

CR 系统中基于微分博弈的功率控制算法

张 龙 周贤伟 王建萍 黄 伟 马忠贵
(北京科技大学信息工程学院 北京 100083)

摘 要: 该文针对认知无线电系统动态性的特点, 将微分博弈理论应用在认知无线电系统的功率控制中, 建立了功率控制的非合作微分博弈模型, 提出了一种基于微分博弈的分布式非合作功率控制算法。该算法在满足认知用户平均功率门限和 QoS 需求的基础上, 实现了分布式动态功率控制, 获得了反馈纳什均衡解析解。仿真结果表明, 该算法可有效控制各认知用户的发射功率, 增加系统吞吐量, 提高系统性能。

关键词: 认知无线电; 功率控制; 博弈论; 微分博弈; 反馈纳什均衡

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)01-0141-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2008.01776

Power Control Algorithm Based on Differential Game for CR System

Zhang Long Zhou Xian-wei Wang Jian-ping Huang Wei Ma Zhong-gui
(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Considering the dynamic nature in Cognitive Radio (CR) system, differential game theory is adopted in power control for CR system and a novel model of noncooperative differential game for power control is presented. Then a distributed noncooperative power control algorithm based on differential game is proposed in this paper. The proposed algorithm achieves the distributed dynamic power control under the condition that the requirements, including the average power threshold and QoS of secondary users, are guaranteed. Furthermore, an analytical solution to feedback Nash equilibrium is obtained. Simulation results show that the proposed algorithm can regulate the transmitted power of secondary users effectively to enhance the total throughput, and the performance of CR system is thereby improved.

Key words: Cognitive radio; Power control; Game theory; Differential game; Feedback Nash equilibrium

1 引言

随着无线通信技术飞速发展, 稀缺的频谱资源已无法满足不断增长的需求。而研究表明部分授权频谱资源却未得到充分利用, 产生时间和空间上的频谱空穴(spectrum hole)。认知无线电(Cognitive Radio, CR)^[1,2]是一种智能无线通信系统, 通过感知外部环境, 自适应调整系统参数以适应外部环境变化, 并以机会方式动态接入空闲频谱, 提高频谱利用率。

功率控制是无线资源管理的重要内容, 因为它能有效降低系统各用户终端的发射功率、抑制干扰、增加系统吞吐量、改善系统服务质量(QoS)以及延长电池使用寿命。另外, 低的发射功率可减少终端辐射, 有利于人体健康。博弈论是研究理性决策主体间发生冲突时的决策及均衡问题, 着重于问题的分布式求解。近年来博弈论广泛应用于研究分布式无

线资源管理^[3-6]。文献[3]分析和建立了 CR 博弈框架, 包括功率控制、动态频率选择和干扰避免。文献[4]讨论了多种环境下基于博弈论的无线资源管理, 提出了一种 QoS 保证自适应带宽分配与呼叫接入控制非合作博弈模型。文献[5]设计了基于信干比(SIR)的 CR 系统自适应功率控制非合作博弈算法, 依用户 SIR 需求, 通过功率控制实现用户公平共享频谱资源。文献[6]利用动态博弈理论研究了 CR 系统动态频率选择和功率分配, 通过合作机制提高算法性能。

上述研究主要采用静态博弈研究 CR 系统或其他系统的无线资源管理, 文献[3,6]虽采用重复博弈, 但重复博弈仅是时间间断、离散的动态博弈, 上述研究都不能很好描述实际 CR 系统时间连续的动态特性。时间为博弈添上了动态, 时间不间断性使动态博弈演进为微分博弈。针对 CR 系统体现的动态性, 考虑到微分博弈更贴近于实际 CR 系统时间连续性、更利于研究 CR 系统动态功率控制, 本文将微分博弈理论^[7]应用于 CR 系统功率控制, 建立了 CR 系统功率控制的非合作微分博弈模型, 提出了一种基于微分博弈的分布式非合作功率控制

2008-12-24 收到, 2009-09-28 改回

国家自然科学基金(60773074, 60872046, 60902042, 60903004),
国家 863 计划项目(2009AA01Z209)和北京市自然科学基金(4082020)
资助课题

通信作者: 张龙 iceberg206@163.com

(Distributed Noncooperative Power Control based on Differential Game, DNPCDG)算法, 获得了反馈纳什均衡解析解。仿真结果表明该算法可有效控制各认知用户(secondary user)发射功率, 增加系统吞吐量, 提高系统性能。

