

基于循环平稳特征的正弦调制相位信号参数估计

霍凯 李康乐 姜卫东 黎湘

(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘要: 正弦调制相位信号是微动目标雷达回波微多普勒信号的一般形式。该文利用正弦调制相位信号的循环平稳特性推导了信号的循环谱,并由循环谱特征估计信号的参数。相对于传统的频谱分析方法,基于循环谱的参数估计方法对平稳噪声有较好的抑制作用。仿真实验以及误差分析证明了方法的有效性。

关键词: 信号处理; 循环平稳; 正弦调制相位; 参数估计; 循环谱

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)02-0355-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00072

Parameters Estimation of Signals with Sinusoid Modulated Phase Based on Cyclostationary Character

Huo Kai Li Kang-le Jiang Wei-dong Li Xiang

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Signals with sinusoid modulated phase is the general form of micro-Doppler signals in radar echoes from targets with micro-motions. This paper derives the cycle spectra of this signal using its cyclostationary character, and estimates the parameters of the signal from the cycle spectra. Compared with conventional spectra analysis methods, this parameter estimation method based on cyclostationary spectra can suppress stationary noise more effectively. Finally, the theoretic deduction and the error curves by simulations prove the validity of the process.

Key words: Signal processing; Cyclostationary; Sinusoid modulated phase; Parameter estimation; Cycle spectra

1 引言

目标或其部件除质心平动外的振动、转动等小幅运动称为微动。微动目标对雷达回波调制产生的多普勒频谱称为微多普勒效应^[1,2]。微动是对目标的细节描述和刻画,尤其是对目标运动状态的精细刻画。雷达回波中包含的微多普勒信息与目标的结构和微动的特性密切相关,通过对雷达回波的处理,提取微动参数,可以反演目标的几何结构和运动特征等,为雷达目标识别提供新的途径^[3,4]。

理论计算和实验测量均表明,在高频区,目标总的电磁散射可以认为是由某些局部位置上的电磁散射所合成的,这些局部特性的散射源通常被称为等效多散射中心,或简称多散射中心。所以在高频情况下通常的研究思路是先建立目标的散射点模型,结合雷达发射信号,分析雷达的回波形式,运用各种信号处理的工具对雷达回波中感兴趣的部分进行分析,以提取目标的特征,用于分类和识别。这个过程的核心是特征提取,其本质实际上是在一定的条件下对反映目标特征的参数进行检测和估计。如振动的幅度和频率的估计,转动的半径及周期的估计,都是目标微动的重要特征。

本文首先推导了正弦调制相位微多普勒信号模型,在分析其循环平稳特性的基础上研究了基于信号循环谱的参数估计方法,该方法对平稳噪声有较好的抑制作用。仿真实验证明在-5dB高斯白噪声情况下仍然有较好的估计性能。将仿真结果误差与模型的Cramer-Rao下限比较,证明了参数估计方法的有效性。

2 信号模型的研究背景

学者 Chen 研究了振动、转动、滚动和锥动 4 种基本的微动点目标的微多普勒数学原理^[5]。设雷达发射的信号波形为 $\exp\{j2\pi\phi(t)\}$, 散射点的回波为 $\sigma \exp\{j2\pi\phi(2R_t/c)\}$, 设 R_{rt} 为散射点除平动外径向运动, 振动和转动可统一写为 $R_{rt} = r \sin(2\pi ft + \varphi)$, 则微多普勒回波信号混频后可以写为

$$S(t) = \sigma \exp\{jA \sin(2\pi ft + \varphi)\} \quad (1)$$

文献[6]中推导了宽带线性调频散射点目标雷达回波的一般形式,得到转动点的雷达回波微多普勒瞬时频率是随时间正弦变化的形式:

$$f_{\text{microDoppler}} = \frac{2}{\lambda} r_n \omega \cos(\omega_n \tau + \theta_{n0}) \quad (2)$$

下面推导步进频发射信号散射点目标雷达回波的一般形式。设目标上各散射点的径向距离变化均为正弦变化: $R_i(t) = R_{i0} + A_i \cos(\omega t + \phi_i)$, 目标上

