# 基于非线性滤波方法的 PIV 计算

卢宗庆<sup>①</sup> 廖庆敏<sup>①</sup> 裴继红<sup>②</sup> <sup>①</sup>(清华大学深圳研究生院 深圳 518055) <sup>②</sup>(深圳大学信息工程学院 深圳 518060)

**摘 要:**针对流体运动图像计算(也称为 PIV),为了获得可靠的运动矢量场、散度场和旋度场,该文提出了一种基于非线性滤波思想的 PIV 计算方法。新方法属于变分 PIV 方法,其在克服传统 PIV 方法不足的同时避开了经典变分方法中能量范函凸性和可微性的约束,将能量函数的最小化过程转变为非线性滤波过程。该文针对实际粒子图像序列与经典方法进行了实验和比较,结果证明新方法能够在有效抑制噪声的同时可以较好地保持在多流体运动的情况下运动矢量、散度和旋度场的细节信息。

关键词: PIV; 光流; 扩散滤波; 变分

中图分类号: TP391

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00068

# 文献标识码:A

文章编号: 1009-5896(2010)02-0400-05

# A PIV Approach Based on Nonlinear Filtering

Lu Zong-qing<sup>(1)</sup> Liao Qing-min<sup>(1)</sup> Pei Ji-hong<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> (The Graduate School at Shenzhen, Tsinghua University, Shenzhen 518055, China)

<sup>(2)</sup> (College of Information and Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

Abstract: For fluid motion image computation (PIV), a nonlinear filtering based PIV approach was proposed which can obtain reliable motion vector, div and curl fileds. As variational based PIV approaches the new approach is a nonlinear filtering process instead of an energy minimizing process, which can overcome the shortage of correlation based PIV approaches and avoid the restrictions of convexity and differentiability required by classical variational approaches. Experimental results from real particle image sequences demonstrated that the new method can help to suppress the computation noise and increase the reliability of fluid motion characteristic and structural descriptions.

Key words: PIV (Particle Image Velocimetry); Optical flow; Diffusion filtering; Variational

## 1 引言

流体运动是一种典型的非刚体运动,流体运动 图像计算与分析是一项重要的图像处理技术,其目 的是通过对运动图像序列的分析来获得局部流体运 动矢量的大小、方向、特征和分布情况,以及进一 步分析流体本身的物理特性如:粘性、涡流等。其 在实验流体力学、气象学、空气动力学以及生物医 学领域有着广泛的应用。在许多情况下由于运动物 质本身为透明或不易观测到,因此通常将可见粒子 (如荧光微粒)放入到被测量物质(如血液、无色气体) 里,通过计算粒子的运动来间接获得流体本身的运 动特征,所以流体运动矢量计算有时也称为粒子图 像测速(Particle Image Velocimetry, PIV)<sup>[1–3]</sup>。与 PIV 类似的还有粒子跟踪测速(Particle Tracking Velocimetry, PTV)<sup>[4–6]</sup>,既通过跟踪每一个可见粒

中国博士后科学基金(20080430382)资助课题

子来获得粒子的运动矢量。

PIV 作为一种全流场、无接触、无扰动、高精 度的流动可视化方法,适用于湍流、非定常流等时 变复杂流场的测量。如今粒子图像测速已是一门跨 学科的综合技术,其结合了激光技术、视频图像处 理技术、计算机技术和近代光学技术的最新成果。

PIV 计算的方法主要分为:基于杨氏干涉条纹法<sup>[7]</sup>、基于相关的方法(cross-correlation)和粒子跟踪 测速 PTV,后两者则是目前 PIV 计算的主流方法。 虽然 PIV 计算方法在不断改进,也采取了许多新思 想、新技术<sup>[8,9]</sup>,但基于相关方法的 PIV 计算本身存 在一些先天的缺陷:

(1)由于相关计算时所使用的局部邻域有限,在 前后时间内邻域里的粒子出现丢失或出现未知新粒 子时,相关计算结果的峰值不一定对应真实的运动 位移。(2)根据统计原理,基于相关法得到的运动矢 量只是概率上的最大可能位移。(3)如果粒子运动的