2 系统模型

图1给出一单小区移动通信系统。假设主用户(primary user)采用FDMA或TDMA多址方式, 对于授权频谱资源, 主用户不可能连续利用, 故易产生可被认知用户重新利用的频谱空穴。假设位于该小区的 n 个认知用户组成以基站为中心的CR系统, 认知用户集合为 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 。在时间 $[t_0, T]$ 内, 认知用户采用CDMA多址方式共享一段频谱空穴, 静止或低速移动。在时刻 $s \in [t_0, T]$, 认知用户 $i (i \in N)$ 的SIR为

$$\gamma_i(s) = \frac{W}{R} \frac{h_i p_i(s)}{\sum_{j \in N \setminus i} h_j p_j(s) + v^2} \quad (1)$$



图1 系统场景

其中 $p_i(s)$ 为 s 时刻认知用户 i 的发射功率, $0 \leq p_i(s) \leq \bar{p}_i$, 认知用户 i 的最大发射功率 \bar{p}_i 是认知用户 i 与CR系统基站距离 d_i 的单调递增函数, 假设 $\bar{p}_i = \mu d_i^5$, μ 为功率调整因子, $0 < d_i \leq d_{\text{radius}}$ (d_{radius} 为CR系统小区半径, d_i 由认知用户 i 感知外部环境获得); h_i 为认知用户 i 与CR系统基站间的信道增益, $h_i = A/d_i^\theta$ (A 为常量, θ 取值范围为 $[3, 6]$); v^2 为CR系统基站背景噪声功率且为常量; W 为扩频带宽, R 为信息传输速率, 则扩频处理增益为 $G = W/R$ 。认知用户 i 保证QoS的目标SIR为 γ_i^{tar} , 则要求 $\gamma_i(s) \geq \gamma_i^{\text{tar}}$ 。假设在AWGN信道或瑞利衰落信道下, 由文献[8]可知, s 时刻认知用户 i 的吞吐量为 $t_i(s) = \log_2(1 + k \cdot \gamma_i(s))$, 其中 k 为常量。为保证认知用户产生的干扰不对主用户造成影响, 认知用户 i 在 s 时刻发射功率应满足平均功率门限 p_{th} 要求: $\sum_{i \in N} p_i(s) \leq p_{\text{th}}$ 。

考虑认知用户 i 的 \bar{p}_i 不同, 引入2个代价函数 $C_i(p_i(s))$ 和 $D_i(x(s))$ 。 $C_i(p_i(s))$ 为 s 时刻认知用户 i 的功率削减代价函数, 表示为 $C_i(p_i(s)) = (\lambda/2) \cdot (p_i(s) - \bar{p}_i)^2$, λ 为功率削减因子且 $\lambda > 0$ 。认知用户 i 对主用户及其他认知用户造成的干扰影响表示为功率辐射危害代价函数 $D_i(x(s))$, 记为 $D_i(x(s)) = \pi x(s)$, 其中 π 为功率辐射危害代价因子且 $\pi > 0$, $x(s)$ 为 s 时刻累积功率辐射量。

3 基于微分博弈的分布式非合作功率控制算法

3.1 微分博弈模型

一般静态博弈表示为三元组 $\Gamma = \{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{U_i\}_{i \in N}\}$, 其中 N 为局中人(player)集合, S_i 为局中人 i 的策略集合, U_i 为局中人 i 的支付(payoff)函数集合, 假设局中人完全理性, 博弈结构及完全理性是共同知识。微分博弈不同于静态博弈, 微分博弈是连续时间动态博弈, 其局中人状态由一个确定微分方程的发展而变化。在 n 个局中人的微分博弈中, 局中人 $i (i \in N)$ 的支付函数为^[7]

$$\max_{u_i} \int_{t_0}^T g^i[s, x(s), u_1(s), \dots, u_n(s)] \exp[-r(s - t_0)] ds \quad (2)$$