一个点在一个扫频期间的回波采样为 $s_{ir}(n) = \sigma \cdot \exp\left[j2\pi(f_0 + n\Delta f)\left(\frac{2R_i(t_n)}{c}\right)\right]$, $n = 0, 1, \dots, N-1, t_n = nT + \Delta t$ 为第 n 个子脉冲的采样时刻, T 为脉冲重复周期, Δt 为脉内采样时刻。混频后得到: $s_{ir}(n) = \sigma \exp\left[-j2\pi(f_0 + n\Delta f)\frac{2R_i(t_n)}{c}\right]$ 可以看作对: $s_{ir}(n) = \sigma \exp\left[-j2\pi\left(f_0 + \Delta f\frac{t}{T}\right)\frac{2R_i(t_n)}{c}\right]$, $0 \leq t \leq NT$ 在 $t = nT$ 时刻的采样。则

$$f_{\text{microDoppler}} = \frac{2}{c} A_i \left[-\omega f_0 \sin(\omega t + \phi_i) + \frac{\Delta f}{T} \cos(\omega t + \phi_i) - \frac{\Delta f}{T} \omega t \sin(\omega t + \phi_i) \right], \quad 0 \leq t \leq NT \quad (3a)$$

当散射点在距离像上的峰值随时间变化幅度较小时, 即微动幅度相对于距离分辨单元较小时, 可以通过对该散射点所在距离单元的回波作多普勒分析提取目标运动特性。此时微多普勒瞬时频率可近似为

$$f_{\text{microDoppler}} \approx -\frac{2}{c} A_i \omega f_0 \sin(\omega t + \phi_i) \quad (3b)$$

由以上分析得到了散射点振动和转动的微多普勒信号的一般形式为正弦调制相位信号, 模型如下^[7,8]:

$$s(t) = \sigma \exp(jA \sin(2\pi f t - \phi)), \quad 0 \leq t \leq T \quad (4)$$

参数 A 与振动的幅度或转动的半径有关, 而 f 与振动的频率或者转动的周期有关。例如, 估计出了振动幅度和振动频率, 加上一定的先验知识, 可以将由蒸汽机驱动的坦克从由内燃机驱动的汽车中分辨出来; 估计出了转动的半径和转动的周期, 可以区分固定翼飞机的螺旋桨、直升机旋翼等等。

3 信号的循环平稳特性及参数估计

为了推导简便, 假定式(4) $\sigma = 1$, $\phi = 0$, 伴有零均值随机噪声 $n(t)$, 则观测模型为

$$x(t) = s(t) + n(t) = \exp(jA \sin(2\pi f_v t)) + n(t) \quad (5)$$

此随机过程周期信号分量的周期为 $T = 1/f_v$,

$x(t)$ 的频谱为 $S_x(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(A) \delta(f - n f_v)$, 其中,

$J_n(A)$ 为第 1 类 Bessel 函数。可以看出 $x(t)$ 的频谱 $S_x(f)$ 由一系列间隔为 f_v 的谱线组成, 从而判定 $x(t)$ 为一阶循环平稳^[9], 循环均值为

$$M_x^\alpha = \left\langle x(t) e^{-j2\pi\alpha t} \right\rangle_t = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(A) \text{sinc}[\pi(n f_v - \alpha)T] \quad (6)$$

对于 $x(t)$ 的二次变换: $y_\tau(t) = x(t + \tau/2)x^*(t$

$-\tau/2) = \sum_m \sum_n J_m(A) J_n(A) e^{j2\pi f_v [(t+\tau/2)m - (t-\tau/2)n]}$, 其 Fourier 系数为

$$R_x^\alpha(\tau) = \left\langle y_\tau(t) e^{-j2\pi\alpha t} \right\rangle = \sum_m \sum_n J_m(A) \cdot J_n(A) e^{j\pi(m+n)f_v \tau} \text{sinc}[\pi(f_v(m-n) - \alpha)T] \quad (7)$$