<sup>2009-01-16</sup> 收到, 2009-08-17 改回

通信作者: 卢宗庆 luzq@sz.tsinghua.eud.cn

速度很慢时(位移在亚像素级)或有些区域粒子密度 过于集中,当采用较大的窗口进行相关搜索时,会 出现多峰值的现象。为了克服这个问题常采用尺寸 和形状都不固定的局部窗<sup>[9]</sup>。

对于 PTV 也存在类似的问题,当跟踪过程中粒 子消失或别的粒子出现时会带来计算上的不稳定。 有学者采用模糊推理的方法<sup>[4]</sup>来改进粒子检测的可 靠性,以提高跟踪的鲁棒性。PTV 除了能得到某一 时刻的运动矢量场还可以得到粒子在一段时间内的 运动轨迹(在可靠跟踪的前提下),但 PTV 对粒子图 像相对 PIV 要求较苛刻,而且 PTV 不能得到 100% 密度的运动场,通常需要插值运算。

近年来基于变分(光流法)的 PIV 计算<sup>[1,3,10]</sup>由于 可以克服传统方法中的一些不足,受到人们越来越 多的关注,该方法是将整个运动矢量场作为一个整 体连续函数进行估计,其分辨率可以达到图像中的 每一个像素,这为微观、精确地进行局部图像运动 计算和分析提供了方便。同时粒子图像大多在时间 和空间上都是连续变化的,这与变分方法中图像序 列的局部时空可微假设在物理意义上是一致的。但 传统变分方法也存在不足的地方,其假设运动矢量 在局部空间上都是光滑的,但 PIV 图像序列中粒子 运动可能只在某一方向上光滑,如:在两个不同矢 量流的边界区域,只有沿着该边界方向运动矢量才 是光滑连续的。这也就是变分法通常面临的运动边 界、遮蔽问题,而该问题在 PIV 计算中也会遇到。

## 2 光流计算

光流是图像表面亮度模式运动的反映,因此大 多数光流计算技术都是基于亮度常数模型 (Brightness Constancy Model, BCM)的<sup>[11-13]</sup>,即 通过找到图像上亮度不变模式的对应关系来确定运 动位移。BCM 模型可以由式(1)表征:

$$I(x+u, y+v, t+\Delta t) = I(x, y, t)$$
(1)

I(x,y,t)代表图像序列,[x,y]和t分别表示空间位置 坐标和时间, $\Delta t$ 为连续两幅图像的时间间隔。[u,v]表示在t时刻空间位置[x,y]处的像素点在单位时间 内的运动位移,通常只考虑间隔为单位时间 1 的离 散情况式(2)。

$$I(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}, t + 1) = I(\boldsymbol{x}, t)$$
<sup>(2)</sup>

其中 $\boldsymbol{x} = [x, y], \boldsymbol{v} = [u, v]$ 。对 $I(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v}, t + 1)$ 进行 1 阶 Taylor 级数展开得到式(3)。

$$\nabla I(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} + I_t(\boldsymbol{x},t) = 0 \qquad (3)$$

光流方程的求解可通过最小化全局能量泛函式(4) 来实现<sup>[11]</sup>。

$$\boldsymbol{E} = \int_{\Omega} \underbrace{\left( \nabla I\left(\boldsymbol{x}, t\right) \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} + I_{t}\left(\boldsymbol{x}, t\right) \right)^{2}}_{C\left(\boldsymbol{v}\right)} + \underbrace{\lambda \left\| \nabla \boldsymbol{v} \right\|^{2}}_{S\left(\boldsymbol{v}\right)} \mathrm{d}\boldsymbol{x} \quad (4)$$

 $\nabla \mathbf{v} = [\nabla u, \nabla v] \in L^2(\Omega)$ ,  $C(\mathbf{v})$  和  $S(\mathbf{v})$  分别代表数据约 束和平滑约束项。