其中 $x(s) \in X \subset R$ 为博弈状态变量(X 为状态空间), $u_i(s) \in U^i$ 为局中人 i 的控制(U^i 为控制空间), $s \in [t_0, T]$ 为博弈时间点, t_0 和 T 分别为博弈开始时刻和结束时刻, $g^i[s, x, u_1, \dots, u_n]$ 为局中人 i 的瞬时支付, $\exp[-r(s - t_0)]$ 为贴现因子(r 为贴现率)。在静态博弈中, u_i 为局中人 i 的策略, x 不存在。式(2)状态变量满足微分方程^[7]

$$\dot{x}(s) = f[s, x(s), u_1(s), \dots, u_n(s)], \quad x(t_0) = x_0 \quad (3)$$

其中 x_0 为初始状态, 函数 g^i 和 f 均可微。对于无限水平(infinite-horizon)微分博弈, T 为 ∞ , 其支付函数为

$$\max_{u_i} \int_{t_0}^{\infty} g^i[x(s), u_1(s), \dots, u_n(s)] \exp[-r(s - t_0)] ds \quad (4)$$

状态变量满足式(3)。

3.2 功率控制微分博弈模型

将功率辐射危害代价函数 $D_i(x(s))$ 中 $x(s)$ 理解为微分博弈的状态变量。认知用户 i 的瞬时支付为 $g^i = [C_i(p_i(s)) + D_i(x(s))]$, 其中 $p_i(s)$ 为认知用户 i 的控制。认知用户 i 的支付函数为

$$\min_{p_i} \int_{t_0}^T \exp(-rs) [C_i(p_i(s)) + D_i(x(s))] ds \quad (5)$$

其中 r 为贴现率。将2个代价函数代入式(5), 得

$$\min_{p_i} \int_{t_0}^T \exp(-rs) \left[\frac{\lambda}{2} (p_i - \bar{p}_i)^2 + \pi x \right] ds \quad (6)$$

状态变量满足微分方程

$$\dot{x}(s) = \sum_{i \in N} p_i(s) - \delta x(s), \quad x(t_0) = x_0 \quad (7)$$

其中 δ 为功率辐射吸收因子且 $\delta > 0$ 。

3.3 反馈纳什均衡

考虑动态优化问题 Γ_d ，目标函数为 $\max_u \left\{ \int_{t_0}^T g[s, x(s), u(s)] ds + q(x(T)) \right\}$ ，满足微分方程 $\dot{x}(s) = f[s, x(s), u(s)]$ ， $x(t_0) = x_0$ ，假设函数 g ， f 和 q 可微，可由 Bellman 动态规划求 Γ_d 的最优控制 $u^*(t)$ 。

定理 1 最优控制 $u^*(t) = \phi^*(t, x)$ 构成 Γ_d 的最优解，当且仅当存在连续可微函数 $V(t, x)$ ， $t \in [t_0, T]$ ，满足以下 Bellman 方程^[7]

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V(t, x)}{\partial t} &= \max_u \left\{ g[s, x, u] + \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} f[t, x, u] \right\} \\ &= \left\{ g[t, x, \phi^*(t, x)] + \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} f[t, x, \phi^*(t, x)] \right\} \\ V(T, x) &= q(x) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

考虑无限水平情况 Γ_d^∞ ，目标函数为 $\max_u \left\{ \int_t^\infty g[x(s), u(s)] \exp[-r(s-t)] ds \right\}$ ，满足微分方程 $\dot{x}(s) = f[x(s), u(s)]$ ， $x(t) = x$ ，假设函数 g 和 f 可微，可由推论 1 求 Γ_d^∞ 的最优控制 $u^*(t)$ 。

推论 1 最优控制 $u^*(t) = \phi^*(x)$ 构成 Γ_d^∞ 的最优解，当且仅当存在连续可微函数 $W(x)$ ，满足以下微分方程^[7]

$$\begin{aligned} rW(x) &= \max_u \left\{ g[x, u] + \frac{dW(x)}{dx} f[x, u] \right\} \\ &= \left\{ g[x, \phi^*(x)] + \frac{dW(x)}{dx} f[x, \phi^*(x)] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