易知, 对于 $\alpha = (m-n)f_v$, m, n 为任意整数且 $m \neq n$ 时, Fourier 系数不为零, $x(t)$ 二阶循环平稳, 其退化循环频率 $\alpha = 0$ 。不难求得

$$R_x^\alpha(\tau) = \begin{cases} \sum_m \sum_n J_m(A) J_n(A) e^{j\pi(m+n)f_v \tau}, \\ \alpha = (m-n)f_v, m, n \text{ 为整数且 } m \neq n \\ \left[\sum_n J_n(A) e^{j2\pi n f_v \tau} \right]^2, \\ \alpha = 0, m, n \text{ 为整数且 } m = n \\ 0, \text{ 其它} \end{cases} \quad (8)$$

循环谱定义为循环自相关函数的 Fourier 变换^[9], 即

$$S_x^\alpha(f) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} R_x^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (9)$$

将式(7)代入上式, 可得信号的循环谱为

$$S_x^\alpha(f) = \sum_m \sum_n J_m(A) J_n(A) \delta\left[2\pi\left(f - \frac{m+n}{2} f_v\right)\right] \cdot \text{sinc}[\pi(f_v(m-n) - \alpha)T] \quad (10)$$

当且仅当

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{2}(n+m)f_v \\ \alpha &= (m-n)f_v \end{aligned} \right\}, \quad m, n \in Z \quad (11)$$

循环谱不为零。考虑循环谱的峰值大小, 设 $c_{mn} = |\text{sinc}[\pi(f_v(m-n) - \alpha)T]|$, 则在满足式(11)的情况下, 循环谱为一系列的峰值:

$$|S_x^\alpha(f)| = \sum_m \sum_n c_{mn} J_m(A) J_n(A) \quad (12)$$

当 $\alpha = 0$ 时, 即 $m=n$, $f = n f_v$ 时出现峰值, 此时谱密度值为 $c_{nn} J_n^2(A)$;

当 $\alpha = f_v$, 即 $m=n+1$, $f = \frac{2n+1}{2} f_v$ 时出现峰

值, 此时谱密度值为 $c_{n,n+1} J_n(A) J_{n+1}(A)$;

当 $\alpha = 2f_v$, 即 $m=n+2$, $f = (n+1)f_v$ 时出现峰

值, 此时谱密度值为 $c_{n,n+2} J_n(A) J_{n+2}(A)$;

当 $f=0$ 时, 即 $m=-n$, $\alpha=2n f_v$ 时出现峰值, 此时的谱密度值为 $c_{n,-n} J_n^2(A)$;

当 $f=f_v$ 时, 即 $m=2-n$, $\alpha=2(1-n)f_v$ 时出现峰值, 此时的谱密度值为 $c_{n,2-n} J_n(A) J_{2-n}(A)$;

当 $f=2f_v$ 时, 即 $m=4-n$, $\alpha=2(2-n)f_v$ 时出现峰值, 此时的谱密度值为 $c_{n,4-n} J_n(A) J_{4-n}(A)$;

由于 c_{mn} 是一个 sinc 函数, 它主瓣有一定的展宽并伴有旁瓣, 当 T 趋于无穷大时 c_{mn} 趋于 1。利用 T 较大时相邻的两个 c_{mn} 十分接近, 由循环谱相邻的两个峰值的比值将 c_{mn} 消去, 得到两个 Bessel 函数之比, 通过 Bessel 函数查表, 对参数 A 进行估计。为了简便, 取两个主轴切片来进行分析:

$$\frac{|S_x^\alpha(f)|_{f=0, \alpha=0}}{|S_x^\alpha(f)|_{f=f_v, \alpha=0}} = \frac{c_{00}J_0^2(A)}{c_{11}J_1^2(A)} \approx \frac{J_0^2(A)}{J_1^2(A)} \quad (13)$$

$$\frac{|S_x^\alpha(f)|_{\alpha=0, f=0}}{|S_x^\alpha(f)|_{\alpha=2f_v, f=0}} = \frac{c_{00}J_0^2(A)}{c_{1,-1}J_1^2(A)} \approx \frac{J_0^2(A)}{J_1^2(A)} \quad (14)$$