### 3 基于非线性滤波的 PIV 计算

## 3.1 PIV 计算

PIV 计算除了考虑运动矢量本身外,其矢量的 散度、旋度甚至无散场和无旋场的势函数也是常常 研究的对象。根据赫尔姆霍茨定理 2D 矢量场 v = [u,v]可以分解为

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_{so} + \boldsymbol{v}_{ir} \tag{5}$$

 $v_{so}$ , $v_{ir}$ 分别为v的无散和无旋分量,有:div $v_{so} = 0$ , curl $v_{ir} = 0$ 。在实际 PIV 计算时只需得到v的散度 和旋度 $\xi, \zeta$ 即可。

$$\xi = \operatorname{div} \boldsymbol{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \tag{6}$$

$$\varsigma = \operatorname{curl} \boldsymbol{v} = -\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$
 (7)

由于运动矢量的散度和旋度常用来描述流体运动特征<sup>[14]</sup>,因此对于 PIV 通常需要同时计算运动矢量及 其散度、旋度绝对量,这时数据约束和平滑约束可 以表示为下面方程式。

$$\boldsymbol{E} = \int_{\Omega} C\left(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varsigma}, \boldsymbol{v}\right) + \lambda S(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varsigma}, \boldsymbol{v}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}$$
(8)

其中

$$C\left(\xi,\varsigma,\boldsymbol{v}\right) = \left(\nabla I\left(\boldsymbol{x},t\right)\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} + I_{t}\left(\boldsymbol{x},t\right)\right)^{2} + \left\|\operatorname{div}\boldsymbol{v} - \xi\right\|^{2} + \left\|\operatorname{curl}\boldsymbol{v} - \varsigma\right\|^{2}$$

$$(9)$$

$$S(\xi,\varsigma,\boldsymbol{v}) = \|\nabla\boldsymbol{v}\|^2 + \|\nabla\xi\|^2 + \|\nabla\varsigma\|^2$$
(10)

与光流方法类似,我们需要构造能量函数式(8),与 经典的光流方程类似其数据约束项和光滑约束项分 别为: *C*(*ξ*,*ς*,*v*)和*S*(*ξ*,*ς*,*v*),这里需要通过最小化能 量函数 *E* 来求解未知量*ξ*,*ς*,*v*。数据约束项*C*(*ξ*,*ς*,*v*) 中的第一项为运动矢量约束,第二、三项分别为散 度和旋度场数据约束,*E*的最小化可以使*ξ*,*s*,*v*尽可 能光滑的基础上最大可能接近真值。

#### 3.2 基于非线性滤波的计算策略

为了简化分析我们先针对方程式(4)讨论求解 [*u*,*v*]的过程,对于求解[*u*,*v*,ξ,ς]通过简单的拓展就 可实现。光流计算过程可通过最小化能量范函式(4) 实现,通过最速下降法可以得到扩散方程式(11)。

$$\partial_s \boldsymbol{v} = \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{v} - \lambda^{-1} \nabla I^{\mathrm{T}} (\nabla I \cdot \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} + I_t)$$
(11)

这里  $\Delta v = [\Delta u, \Delta v]$ , *s*为人工演化参数,参数  $\lambda$ 用 来调节扩散项与反应项之间的权重,最终光流场是 在  $s \to \infty$  时的稳态解。式 (11)相应的 Euler-Lagrange 方程为

$$0 = \Delta v - \lambda^{-1} \nabla I^{\mathrm{T}} (\nabla I \cdot v^{\mathrm{T}} + I_t)$$
(12)

式(11)可以看作一扩散过程, Laplace 算子 $\Delta$ 可以通 过 $\Delta x \cong \langle x \rangle - x$ 来逼近,这里 $\langle \bullet \rangle$ 为 2D 局部滤波器 在文献[1]中采用了下面的线性加权。

$$\langle \boldsymbol{v} \rangle = \frac{1}{6} \left( \boldsymbol{v}_{i-1,j} + \boldsymbol{v}_{i,j+1} + \boldsymbol{v}_{i+1,j} + \boldsymbol{v}_{i,j-1} \right) + \frac{1}{12} \left( \boldsymbol{v}_{i-1,j-1} + \boldsymbol{v}_{i-1,j+1} + \boldsymbol{v}_{i+1,j+1} + \boldsymbol{v}_{i+1,j-1} \right)$$
(13)