由定理 1 和推论 1 可得式(3)，式(4)组成的无限水平微分博弈反馈纳什均衡解。

推论 2 控制 n 元组 $\{u_i^*(s) = \phi_i^*(x) \in U^i, i \in N\}$ 为式(3)、式(4)组成的无限水平微分博弈反馈纳什均衡解，当且仅当存在连续可微函数 $W^i(x)$ ，满足以下微分方程^[7]

$$\begin{aligned} rW^i(x) &= \max_{u_i} \left\{ g^i[x, \phi_1^*(x), \phi_2^*(x), \dots, \phi_{i-1}^*(x), \right. \\ &\quad \left. u_i, \phi_{i+1}^*(x), \dots, \phi_n^*(x)] + \frac{dW^i(x)}{dx} f[x, \phi_1^*(x), \right. \\ &\quad \left. \phi_2^*(x), \dots, \phi_{i-1}^*(x), u_i, \phi_{i+1}^*(x), \dots, \phi_n^*(x)] \right\} \\ &= \left\{ g^i[x, \phi_1^*(x), \dots, \phi_n^*(x)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{dW^i(x)}{dx} f[x, \phi_1^*(x), \dots, \phi_n^*(x)] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

对于非合作功率控制微分博弈模型，为便于求

解，放宽式(6)，式(7)的博弈时间间隔，讨论无限水平微分博弈，令 $t_0 = 0$ 。假设 $\{p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*\}$ 为反馈纳什均衡解析解，存在连续可微函数 $V^i(x)$ ， $i \in N$ ，由推论 2 可得微分方程

$$\begin{aligned} rV^i(x) &= \min_{p_i} \left\{ \frac{\lambda}{2} (p_i - \bar{p}_i)^2 + \pi x \right. \\ &\quad \left. + \frac{dV^i(x)}{dx} \left[\sum_{j \in N \setminus i} p_j^* + p_i - \delta x \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

对式(11)做最小化处理，得

$$p_i^* = \bar{p}_i - \frac{1}{\lambda} \frac{dV^i(x)}{dx} \quad (12)$$

将 p_i^* 代入式(11)，得

$$\begin{aligned} rV^i(x) &= \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{dV^i(x)}{dx} \right)^2 + \pi x \\ &\quad + \frac{dV^i(x)}{dx} \left[\sum_{i \in N} \left(\bar{p}_i - \frac{1}{\lambda} \frac{dV^i(x)}{dx} \right) - \delta x \right] \end{aligned} \quad (13)$$

求式(13)的微分方程，得

$$V^i(x) = \frac{\pi}{r(r+\delta)} \left[\frac{\pi}{2\lambda(r+\delta)} + \sum_{i \in N} \bar{p}_i - \frac{n\pi}{\lambda(r+\delta)} + rx \right] \quad (14)$$

将式(14)代入式(12)，得

$$p_i^* = \bar{p}_i - \frac{\pi}{\lambda(r+\delta)} \quad (15)$$

则非合作功率控制微分博弈反馈纳什均衡解为

$$\left\{ \bar{p}_1 - \frac{\pi}{\lambda(r+\delta)}, \bar{p}_2 - \frac{\pi}{\lambda(r+\delta)}, \dots, \bar{p}_n - \frac{\pi}{\lambda(r+\delta)} \right\} \quad (16)$$

认知用户 i 的 SIR 为

$$\gamma_i = \frac{Gh_i p_i^*}{\sum_{j \in N \setminus i} h_j p_j^* + v^2} \quad (17)$$

根据式(17)，系统总吞吐量为 $T = \sum_{i \in N} \log_2(1 +$

$$k \cdot \gamma_i) = \log_2 \left(\prod_{i \in N} (1 + k \cdot \gamma_i) \right)。$$

3.4 算法实现步骤

(1) 认知用户 i 由频谱感知获得频谱空穴，建立 CR 系统；

(2) 在 $t_0 = 0$ 时刻，初始化 CR 系统参数、平均功率门限 p_{th} 、认知用户 i 的发射功率 $p_i(t_0) = p_i^{\text{initial}}$ $\left(0 \leq p_i(t_0) \leq \bar{p}_i, \sum_{i \in N} p_i^{\text{initial}} \leq p_{th} \right)$ 、代价函数参数 λ 与 π 、贴现率 r 和功率辐射吸收因子 δ ；

(3) 认知用户 i 感知外部环境，实时获得与 CR 系统基站距离信息，更新 \bar{p}_i ；

(4) 认知用户 i 根据式(15)调整发射功率 $p_i(s)$ ，

若发射功率不满足 $\sum_{i \in N} p_i(s) \leq p_{th}$, 则 $p_i(s) = p_i^{initial}$, 返回(3); 若主用户出现在该频谱空穴上, 则认知用户 i 腾出信道, 返回(1); 否则返回(3)。

