

## 双站 SAR 多 PRF 同步链同步方法

周良将<sup>①②</sup> 梁兴东<sup>①</sup> 丁赤飏<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所微波成像技术国防重点实验室 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100049)

**摘要:**收发单元之间的相位同步是双站合成孔径雷达的关键问题之一。针对实际双站 SAR 实验系统中所体现出的问题, 该文提出了一种多 PRF 同步链的双站合成孔径雷达同步方法, 该方法通过双向同步链实现高精度的随机相位误差测量; 并利用中国余数定理解算频率差测量中的模糊, 实现低同步频率条件下双站 SAR 单元频率源间慢变化频率差的无模糊测量。最后, 通过仿真验证了方法的有效性。

**关键词:**双站 SAR; 同步; 双向同步链; 中国余数定理

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)06-1338-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2008.01637

## Multi-PRF Link Method for Bistatic SAR Synchronization

Zhou Liang-jiang<sup>①②</sup> Liang Xing-dong<sup>①</sup> Ding Chi-biao<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Microwave Imaging Technology Laboratory, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Phase synchronization is a key issue in bistatic and multistatic Synthetic Aperture Radar (SAR) imaging. This paper discusses this issue based on experiment data, presents a multi-PRF link synchronization scheme, which solves frequency measurement ambiguities by using of Chinese remainder theorem and accurately estimates random phase by duplex multi-channel link with low synchronization frequency. The performance of presented scheme is analyzed in theory and demonstrated with simulations.

**Key words:** Bistatic SAR; Synchronization; Duplex synchronization link; Chinese Remainder Theorem(CRT)

### 1 引言

双站合成孔径雷达 (Bistatic Synthetic Aperture Radar, 双站 SAR) 是指收发系统分别安装在不同平台上的合成孔径雷达系统, 由于其收发系统分置的特性, 使得双站 SAR 相对于单站 SAR 具有获取更为丰富的目标信息、提高接收单元的隐蔽性和生存能力、成像模式更为灵活等优势<sup>[1]</sup>。同时也导致了收发系统之间同步、成像算法和运动补偿等更为复杂的问题<sup>[1]</sup>。

双站 SAR 时间同步误差和相位同步误差引起的原因是单元分别基于各自的基准频率源完成信号的调制解调和时间基准信号的产生, 基准频率源间的频率差导致接收回波信号的时变相位误差和时间同步误差。针对双站 SAR 同步误差补偿, 存在独立同步源法、锁相环同步法、同步链路同步方法。基于同步链的同步方法最早由 Eineder 等<sup>[2]</sup>提出, 通过收发单元间以一定重复频率互相发送同步信号来获

取单元间的同步误差。其后 Younis 等<sup>[3]</sup>在这方面进行了进一步研究, Krieger<sup>[4]</sup>和雷科<sup>[5]</sup>等人对同步链路的相关方法和应用进行了研究。但是基于单 PRF 同步链的同步方法存在频率差测量的模糊问题, 当单元间频率差大于同步信号重复频率时, 导致测量模糊而不能准确测量单元间同步误差, 需要采用其它的辅助方法来实现高精度的时间同步。

本文提出了一种扩展同步链的双站 SAR 同步方法, 采用多 PRF 的同步通信链路实现双站 SAR 单元间的同步, 在实现随机相位误差测量的基础上, 基于中国余数定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 完成收发单元间频率差测量的解模糊, 实现时变频率差的高精度测量, 完整获取单元间频率源特性的差异, 从而实现高精度的相位同步误差补偿, 并可通过相位误差与时间误差间的关系实现高精度的时间同步误差补偿。