式(11)可以重新写成式(14) (这里只关心演化参数*s* 的离散情况)。

$$\boldsymbol{v}_{s+1} = \left\langle \boldsymbol{v}_s \right\rangle - \lambda^{-1} \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}_s, I) \tag{14}$$

这里 **R**(*v*, *I*) 为从数据约束 **C**(*u*,*v*) 得到的控制项,式 (14)又可以看作带有控制项的一滤波过程。文献[15] 论述了多数情况下非线性扩散可以表示成非线性滤 波,并给出了统一的描述形式。因此最小化式(4)可 以用非线性滤波方程式(14)来替代,其求解过程可 以通过固定点迭代方法完成,式(14)中滤波器 (•)用 来抑制光流场的噪声。在式(4)中平滑约束 *S*(*v*)的作 用也是抑制噪声,但考虑到收敛性和计算方便,经 常将 *S*(*v*)限制为凸和可微的形式。而这里我们使用 滤波过程式(14)则避免了该限制,同时式(14)可以选 择更多的非线性滤波形式,这些改进可以帮助提高 解决运动边界问题的性能。接下来的主要任务是决 定滤波算子 (•),选择该算子的原则是:在平滑光流 场的同时尽可能保持运动边界信息。

Bilateral 滤波器是一种典型的非线性滤波器<sup>[16]</sup>,由于其实现简单,能有效保持图像边界信息, 而成为灰度和彩色图像的常用滤波手段。Bilateral 滤波器可以看作传统 gauss 滤波器的拓展,其将滤 波模板中心像素与周围像素亮度差异、距离的变化 同时考虑在内。Bilateral 滤波器也可以看作一种非 线性加权滤波器。

对于 2D 图像, 经典的 Bilateral 滤波器可以描述成式(15)。

$$f'(x,y) = k^{-1} \iint_{(\xi,\eta)\in\Omega(x,y)} f(\xi,\eta) g_{(x,y)}(\xi,\eta) d_{(x,y)}(\xi,\eta) \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta$$

(15)  

$$\begin{split}
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
& (15) \\
&$$

$$g_{(x,y)}(\xi,\eta) = \exp\left(-\frac{\left\|\left[x,y\right] - \left(\zeta,\eta\right)\right\|}{2\sigma_g^2}\right)$$
$$d_{(x,y)}(\xi,\eta) = \exp\left(-\frac{\left\|f(x,y) - f(\xi,\eta)\right\|^2}{2\sigma_d^2}\right)$$

 $\sigma_{g}, \sigma_{d}$ 为尺度因子, f'(x, y)为滤波结果,  $\Omega(x, y)$ 为点 (x, y)的局部邻域。将式(15)扩展到光流场,重新设 计  $g_{(x,y)}(\xi, \eta)$ 和  $d_{(x,y)}(\xi, \eta)$ 如下:

$$\begin{split} g_{(x,y)}(\xi,\eta) &= b - \left\| (\xi,\eta) - (x,y) \right\| \\ d_{(x,y)}\left(\xi,\eta,\varepsilon_c,\varepsilon_v\right) &= \begin{cases} 1, \ c_{(x,y)}\left(\xi,\eta\right) < \varepsilon_c, \\ & \left\| \boldsymbol{v}(x,y) - \boldsymbol{v}(\xi,\eta) \right\| < \varepsilon_v \\ 0, \ \not\equiv \not\oplus \end{split}$$