4 仿真与分析

假设位于单小区的 $n = 10$ 个认知用户组成 CR 系统, 认知用户分布在以 CR 系统基站为中心、半径为 $d_{radius} = 0.5$ km 圆形区域内, 与 CR 系统基站距离为 $d = [45, 80, 110, 200, 250, 320, 390, 430, 460, 500]$ m。10 个认知用户的平均功率门限 $p_{th} = 2.5$ W, 对于 n' 个认知用户, $p'_{th} = 0.25(n')^2$ W。信道增益为 $h_i = A/d_i^\theta$, 其中 $\theta = 4$, $A = 0.097$, CR 系统基站背景噪声功率为 $v^2 = 2 \times 10^{-15}$ mW, 扩频处理增益为 $G = 100$, 其中扩频带宽为 $W = 10^6$ Hz, 信息传输速率为 $R = 10^4$ b/s, 初始发射功率为 $p_i(0) = p_i^{initial} = 2.22 \times 10^{-16}$ mW, 目标 SIR 为 $\gamma_i^{tar} = 8$ 。其他仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

参数名称	参数值
功率调整因子 μ	2×10^{-14}
吞吐量常量参数 k	0.2
功率削减因子 λ	1.25×10^{-5}
功率辐射危害因子 π	5×10^{-3}
贴现率 r	0.05
功率辐射吸收因子 δ	0.03

为验证 DNPCDG 算法性能, 将文献[9]中经典 SIR-balancing 算法与 DNPCDG 算法做比较, SIR-balancing 算法功率更新迭代式为

$$p_i^{(l+1)} = (\gamma_i^{tar} / \gamma_i^{(l)}) p_i^{(l)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

图 2 给出了随着与 CR 系统基站距离 d_i 改变, 2 种算法的各认知用户发射功率性能比较。依图可知, 当 $d_i < 220$ m 时, SIR-balancing 算法的发射功率低于 DNPCDG 算法的发射功率, 当 $d_i > 220$ m 时, DNPCDG 算法的发射功率低于 SIR-balancing 算法的发射功率。因为随着 d_i 增加, SIR-balancing 算法

为保持恒定 SIR, 需消耗更多功率, 而 DNPCDG 算法的发射功率取决于 \bar{p}_i , 通过控制功率调整因子 μ , 可进一步降低发射功率。可见对于距 CR 系统基站较远的认知用户, 采用 DNPCDG 算法, 其发射功率较低, 性能优于 SIR-balancing 算法。

图 3 给出了随着与 CR 系统基站距离 d_i 改变, 2 种算法的各认知用户吞吐量性能比较。依图可知, 随着 d_i 增加, DNPCDG 算法的吞吐量呈较缓慢增长趋势, 比较平稳。当 $d_i < 430$ m 时, DNPCDG 算法的吞吐量高于 SIR-balancing 算法的吞吐量, 当 $d_i > 430$ m 时, SIR-balancing 算法的吞吐量高于 DNPCDG 算法的吞吐量, 且 SIR-balancing 算法的吞吐量增长趋势渐缓。因为在保证 SIR 前提下, DNPCDG 算法的吞吐量增加取决于 \bar{p}_i 的变化, 而 SIR-balancing 算法以消耗多余功率来换回恒定 SIR。可见对于距 CR 系统基站较近的认知用户, 采用 DNPCDG 算法, 其吞吐量较大, 性能优于 SIR-balancing 算法。

图 4 给出了认知用户随机分布在以 CR 系统基站为中心、半径为 0.5 km 小区内的场景。依此场景, 图 5 给出了 2 种算法在不同用户数下的总吞吐量性能比较。依图可知, 随着认知用户数的增加, DNPCDG 算法的总吞吐量要远大于 SIR-balancing 算法的总吞吐量, 且 DNPCDG 算法的总吞吐量增长趋势渐缓, 而 SIR-balancing 算法的总吞吐量呈下降趋势。因为随着认知用户数的增加, 认知用户间干扰加剧, SIR-balancing 算法为保持恒定 SIR, 认知用户发射功率无法有效控制, 导致功率消耗加剧, 影响着总吞吐量的提高; 而 DNPCDG 算法通过功率控制, 有效抑制了认知用户间干扰, 从而提高总吞吐量, 改善系统性能。