本文第 2 节对双站 SAR 时间相位同步误差做简要描述; 第 3 节提出基于扩展同步链的同步方法; 第 4 节为仿真结果。

## 2 同步误差分析

双站 SAR 的相位、时间同步问题的根本来源是由于收发单元分别使用不同的基准频率源完成雷达信号的调制、变频和解调<sup>[1]</sup>。SAR 系统中常用的石英晶体振荡器输出信号的频率可表示为<sup>[6]</sup>

$$f(t) = f_0 + f_{\text{drift}}(t) + f_n(t) \quad (1)$$

其中  $f_0$  为振荡器的标称频率,  $f_{\text{drift}}(t)$  为振荡器噪声、外界环境变化等因素引起的振荡器频率漂移,  $f_n(t)$  为振荡器频率噪声。设  $t_0$  时刻振荡器频率的漂移量为  $f'_0$ , 振荡器的时变频率为  $f_d(t) = f'_{\text{drift}}(t) + f'_n(t)$ , 则可将振荡器的输出频率表示为

$$f'(t) = f_0 + f'_0 + f_d(t), \quad t \geq t_0 \quad (2)$$

则振荡器输出信号的相位为

$$\varphi(t) = 2\pi(f_0 + f'_0)t + 2\pi \int_{t_0}^t f_d(t)dt, \quad t \geq t_0 \quad (3)$$

设收发单元基准频率源相位特性分别为  $\varphi_T(t)$ ,  $\varphi_R(t)$ , 雷达信号载频  $f_{\text{cradar}}$ , 为基准频率源频率的  $M$  倍, 发射单元在  $t_0$  时刻发射信号, 雷达信号传输时延  $\tau_{\text{radar}}$ , 可将双站 SAR 系统中由于收发单元基准频率源非相干引入的相位误差表示为

$$\Delta\varphi(t) = M[\varphi_T(t - \tau_{\text{radar}}) - \varphi_R(t)] = 2\pi M \cdot \left[ (f'_{T0} - f'_{R0})t + \int_{t_0}^{t - \tau_{\text{radar}}} [f_{T-d}(u) - f_{R-d}(u)]du \right] \quad (4)$$

图 2(a)所示为双站 SAR 实验系统从系统开机起 11 h 内本振频率源频率差随时间变化测量结果(测量值为  $M=975$  条件下获得), 图 2(b)所示为工作约 4 h 后所测量的 300 s 时间内频率差变化情况。由测量数据可得,  $\Delta f_0$  受振荡器噪声、系统工作状态等因素的影响, 数小时内变化可超过 100 Hz, 在 20 天时间内, 频率差的变化达到约 800 Hz。对于机载 SAR 系统而言, 这一频率变化可通过地面标定来校准; 而星载 SAR 系统则不具备这个条件, 星载 SAR 重返周期一般在 10 余天至二十余天, 少量的

地面定标场难以满足标定需求, 大量地面定标场则需要耗费大量人力物力, 且星载 SAR 系统对数据率有严格要求, 这就需要一种较低 PRF 的不模糊同步方法。

在 SAR 系统中, 随机相位误差导致主瓣展宽、旁瓣不对称、积分旁瓣比下降等问题<sup>[7,8]</sup>; 而线性相位误差则会导致图像的方位向漂移和距离向漂移; 在干涉 SAR 中, 相位误差还会影响高程测量精度, 一般干涉成像需要 10 s 内相位同步精度优于  $3^\circ$ , 换算成频率差导致的相位误差, 则要求频差补偿精度优于 0.001 Hz。另一方面, 时间同步误差中的主要影响为频差  $\Delta f_0$  导致的线性时间误差。一般 SAR 成像中需要脉冲间的时间同步精度为距离向时间分辨率的 1/10, 实现米级分辨率需要频率差补偿精度优于 0.01 Hz。

## 3 多 PRF 扩展同步链方法

当频率差  $\Delta f_0$  较大导致  $M\Delta f_0$  大于同步链的同步信号重复频率  $f_{\text{sync}}$  时, 会出现频率测量模糊的现象, 测量所得频率差  $\Delta\hat{f}_0 = \text{mod}(\Delta f_0, f_{\text{sync}})$ 。该问题可通过提高系统稳定性和晶振稳定度来缩小频率差的变化范围来避免模糊, 并通过周期性的系统标定来测量频率差的漂移, 如 TanDEM<sup>[4]</sup>中所采用的方式; 或提高同步信号的重复频率来解模糊。前者需要较为复杂的系统, 并对晶振的稳定度要求很高; 后者较易实现, 但要求  $f_{\text{sync}} > \max(\Delta f_0)$ , 导致同步信号数据率较大, 在一些数据率受限的 SAR 系统中, 如星载 SAR 系统, 则难以适用。为此, 本文提出一种具有低 PRF, 大的不模糊频率测量区间, 高精度频率差测量特点的多 PRF 同步链方法。