这里需要指出的是由于峰值搜索以及 Bessel 函数查表均是 1 维搜索, 所以计算量都很小, 参数估计速度比较快。理论上循环谱上所有峰值都可以利用来估计参数, 考虑到检测难易以及抗噪性能, 取循环谱的最高峰以及次高峰所在的切片进行分析效果最佳。

综上所述, 正弦相位调制微多普勒信号的频率 f_v 及相位幅度 A 的估计方法为:

步骤1 计算观测数据的循环自相关函数 $R_x^\alpha(\tau)$, 通过式(9)计算得到循环谱 $S_x^\alpha(f)$;

步骤2 取循环谱的主轴切片 $|S_x^\alpha(f)|_{f=0}$ 或 $|S_x^\alpha(f)|_{\alpha=0}$, 搜索其最高峰及次高峰对应的频率位置及峰值大小;

步骤3 结合式(11)分析峰值之间的间隔得出频率 f_v 的估计值;

步骤4 由峰值的大小结合式(13)或式(14)计

算得出的相位幅度 A 的估计值。

4 仿真实验及估计误差分析

设微多普勒信号频率 $f_v=0.25$ Hz, $A=1$, 取 $N=128$ 点数据, 下面通过仿真得到信号的频谱以及循环谱, 如图 1 所示。

从图2可以看出, 频谱峰值间隔为 $f = nf_v$, 且随着 n 增大逐渐减小, 与理论推导相符。循环谱呈现出周期变化的规律, 由于 Bessel 函数 $J_n(A)$ 的衰减性, 所以只在中心附近几个周期上有峰值。取循环谱 $\alpha=0$ 和 $f=0$ 的切片, 对于 $\alpha=0$ 的切片, $f = nf_v$ 出现峰值, 从图2中可以看出中心谱峰到左右两边的谱峰位置距离是 0.25 Hz; 对于 $f=0$ 的切片, $\alpha = 2nf_v$ 时出现峰值, 从图2中可以看出中心谱峰到左右两边的谱峰位置距离是 0.5 Hz, 仿真结果与理论值吻合。

由图2仿真得到循环谱最大值为 0.293, 左右两边第 1 副峰高度为 0.095, 两者的比值为 $\frac{|S_x^\alpha(f)|_{f=0}}{|S_x^\alpha(f)|_{f=f_v}}$

$$= \frac{0.293}{0.095} = 3.08, \text{ 这个比值就是 } \frac{c_{00}J_0^2(A)}{c_{11}J_1^2(A)}$$

$$\text{的值。由于 } \frac{c_{00}}{c_{11}} \text{ 近似等于 } 1, \text{ 故: } \frac{J_0^2(A)}{J_1^2(A)} = 3.08, \frac{J_0(A)}{J_1(A)} = 1.755.$$