这里  $b \ge \max ||(\xi,\eta) - (x,y)||$  来确保  $g_{(x,y)}(\xi,\eta)$  的 非负性并经验选取。  $c_{(x,y)}(\xi,\eta) = ||I(\xi + u(x,y),\eta + v(x,y),t+1) - I(\xi,\eta,t)||$  表示在空间位置  $(\xi,\eta)$  拥有 速度 v(x,y) 时的运动方程模型误差。  $\varepsilon_c, \varepsilon_v$  是与在  $\Omega(x,y)$  内  $c_{(x,y)}(\xi,\eta)$  和  $||v(x,y) - v(\xi,\eta)||$  的均值有关 的经验阈值如下:

$$\begin{split} \varepsilon_c &= \frac{k_c}{\left| \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \right|} \sum_{(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \in \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})} || I(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}), \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}), \\ & t+1) - I\left(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, t\right) || \\ \varepsilon_v &= \frac{k_v}{\left| \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \right|} \sum_{(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \in \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})} \left\| \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) - \boldsymbol{v}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \right\| \end{split}$$

这里 |  $\Omega(x,y)$  | 是  $\Omega(x,y)$  的面积, $0 < k_e, k_v$  为经验调 节参数,如果  $k_e, k_v = 0$ ,非线性滤波器就变成局部 加权算子。最终的非线性滤波器可以表示为

$$\langle \boldsymbol{v}(x,y) \rangle = k^{-1}(x,y) \iint_{\Omega(x,y)} \boldsymbol{v}(\xi,\eta) g_{(x,y)}(\xi,\eta) \cdot d_{(x,y)} \left(\xi,\eta,\varepsilon_c,\varepsilon_v\right) \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta$$
 (16)

 $\dot{\mathbf{X}} \underline{\mathbb{H}} k(x,y) = \iint_{\Omega(x,y)} g_{(x,y)}(\xi,\eta) d_{(x,y)} \left(\xi,\eta,\varepsilon_c,\varepsilon_v\right) \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \ .$ 

光流方程是基于这样一个假设:运动位移足够 小,方程线性化时可以用1阶 Taylor 逼近。但这样 的假设在许多实际应用中却不成立。如果我们对图 像进行下采样,对于小尺度图像来说运动矢量的幅 度会变小,这样运动方程的模型误差就会变小。本 文采用多尺度细化的方法,逐步更新当前估计的运 动矢量场。设 $[\tilde{u}, \tilde{v}]$ 为当前粗尺度下的估计结果,  $[u,v] = [\tilde{u} + \Delta u, \tilde{v} + \Delta v]$ 为真实运动矢量, $[\Delta u, \Delta v]$ 为细 尺度下需要重新计算的残差运动矢量。可以将光流 方程式(2)重写为

$$\Delta \boldsymbol{v}_{s+1} = \left\langle \Delta \boldsymbol{v}_s \right\rangle - \lambda^{-1} \boldsymbol{R}(\Delta \boldsymbol{v}_s, \boldsymbol{I}^{(n)}) \tag{18}$$

其中 $\Delta v = [\Delta u, \Delta v]$ 。得到 $[\Delta u, \Delta v]$ 后对 $[\tilde{u}, \tilde{v}]$ 进行更新(其中涉及尺度之间的变化):

$$[\tilde{u}, \tilde{v}] \leftarrow [\tilde{u} + \Delta u, \tilde{v} + \Delta v] \tag{19}$$

对于非整数倍尺度因子 $\tau \in (0,1)$ 之间的图像转换,本文通过双线性插值来实现。

上面给出了一种基于非线性滤波的光流计算方 法,新方法的优点是算法设计相对简单;在有效抑

403

制噪声的同时可以较好地保持运动边界矢量细节信 息。下面将该方法推广到 PIV 计算,针对 v、divv 和 curlv,采用基于非线性滤波的方法是为了在保持 流体结构特征的同时来抑制计算噪声,与光流计算 类似可以得到滤波方程式(20)。