### 3.1 中国余数定理简述

中国余数定理(Chinese Remainder Theorem, CRT)在雷达领域有着长期而广泛的应用, 如测距雷达中的距离测量解模糊等。众多学者对 CRT 及其应用进行了深入研究, 在此将该定理做简要描述。

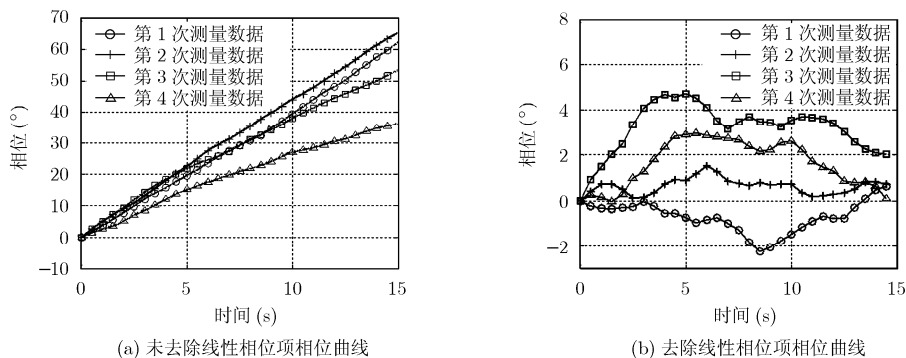


图 1 双站 SAR 实验系统 4 次 15 s 时间长度同步相位误差测量结果(X 波段  $M=975$ )

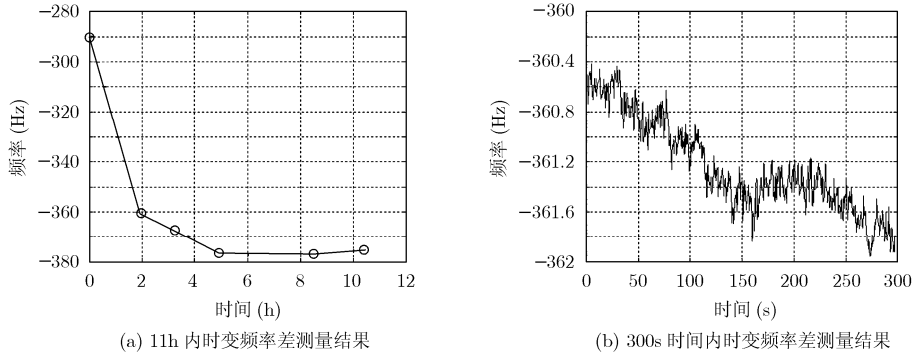


图 2 双站 SAR 实验系统时变频率差测量结果(X 波段  $M = 975$ )

设  $N$  为一正整数,  $\{m_1, m_2, \dots, m_L\}$  为一正整数集合, 不失一般性, 设集合中的各元素两两互质。则整数  $N$  对于集合中各元素的余数为

$$R_i \equiv N \pmod{m_i}, \quad 1 \leq i \leq L \quad (5)$$

在已知余数集合  $\{R_1, R_2, \dots, R_L\}$  和集合  $\{m_1, m_2, \dots, m_L\}$  的条件下, 可求解出  $N$

$$N = \text{mod} \left( \sum_{i=1}^L R_i \beta_i \gamma_i, M \right) \quad (6)$$

其中  $M = \prod_{l=1}^L m_l$ ,  $\gamma_i = M/m_i$ ,  $\beta_i$  为满足  $\text{mod}(\gamma_i \beta_i, m_i) \equiv 1$  的最小正整数。当  $N$  小于  $M$  时,  $N$  可以由式(6)唯一确定。

