论值及实验值与检测门限之间的关系曲线。为了便于比较分析, 图4还同时给出了单次检测虚警概率的理论值和无约束的2/3检测总虚警概率的理论值。

由图4可见, 距离1维约束判决下2/3检测总虚警概率的实验结果与理论结果一致。因此, 图4的实验结果验证了式(17)模型的正确性。

假设距离波门、多普勒频道和角度单元的总数分别为10、40、10, 距离域、频率域和角度域的误差容限分别为1、4、1, 则 $P_1 = 0.28$, $P_2 = 0.2125$, $P_3 = 0.28$ 。图5(a)分别给出了在距离1维约束判决、距离-频率2维约束判决、距离-频率-角度3维约束判决条件下2/3检测的总虚警概率与门限之间的关系曲线。为保证2/3检测总虚警概率 $P_{FA} = 10^{-6}$ 的要求, 上述3种约束判决对应的单次检测门限分别为13.71, 12.22和11.01。

令 $P_{FA} = 10^{-6}$, 图5(b)分别给出了上述3个门限条件下总检测概率与信噪比的关系曲线。由图5(b)可见, 为保证总虚警概率小于 10^{-6} 和总检测概率大于0.9的要求, 上述3种约束判决所需的单次检测信噪比应分别大于9.93 dB, 9.50 dB和9.12 dB。

表2给出了基于不同约束判决的 M/N 检测在预定检测概率 $P_D = 0.9$ 和虚警概率 $P_{FA} = 10^{-6}$ 条件下

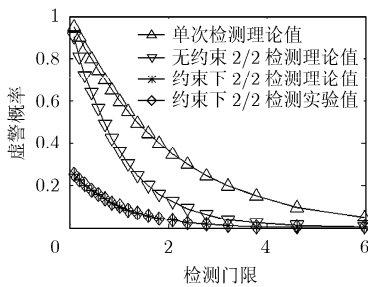


图2 2/2检测总虚警概率的理论值与实验值

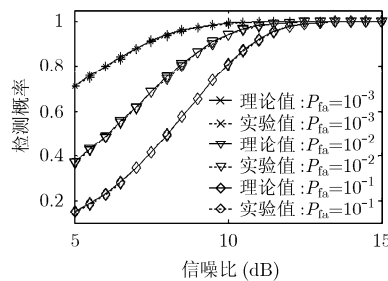


图3 考虑错检以后单次检测概率的理论值与实验值

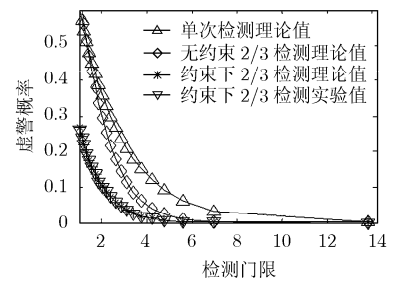
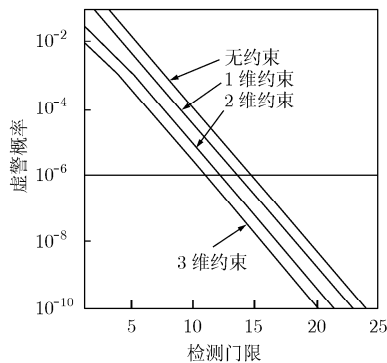
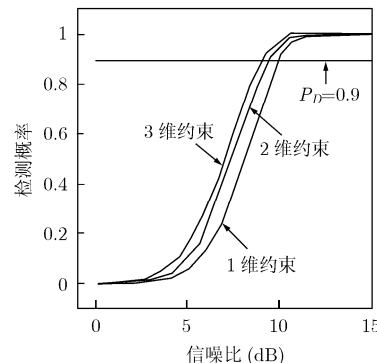