令 $\frac{J_0(A)}{J_1(A)} = Br$, 图3给出了 A 从 0.1 到 2.5 的 Br 的曲线,

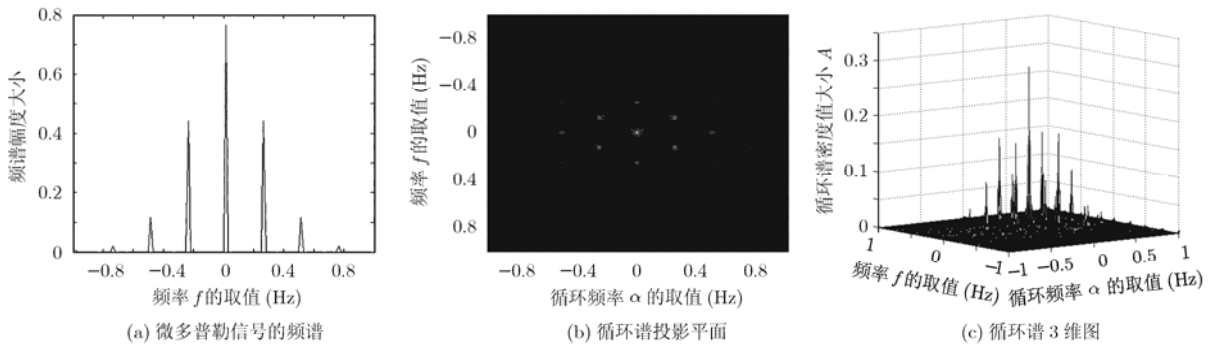


图 1 微多普勒信号的频谱和循环谱

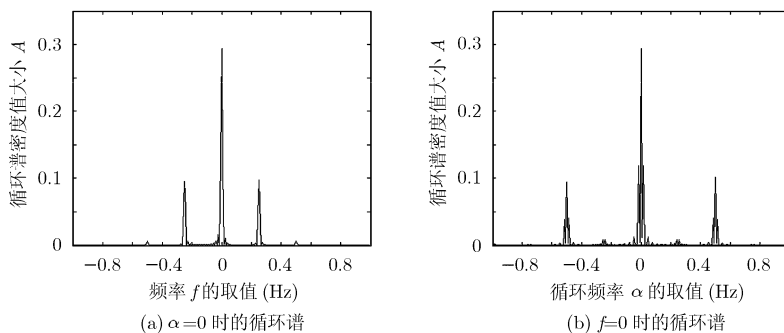


图 2 微多普勒信号的循环谱 $\alpha=0$ 和 $f=0$ 的切片

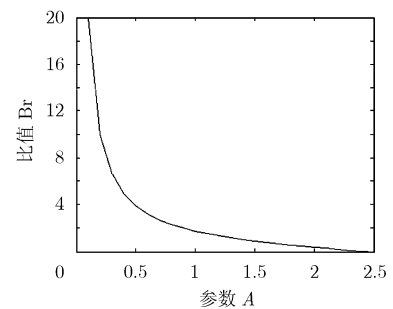


图 3 Bessel 函数比值 Br 的值

A 在(0, 2.5)区间 Br 的值是单值函数, 对应查找可以得出 A 为0.993, 与理论值非常接近。这里要说明的是, 这种算法适合区间单值映射的情况, 如果出现一个 Br 对应多个 A 值情况, 需要利用参数 A 的先验知识确定其大概区间范围进行筛选。

下面考察信号加入高斯白噪声的情况, 图 4 是在信噪比为 -5 dB 情况下得到的仿真计算结果, 此时频谱已经受噪声影响很大, 无法进行参数估计, 而循环谱的峰值依然很明显。由上面的方法可以得到参数 f_v 的估计值为 0.25, $\frac{|S_x^\alpha(f)|_{f=0}}{|S_x^\alpha(f)|_{f=f_v}} = \frac{0.368}{0.122} = 3.02$, A 的估计值为 1.001, 估计与理论值相符。可以得出结论, 在 -5 dB 高斯白噪声情况下, 基于循环平稳特性的参数估计方法仍然有较好的效果。图

5 是循环谱 $\alpha = 0$ 和 $f = 0$ 的切片。

对上述估计方法在不同的信噪比条件下分别进行 100 次蒙特卡罗仿真实验, 信噪比步长 2 dB, 数据长度 $N=128$, 得出图 6 在不同信噪比情况下参数 A 和参数 f_v 的估计方差, 并将估计方差与理论推导的 CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)对比, 图中的 CRLB 由附录给出。可以看出, 在信噪比较低的条件下, 基于循环平稳特性的参数估计方法误差较大, 但随着信噪比的升高, 该方法逐步接近 CRLB, 表明该方法的有效性。