### 3.2 多 PRF 同步链

如图 3 所示, 多 PRF 同步链为一个多通道双向通信链, 收发单元以一定的重复频率相互传输同步信号。图 4 为多 PRF 同步链的时频示意图, 同步链由  $Nk$  个通道组成, 每个通道载频为  $f_{\text{sync}_k}$ ,  $k = 1, 2, \dots, Nk$ , 相应的脉冲重复频率为  $\text{PRF}_k, k = 1, 2, \dots, Nk$ 。

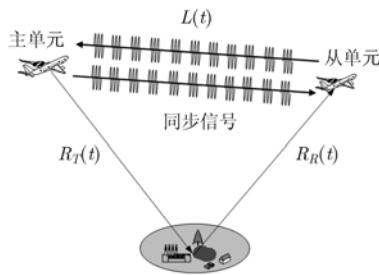


图 3 多 PRF 同步链示意图

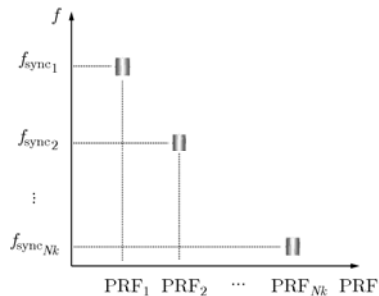


图 4 多 PRF 同步通道时频示意图

假设每个通道中, 主单元传输至从单元的同步信号相位为  $\varphi_{M-S-k}(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, Nk$ , 从单元传输至主单元的同步信号相位为  $\varphi_{S-M-k}(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, Nk$ , 并假设其中由单元间的相对速度引起的多普勒相位已被补偿, 则每个通道所测量的同步相位误差为<sup>[3]</sup>

$$\varphi_k(t) = \frac{\varphi_{M-S-k}(t) - \varphi_{S-M-k}(t)}{2}, \quad k = 1, 2, \dots, Nk \quad (7)$$

每个通道测量得到的频率差为  $\Delta f_k$

$$\Delta f_k = \text{mod} \left( \Delta f_0 \frac{f_{\text{sync}_k}}{f_{\text{osc}}}, \text{PRF}_k \right), \quad k = 1, 2, \dots, Nk \quad (8)$$

则双站 SAR 单元间频率源随机相位误差为

$$\varphi_n(t) = \frac{1}{Nk} \sum_{l=1}^{Nk} \frac{f_{\text{osc}}}{f_{\text{sync}_l}} \varphi_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, Nk \quad (9)$$

令  $\text{PRF}'_k = \text{PRF}_k \frac{f_{\text{osc}}}{f_{\text{sync}_k}}$ , 可将式(8)表示为

$$\Delta f'_k = \Delta f_k \frac{f_{\text{osc}}}{f_{\text{sync}_k}} = \text{mod}(\Delta f_0, \text{PRF}'_k), \quad k = 1, 2, \dots, Nk \quad (10)$$

已知  $\Delta f'_k$  求解  $\Delta f_0$  的问题与中国余数定理问题类似; 然而中国余数定理针对的是整数问题; 在采用中国余数定理求解  $\Delta f_0$  时, 需要将式(10)转化为一个整数方程。选择频率测量精度  $dF$  为频率量化步进, 使  $\text{PRF}'_k (k = 1, 2, \dots, Nk)$  满足

$$\text{PRF}'_k = m_k dF, \quad k = 1, 2, \dots, Nk \quad (11)$$

其中  $m_k (k = 1, 2, \dots, Nk)$  互质, 则式(8)可表示为

$$F_k = R_k dF = \Delta f'_k + \varepsilon_k \quad (12)$$

$$R_k = \text{mod}([\Delta f_0/dF], m_k) \quad (13)$$

$$|\varepsilon_k| \leq dF/2 \quad (14)$$

式中  $[\bullet]$  为按四舍五入取整运算, 令  $m = \prod_{l=1}^{Nk} m_l$ ,

$\gamma_k = m/m_k$ ,  $\beta_k$  是满足  $\text{mod}(\gamma_k \beta_k, m_k) = 1$  的最小整