$$[\boldsymbol{v}_{s+1}, \boldsymbol{\xi}_{s+1}, \boldsymbol{\varsigma}_{s+1}] = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}_s, \boldsymbol{\xi}_s, \boldsymbol{\varsigma}_s) + \lambda^{-1} \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}_s, \boldsymbol{\xi}_s, \boldsymbol{\varsigma}_s)$$
(20)  
其中有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{v}_{s},\boldsymbol{\xi}_{s},\boldsymbol{\varsigma}_{s}\right) &= -\left[\nabla I\left(\nabla I\cdot\boldsymbol{v}_{s}^{\mathrm{T}}+I_{t}\right),\mathrm{div}\boldsymbol{v}_{s},\mathrm{curl}\boldsymbol{v}_{s}\right](21) \\ \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{v}_{s},\boldsymbol{\xi}_{s},\boldsymbol{\varsigma}_{s}\right) &= \left[\left\langle\boldsymbol{v}_{s}\right\rangle_{1}-\boldsymbol{v}_{s},\left\langle\boldsymbol{\xi}_{s}\right\rangle_{2}-\boldsymbol{\xi}_{s},\left\langle\boldsymbol{\varsigma}_{s}\right\rangle_{2}-\boldsymbol{\varsigma}_{s}\right] \end{aligned}$$
(22)

(a) 粒子图像序列的连续两帧图像 100 20. 60 100 140 (b) 文献 [1] 计算得到的光流场和光流幅度的 3 维显示 10060

(c)本文算法计算得到的光流场和光流幅度的3维显示

100

140



(d) 文献 [1] 计算得到的光流散度 (左) 和旋度 (右)



(e)本文算法计算得到的光流散度(左)和彷度(右)

图 1 针对流体运动图像基于非线性滤波的方法与已有算法[1]的比较

其中 <• >1 与式(16)相同, <• >2 为

$$\langle y \rangle_2 = k^{-1} (\boldsymbol{x}_0) \sum_{\boldsymbol{x} \in \Omega(\boldsymbol{x}_0)} y(\boldsymbol{x}) g_{(\boldsymbol{x}_0)}(\boldsymbol{x}) d_{(\boldsymbol{x}_0)}(\boldsymbol{x}, \varepsilon)$$

$$g_{(\boldsymbol{x}_0)}(\boldsymbol{x}) = b - \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0\|$$

$$(23)$$

这里  $b \ge \max \| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0 \|$ ,  $\Omega(\boldsymbol{x}_0)$ 为  $\boldsymbol{x}_0$  的局部邻域,  $\boldsymbol{x} \in \Omega(\boldsymbol{x}_0)$ , 其中

$$\begin{split} d_{(\boldsymbol{x}_0)}\left(\boldsymbol{x},\varepsilon\right) &= \begin{cases} 1, & \left\|\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_0) - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x})\right\| < \varepsilon \\ 0, & \bigstar & \Xi \end{cases} \\ \varepsilon &= \frac{k}{\left|\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}_0)\right|} \sum_{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{x}_0)} \left\|\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}_0)\right\| \end{split}$$

#### 4 实验

采用实际的粒子图像序列(www.vsj.or.jp/piv, 3D jet impingement-Dense Particle sequence of VSJ, 256×256,存在不同方向和运动模式的流体运 动)进行算法验证。为了实现多尺度计算,原始图像 被分解为 30 个 (0 ≤ l ≤ 29) 尺度级,尺度因子为 $\tau$  = 0.95, $I^{(0)}(x,t) 与 I^{(20)}(x,t)$ 分别表示原始与最低分辨 率图像序列。式(20)中滤波与控制项之间的权重 $\lambda$ 为 250。滤波器设计时式(16)与式(23)中的参数 $k = k_c$ = 1.80, $k_v$  = 0.85,局部邻域 $\Omega$ 为14×14。图 1(a) 为两帧连续时刻的粒子图像,从图 1(b)-1(e)可以看 出新方法在保持流体场结构特征的同时可以更有效 地抑制计算噪声。初始解[ $v_0, \xi_0, \xi_0$ ] = [[0,0],0,0]。

从图 1 的实验结果可以看出新方法可以可靠地 计算出运动矢量场、散度和旋度场,与传统变分方 法相比在抑制噪声的同时,可以有效地保持不同运 动模式交界处的局部运动特征、结构特征的描述而 避免过渡平滑。