5 结束语

本文正弦调制相位微多普勒信号基于循环平稳特性的参数估计方法, 相对于频谱分析法, 该方法对平稳噪声有更好的抑制作用。仿真实验证明在

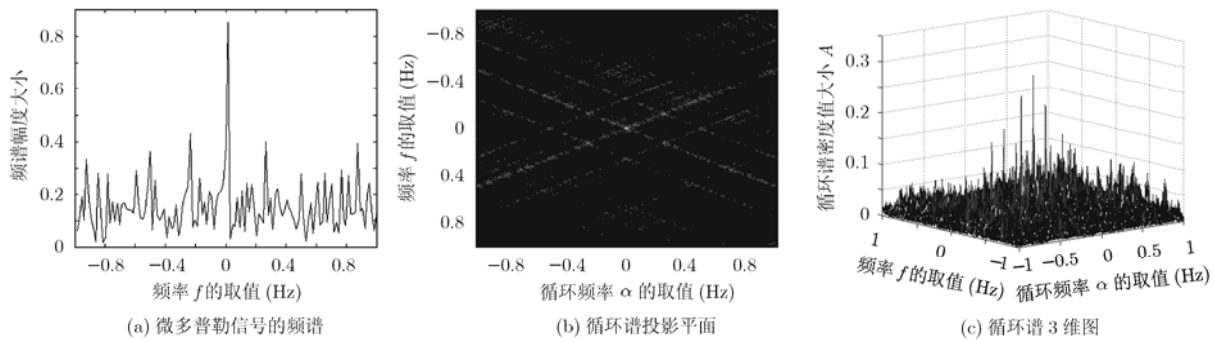


图 4 微多普勒信号的频谱和循环谱(SNR = -5 dB)

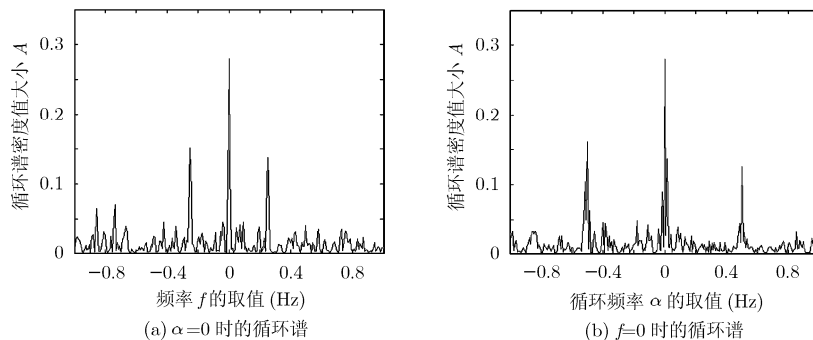


图 5 微多普勒信号的循环谱 $\alpha = 0$ 和 $f = 0$ 的切片(SNR = -5 dB)

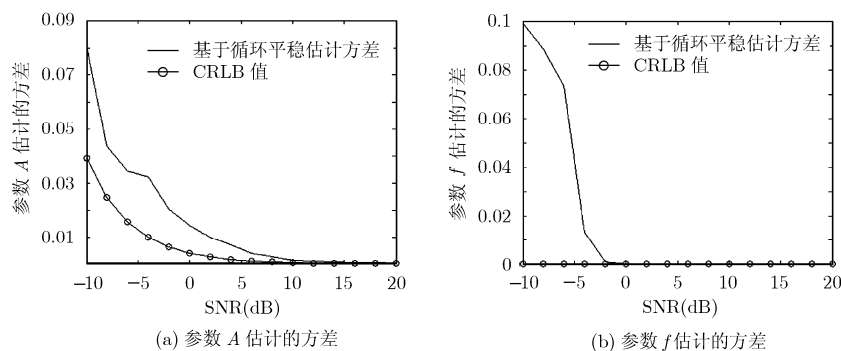


图 6 参数 A 和 f 基于循环平稳特性估计的方差以及 CRLB 随信噪比的变化关系

-5 dB高斯白噪声情况下仍然有较好的估计性能。最后将仿真结果误差与模型的Cramer-Rao下限比较, 证明了参数估计方法的有效性。

附录 高斯白噪声环境下正弦相位调制微多普勒信号 CRLB

高斯白噪声条件下, 简化的信号观测方程为

$$z(n) = s(n) + w(n) = \exp(jA \sin(2\pi f_0 n)) + w(n) \quad (\text{A1})$$

其中 $A > 0$, $0 < f_0 < 1/2$, $w(n)$ 为统计独立的加性高斯白噪声序列, 待估计的参数为 $\bar{\theta} = (A, f_0)$ 。