数, 当  $\Delta f_0 \leq m \cdot dF$  时,  $\Delta f_0$  唯一确定, 其估计结果为

$$\Delta \hat{f}_0 = \text{mod} \left( \sum_{l=1}^{N_k} \beta_l \gamma_l R_l, m \right) \cdot dF \quad (15)$$

在不考虑  $\Delta f_k$  检测精度条件下, 估计精度

$$\left| \Delta \hat{f}_0 - \Delta f_0 \right| \leq \frac{dF}{2} \quad (16)$$

双站 SAR 雷达回波信号的相位同步误差为

$$\Delta \hat{\varphi}(t) = 2\pi M \left[ \Delta \hat{f}_0 t + \varphi_n(t) \right] \quad (17)$$

其中  $t$  为由某个参考点为起始时刻的时间变量。比较式(4), 式(17)可知, 式(17)为双站 SAR 单元间相位误差的完整估计, 使用  $\Delta \hat{\varphi}(t)$  可实现随机相位误差和线性相位误差的补偿。

### 4 仿真结果

为了验证本文方法的可行性和有效性, 选择表 1 所示参数对本文所提方法进行了计算机仿真, 并在同步信号中加入高斯白噪声, 以仿真不同信噪比下的估计效果。由仿真参数可得, 最大可测量的频率源间频率差为 891.527 Hz, 当双站 SAR 单元间频率源频率差小于 891.527 Hz 时, 估计结果  $\Delta \hat{f}_0 = (431068 \cdot R_1 + 36764 \cdot R_2 + 423696 \cdot R_3)dF$ 。

为分析不同信噪比下方法的估计效果, 对不同的频率差在不同信噪比下仿真估计, 统计满足  $|\Delta \hat{f}_0 - \Delta f_0| \leq dF/2$  的估计结果, 仿真结果如图 5 所示。在信噪比低于 10 dB 时, 同步信号的频率检测误差导致很大的估计误差, 在信噪比 0 dB 时, 本文方法估计结果完全不满足条件。随着信噪比的提高, 估计结果满足条件的几率迅速增加, 当信噪比大于 15 dB 时, 本文方法具有很好的估计精度。能够满足分析中的频率差估计精度  $|\Delta \hat{f}_0 - \Delta f_0| \leq dF/2$ 。图 6 为不同信噪比下采用随机相位估计值对随机相位误差进行补偿后残余相位误差的均方根, 当信噪比

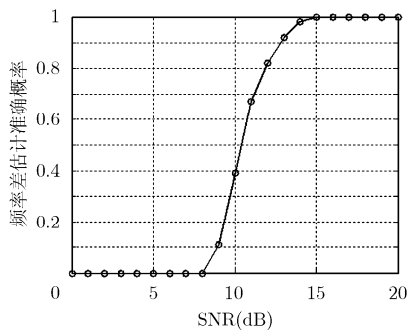


图 5 频差测量准确率与 SNR 间的关系

(采用 Monte Carlo 方法仿真分析, 在多次仿真结果中, 满足  $|\Delta \hat{f}_0 - \Delta f_0| \leq dF/2$  条件的, 认为该结果估计准确, 将估计准确的结果数除以总的仿真次数即得到频率差估计准确概率)