## 5 结论

流体运动图像计算(也称为 PIV 计算)问题,是 针对这种特殊图像的运动矢量场计算和分析问题。 近年来基于光流方法的 PIV 计算凭借能够克服传统 方法中的一些先天不足, 而受到越来越多人的关注。 同时变分光流方法计算精度和分辨率较高,适合于 连续形变运动图像计算与分析。但传统变分方法也 存在不足的地方,即假设运动矢量在局部空间上都 是光滑、连续的,但 PIV 图像序列中粒子运动的平 滑有可能只是针对某一方向,如:在两个不同的运 动方向的运动边界处,只有沿着该边界方向运动矢 量才是光滑连续的。本文设计了一种基于非线性滤 波的 PIV 计算方法,新方法设计简单,在有效抑制 噪声的同时可以较好地保持在多流体运动的情况下 运动矢量、散度和旋度场的细节信息。实验结果证 明新方法能够可靠地对粒子图像运动进行特征计算 和描述。

### 参考文献

[1] Corpetti T, Heitz D, Arroyo G, Mémin E, and Santa-Cruz A.

Fluid experimental flow estimation based on an optical-flow scheme. *Experiments in Fluids*, 2005, 40(1): 80–97.

- [2] Raffel M, willert C, and kompenhans J. Particle Image Velocimetry. A Practical Guide. Berlin: Springer, 2nd edition, 2001: 35–40.
- [3] Sakaino H. Fluid motion estimation method based on physical properties of waves. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Anchorage, AK, USA, 2008: 1–8.
- [4] Wernet M P. Fuzzy logic particle tracking velocimetry. Proceedings of the SPIE Conference on Optical Diagnostics in Fluid and Thermal Flow, SPIE, Bellingham, WA, 1993: 701–708.
- [5] Ruhnau P, Guetter C, Putze T, and Schnörr C. A variational approach for particle tracking velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 2005, 16(7): 1449–1458.
- [6] Chetverikov D, Nagy M, and Verestóy J. Comparison of tracking techniques applied to digital PIV. Proc. International Conf. on Pattern Recognition, Barcelona, Spain, 2000, 4: 233–242.
- [7] Grant I. Particle image velocimetry: A review. Journal of Mechanical Engineering Science, 1997, 211(1): 55–76.
- [8] Gui L and Wereley S T. A correlation-based continuous window-shift technique to reduce the peak-locking effect in digital PIV image evaluation. *Experiments in Fluids*, 2002, 32(4): 506–517.
- [9] Lourenco L M and Krothapalli A. True resolution PIV: a mesh-free second order accurate algorithm. The 10th International symposium on applications of laser techniques in fluid mechanics, Lisbon, Portugal, July 2000.
- [10] Corpetti T, Héas P, Mémin E, and Papadakis N. Pressure image assimilation for atmospheric motion estimation. *Tellus Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 2008, 6(31): 160–178.
- [11] Horn B and Schunck B. Determining optical flow. Artificial Intelligence, 1981, 17(1): 185–203.
- [12] Lu Z Q, Xie W X, and Pei J H. A robust optical flow computation. *Journal of Electronics*(China), 2007, 24(5): 635–641.
- [13] Heitz D, Héas P, Mémin E, and Carlier J. Dynamic consistent correlation-variational approach for robust optical flow estimation. *Experiments in Fluids*, 2008, 45(4): 595–608.
- [14] Ruhnau P, Stahl A, and Schnörr C. Variational estimation of experimental fluid flows with physics-based spatio-temporal regularization. *Measurement Science and Technology*, 2007, 18(1): 755–763.
- [15] Barash D and Comaniciu D. A common framework for nonlinear diffusion, adaptive smoothing, bilateral filtering and mean shift. *Image and Video Computing*, 2003, 22(1): 73–81.
- [16] Tomasi C and Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, Bombay, India, 1998: 839–846.
- 卢宗庆: 男,1975年生,助理研究员,研究方向为机器视觉、医 学影像分析.
- 廖庆敏: 男, 1963年生, 教授, 研究方向为图像处理、信号处理.
- 表继红: 男,1966年生,教授,研究方向为智能信息处理、图像 处理.