设

$$z(n) = x_n + jy_n, \quad s(n) = \mu_n + jv_n, \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (\text{A2a})$$

$$\phi_n = A \sin(2\pi f_0 n) \quad (\text{A2b})$$

则

$$\mu_n = \cos(\phi_n), \quad v_n = \sin(\phi_n) \quad (\text{A3})$$

$z(n)$ 的联合概率密度对数函数为

$$\ln f(z, \bar{\theta}) = -N \ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} [(x_n - \mu_n)^2 + (y_n - v_n)^2] \quad (\text{A4})$$

其中 $\bar{\theta}$ 为待估计的参数向量 (A, f_0) 。

Fisher 信息矩阵的各项如下:

$$\begin{aligned} J_{k,l} &= -E \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \theta_k \partial \theta_l} \ln f(z, \bar{\theta}) \right\} \\ &= \frac{2}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\frac{\partial \mu_n}{\partial \theta_k} \frac{\partial \mu_n}{\partial \theta_l} + \frac{\partial v_n}{\partial \theta_k} \frac{\partial v_n}{\partial \theta_l} \right] \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

可计算化简得到

$$\text{CRLB} = J^{-1} = \frac{\sigma^2}{2N} |D|^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \pi^2 A^2 (N-1)(2N-1) & b \\ & b \\ & & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A6})$$

其中 $b = \pi A \frac{\sin[4\pi f_0(N-1)] - \sin(4\pi f_0 N)}{2 - 2 \cos(4\pi f_0)}$, $|D|^{-1} \approx$

$$\frac{6}{\pi^2 A^2 (N-1)(2N-1)} \circ$$

由此得到

$$\text{Var}(\hat{A}) \geq \sigma^2 / N \quad (\text{A7})$$

$$\text{Var}(\hat{f}_0) \geq \frac{3\sigma^2}{2\pi^2 A^2 N(N-1)(2N-1)} \quad (\text{A8})$$

参 考 文 献

[1] Chen V C. Doppler signatures of radar backscattering from

objects with micro-motions. *IET Signal Process*, 2008, 2(3): 291-300.

[2] Sun Hui-xia and Liu Zheng. Micro-Doppler feature extraction for ballistic missile warhead. Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Information and Automation, Zhangjiajie, China, June 20-23, 2008: 1333-1336.

[3] Thayaparan T, Abrol S, Riseborough E, Stankovic L, Lamothe D, and Duff G. Analysis of radar micro-Doppler signatures from experimental helicopter and human data. *IEE Proceedings on Radar Sonar Navigation*, 2007, 1(4): 289-299.

[4] Tan Hwee Siang, Ma Chang-zheng, Yeo Tat Soon, Zhang Qun, Ng Chun Sum, and Zou Bin. ISAR imaging of targets with moving parts using micro-Doppler detection on the range profile image. International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Barcelona, Spain, July 23-28, 2007: 499-502.

[5] Chen V C, Li F, Ho S S, and Wechsler H. Micro-Doppler effect in radar-phenomenon, model and simulation study. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, 42(1): 2-21.

[6] Zhang Qun, Yeo Tat Soon, Tan Hwee, and Luo Ying. Imaging of a moving target with rotating parts based on the Hough transform. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2008, 46(1): 291-299.

[7] Setlur P, Amin M, and Thayaparan T. Micro-Doppler signal estimation for vibrating and rotating targets. Signal Processing and Its Applications, Sydney, Australia, August 28-31, 2005: 639-642.

[8] Setlur P, Amin M, and Ahmad F. Analysis of micro-Doppler signal using linear FM basis decomposition. Radar Sensor Technology Conference, Florida, USA, April 20-21, 2006: Vol. 6210: 62100M-62100M11.

[9] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 循环平稳信号处理与应用. 北京: 科学出版社, 2006: 25-29.

霍凯: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为自动目标识别与模糊工程。

李康乐: 女, 1983年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理及特征提取。

姜卫东: 男, 1968年生, 副教授, 研究方向为信号处理、雷达目标识别。

黎湘: 男, 1967年生, 教授, 研究方向为非线性信号处理、雷达目标识别。