5 结束语

本文根据 CR 系统动态性特点, 将微分博弈应用于研究 CR 系统功率控制, 建立了功率控制非合

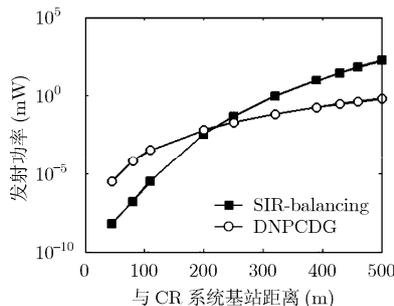


图 2 发射功率性能比较

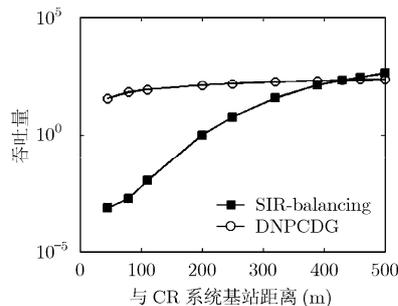


图 3 吞吐量性能比较

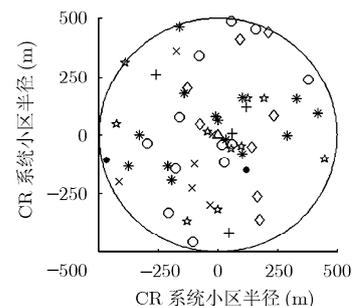


图 4 认知用户分布场景

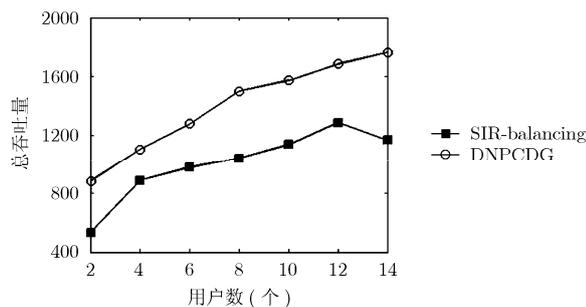


图 5 总吞吐量性能比较

作微分博弈模型,提出了一种基于微分博弈的分布式非合作功率控制算法,获得了反馈纳什均衡解析解。仿真结果表明,相比于经典 SIR-balancing 算法,本文提出的算法可有效控制认知用户的发射功率,增加系统吞吐量,提高系统性能。下一步工作是考虑 CR 系统的随机性和动态性,研究功率控制随机动态算法及多小区功率控制问题,进一步建立分布式合作功率控制微分博弈框架。

参 考 文 献

- [1] Mitola J and Maguire G. Cognitive radio: making software radios more personal. *IEEE Personal Communications*, 1999, 6(4): 13-18.
- [2] Haykin S. Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2005, 23(2): 201-220.
- [3] Neel J. Analysis and design of cognitive radio networks and distributed radio resource management algorithms. [Ph.D. dissertation], Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.

- [4] Niyato D and Hossain E. Radio resource management games in wireless networks: an approach to bandwidth allocation and admission control for polling service in IEEE 802.16. *IEEE Wireless Communications*, 2007, 14(1): 27-35.
- [5] 程世伦, 杨震. 基于信干比的认知无线电自适应功率控制算法. *电子与信息学报*, 2008, 30(1): 59-62.
Cheng S L and Yang Z. Adaptive power control algorithm based on SIR in cognitive radios. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(1): 59-62.
- [6] 邱晶, 邹卫霞. 认知无线电中的动态频率选择和功率控制研究. *系统仿真学报*, 2008, 20(7): 1821-1825.
Qiu J and Zou W X. Study on dynamic frequency selection and power control in cognitive radio networks. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(7): 1821-1825.
- [7] Yeung D and Petrosyan L. Cooperative Stochastic Differential Games. New York: Springer, 2005, Chap. 2 & 3.
- [8] Qiu X and Chawla K. On the performance of adaptive modulation in cellular systems. *IEEE Transactions on Communications*, 1999, 47(6): 884-895.
- [9] Koskie S and Gajic Z. A Nash game algorithm for SIR-based power control in 3G wireless CDMA networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2005, 13(5): 1017-1026.

张 龙: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为容迟与容断网络、认知无线电、空间通信、未来网络。

周贤伟: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 信息工程学院副院长, 研究方向为认知无线电、通信网安全、下一代网络、空间网络。

王建萍: 女, 1974 年生, 副教授, 研究方向为光纤通信、微波光子学、三网融合。