表 1 仿真参数表

参数	数值
频率源单边相位噪声功率谱	$S_{\varphi}(f) = 10^{-9.5} f^{-4} + 10^{-9} f^{-3} + 10^{-20} f^{-2} + 10^{-13} f^{-1} + 10^{-15.5}$
频率源标称频率 $f_{osc}$	10 MHz
频率分辨率 dF	0.001 Hz
雷达系统工作频率	9.6 GHz
同步频率 $f_{sync_1}$	3.21 GHz
通道频率 $f_{sync_2}$	3.22 GHz
频率 $f_{sync_3}$	3.23 GHz
同步通道 $m_1$	91 $\rightarrow$ PRF <sub>1</sub> = 29.211 Hz
PRF $m_2$	97 $\rightarrow$ PRF <sub>2</sub> = 31.234 Hz
选择 $m_3$	101 $\rightarrow$ PRF <sub>3</sub> = 32.623 Hz

高于 24 dB 时, 随机相位误差补偿后残余误差小于 3°(RMS); 随着信噪比的进一步提高, 还可以获取更高精度的补偿效果。

### 5 结论

本文在双站 SAR 同步链同步方法的基础上, 提出了一种扩展的多 PRF 同步链方法, 基于中国余数定理, 实现了同步误差中频率差测量的解模糊, 从而可使用较低同步频率的同步链路实现双站 SAR 单元间线性频率误差和随机频率误差的高精度测量与补偿, 降低双站 SAR 系统对辅助误差校正手段的依赖。当信噪比较高时, 能够获取高精度的时间相位同步效果。相位补偿问题是双站 SAR 中的关键问题, 限于篇幅, 本文侧重的说明和分析了相位同步误差的估计问题, 相位的补偿问题将在进一步工作中说明。

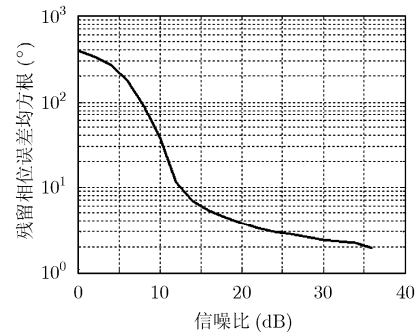


图 6 相位误差补偿残留误差仿真结果

中国余数定理在余数存在误差时, 将导致很大的估计误差。而同步方法中对频率的估计是在有噪声条件下进行的, 其估计误差会直接影响频率差估计结果, 这一问题将在进一步的工作中分析。

### 参 考 文 献

- [1] Willis N. Bistatic Radar [M]. Boston, MA: Artech House, 1991, Chapter 1.
- [2] Eineder M. Oscillator clock drift compensation in bistatic interferometric SAR [C]. Geoscience and Remote Sensing Symposium 2003, IGARSS'2003 Proceedings, Toulouse, France, 2003, Vol.3: 1449-1451.
- [3] Younis M, Metzger R, and Krieger G. Performance prediction of a phase synchronization link for bistatic SAR [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(3): 429-433.
- [4] Krieger G, Moreira A, Fiedler H, and Hajnsek I. TanDEM-X: A satellite formation for high-resolution SAR interferometry [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(11): 3317-3336.
- [5] 雷科, 汪学刚, 公岷. 基于双向同步技术的机载双站 SAR 同步研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(4): 641-643.  
Lei Ke, Wang Xuegang, and Gong Min. Airborne bistatic SAR technique research based on two-way synchronization. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(4): 641-643.
- [6] Barnes J A. Atomic timekeeping and the statistics of precision signal generators [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1966, 54(2): 207-220.
- [7] Krieger G and Younis M. Impact of oscillator noise in bistatic and multistatic SAR [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2006, 3(3): 424-428.
- [8] 张升康, 杨汝良. 振荡器相位噪声对双站 SAR 成像影响分析 [J]. *测绘技术学报*, 2008, 22(1): 7-12  
Zhang Sheng-kang and Yang Ru-liang. Analysis of oscillator phase noise effects on bistatic SAR imaging [J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2008, 22(1): 7-12.
- 周良将: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为合成孔径雷达系统设计、系统误差补偿及其相关信号处理技术。
- 梁兴东: 男, 1973 年生, 研究员, 研究方向包括雷达系统设计及雷达信号处理技术等。
- 丁赤飏: 男, 1969 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为先进合成孔径雷达系统和信号处理技术、数字信号处理、信息系统技术等。