图4 2/3检测总虚警概率的理论值与实验值



(a) 总虚警概率与门限



(b) 总检测概率与信噪比

图5 2/3检测的总虚警概率和总检测概率

表 2 M/N 检测对门限和信噪比的最低要求

M/N	约束条件	V_T	$\text{SNR}_{\min}(\text{dB})$
$M=2$ $N=3$	无约束	14.91	10.27
	1 维约束	13.71	9.93
	2 维约束	12.22	9.50
	3 维约束	11.01	9.12
$M=3$ $N=5$	无约束	10.74	8.65
	1 维约束	9.13	8.07
	2 维约束	7.11	7.27
	3 维约束	5.46	6.60

对检测门限和信噪比的最低要求。其中，约束类型分别选择距离 1 维约束、距离-频率 2 维约束、距离-频率-角度 3 维约束，距离域、频率域和角度域的约束条件同上。

5 结论

在二次门限检测过程中引入约束判决可以降低总虚警概率，且约束条件越多，对虚警概率的改善作用越明显。引入约束判决并不会直接提高二次门限检测的总检测概率，相反，在单次检测概率一定的条件下，约束判决还会引起总检测概率的损失。引入约束判决可以保证在总虚警概率一定的条件下降低检测门限，而降低门限可以提高单次检测概率。因此，引入约束判决可以保证在总检测概率和总虚警概率满足预定指标的条件下降低对信噪比的要求，这对微弱信号的检测具有重要意义。本文的研究成果已经成功地应用于某星载主动告警雷达，用于实现对空间微弱回波信号的检测。

参考文献

- [1] Dai X Z, Xu J, Peng Y N, and Xia X J. A new method of improving the weak target detection performance based on the MIMO radar [C]. International Conference on Radar, Shanghai, China, 16-19 Oct, 2006: 1-4.
- [2] 董智红. 直接序列扩频信号的高灵敏度快速捕获方法与实现 [D]. [博士论文], 北京: 北京理工大学, 2008.
- [3] Dong Z H. Method and implementation of high sensitivity rapid acquisition for DSSS signals [D]. [Ph.D. dissertation], Beijing: Beijing institute of technology, 2008.
- [4] 王剑, 吴嗣亮, 侯淑娟. 基于高分辨雷达的运动目标参数估计方法研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(13): 3005-3008.
- [5] Wang J, Wu S L, and Hou S J. Study of motion target parameters estimation based on high resolution radar [J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(13): 3005-3008.
- [6] Jin Y W and Friedlander B. A CFAR adaptive subspace detector for second-order Gaussian signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(3): 871-884.
- [7] Srinivasan R and Rangaswamy M. Importance sampling for characterizing STAP detectors [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 273-285.
- [8] 曾浩, 刘玲, 覃剑, 谭晓衡. 时间平滑 ML 协方差矩阵估计方法及性能分析[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(19): 4517-4520.
- [9] Zeng H, Liu L, Tan J, and Tan X H. Time smoothing ML estimation of covariance matrix and performance analysis [J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(19): 4517-4520.
- [10] Biao C, Varshney P K, and Michels J H. Adaptive CFAR detection for clutter-edge heterogeneity using Bayesian inference [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1462-1470.
- [11] Shnidman D A. Binary integration with a cascaded detection scheme [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(2): 751-755.
- [12] 高凯, 王世练, 张尔扬. 双门限自适应调整 PN 码捕获及其性能分析[J]. 通信学报, 2005, 26(2): 56-60.
- [13] Gao K, Wang S L, and Zhang E Y. Design and analysis of DS code acquisition based on double threshold adaptive decision [J]. *Journal on Communications*, 2005, 26(2): 56-60.

- 崔 嵬: 男, 1976 年生, 副教授, 研究方向为空间合作/非合作目标探测与定位、专用集成电路设计等.
- 朱新国: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理.
- 吴嗣亮: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代信号处理的理论与应用、雷达系统理论与技术、电子系统仿真与信号模拟等.