

## 一种基于 APPA 的码辅助载波同步算法

徐俊辉 刘朝生 张忠培

(电子科技大学抗干扰国家级重点实验室 成都 610054)

**摘要:** 在低信噪比环境下, 小的频偏和相偏的存在会使 Turbo 编码系统的译码性能恶化, 所以必须结合迭代译码系统, 对信号的残留频偏和相差进行估计。该文提出一种改进的残留频偏载波相位估计算法——后验概率辅助 (APPA) 相位估计, 该算法将译码器输出的外信息用于辅助迭代的相位估计。环路滤波器将相位误差信号转换成控制信号, 控制数控振荡器的输出, 这样可以得到待估计的相位误差。仿真表明, 在极低信噪比下 (比如,  $\text{SNR} < -7.8$  dB) 该算法在同时存在频偏和相偏的时候能正常工作, 其性能非常接近理想同步条件下的性能。

**关键词:** 后验概率辅助; Turbo 码; 载波同步

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)12-2834-04

## A Code-Aided Carrier Synchronization Algorithm Based on APPA

Xu Jun-hui Liu Zhao-sheng Zhang Zhong-pe

(National Key Laboratory of Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** The residual frequency and phase offset will make obvious degradations on the Turbo decoding performance under low SNR conditions, and it must introduce some coded-aided carrier synchronization algorithm for the phase estimation. In this paper, an improved residual carrier frequency offset estimation algorithm based on APPA (*A Priori Probability Aided*) phase estimation is proposed. It uses the extrinsic information obtained from the turbo decoder to aid an iterative phase estimation process. And the loop filter converts the phase error signal to a control word that is used to bias the numerically controlled oscillator. The simulation results show that the algorithm performs successfully with small frequency offset and phase offset at very low SNR (for example,  $\text{SNR} < -7.8$  dB) and its performance is very close to the optimally synchronized system.

**Key words:** *A Priori Probability Aided* (APPA); Turbo code; Carrier synchronization

### 1 引言

研究表明 Turbo 码和 LDPC 码具有接近香农限的性能<sup>[1,2]</sup>, 它们已经被广泛应用到深空通信<sup>[3]</sup>、数字视频广播 (DVB-RCS) 等领域中。在低信噪比条件下, 这两种编码系统对载波频率和相位的同步要求很严格, 即使存在小的频偏和相偏也会使系统的性能恶化。因此数据在进入译码器前必须采用适当的技术使其能够精确地同步。然而, 在极低信噪比环境下, 精确的载波同步是一个很困难的问题, 比如, 采用 BPSK 调制, Turbo 码编码器的码率为 1/6, 当  $\text{SNR} < -7.8$  dB 时, 很少的无线接收机能实现同步<sup>[3]</sup>。本文提出一种改进的 APPA 算法可以在该种环境下的载波同步。

传统的相位估计算法主要是无编码辅助算法

(NCA), 这些算法在极低信噪比环境下很难对相位进行精确的估计。近年来, 一种编码辅助 (CA) 的相位估计算法由于在极低信噪比环境下具有优越的性能而得到广泛的研究。文献[4]系统地比较 NCA, DA, CA 的性能, 在低信噪比环境下, CA 性能与 DA 相当, 但明显优于 NCA。文献[5-7]均给出了基于 EM 算法的载波相位迭代估计方法。文献[8]则给出了另一种软信息判决辅助的载波相位估算法。这些算法都是利用译码器输出的软信息估计相关的参数。文献[9]提出了一种迭代的面向软判决的载波恢复算法, 该方法使用了训练序列。文献[10]提出了一种 CL (Costas Loop) 算法, 其基本思想是, 环路利用 LDPC 译码器输出的软信息得到调制信号, 然后反馈接收机前端, 用于移除已接收信号中的调制信号, 之后该信号可以用于载波相位的提取。仿真表明, 该算法可以工作在很低的信噪比环境下 (比如,  $\text{SNR} < -7$  dB)。文献[11]提出了一种 APPA (*A Priori Probability Aided*) 相位估计算法, 是一种基

2008-11-26 收到, 2009-06-15 改回

国家自然科学基金(60602008)和国家 863 计划项目(2006AA01Z269, 2007AA01Z299)资助课题

于最大似然准则的编码辅助迭代相位估计算法，仿真显示该算法在极低信噪比环境下仍可准确地估计相偏信息，不过，只能工作在零频偏条件下<sup>[9]</sup>。本文提出了一种改进的 APPA 算法，以适用于具有一定残余频偏的载波相位估计。仿真表明，该算法在同时存在频偏和相偏的时候能正常工作，其性能非常接近理想同步条件下的性能，能纠正的相偏可达到  $80^\circ$ 。

本文的结构如下，首先介绍算法的系统模型，之后介绍改进的残留频偏下的载波相位恢复估计算法，接下来给出算法的数值仿真结果，最后是对全文的总结。

## 2 系统模型

本文给出的算法和仿真模型都是基于图 1 的系统模型。编码系统为 Turbo 码编码系统，码率为  $1/6$ ，总共的译码迭代次数为 36 次。采用的调制方式为 BPSK，编码后帧长为 2400 bit。

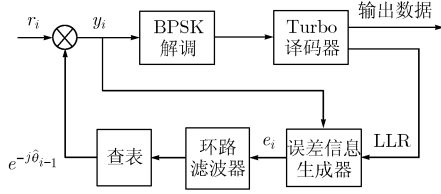


图 1 基于 APPA 的码辅助载波同步算法结构框图

接收到的符号可以表示为

$$r_i = C_i \exp(j(2\pi i \Delta f T_s + \theta)) + n_i = A_i \exp(j\phi_{in}) \quad (1)$$

其中， $C_i$  为单位能量的 BPSK 符号， $A_i$  为  $r_i$  的幅度， $\Delta f$  为残留的载波频偏， $T_s$  为符号周期， $\theta$  为待估计的载波相位，且假设在一帧内  $\theta$  是固定的， $n_i$  为复数零均值、功率为  $\sigma^2$  高斯白噪声过程。

解旋以后的符号可以表示为

$$y_i = C_i \exp(j(2\pi i \Delta f T_s + \theta)) + n_i = A_i \exp(j\phi_{in}) \quad (2)$$

## 3 Turbo 码编码器结构

本设计中采用的编码器是图 2 所示的 SCCC(串行级联卷积码)，外编码器的码率为  $1/2$ ，内编码器的码率是  $1/3$ 。

信息序列  $\{u\}$  经过外编码器后得到码字序列  $\{c^0\}$ ， $\{c^0\}$  经过交织器后得到新的码字序列  $\{u^1\}$ ，再经过内编码器得到码字序列  $\{c^1\}$ ，经调制后送到信道。整个编码系统的码率为  $R = R_1, R_2 = 1/6$ 。

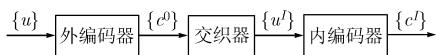


图 2 SCCC 编码器结构

## 4 基于 APPA 的码辅助载波同步算法

假设信道为高斯白噪声信道，噪声的方差为  $\sigma^2$ ，调制方式 BPSK，且假设即时相偏为  $\phi = \phi_{固有} + 2\pi t \cdot \Delta f$ ，定义：

$$\Lambda(\phi) = \exp[(1/\sigma^2) \operatorname{Re}(r_i s_i^*(\phi))] \quad (3)$$

采用 BPSK 调制时， $s_i$  只有两种情况，即

$$\left. \begin{aligned} s(0, \phi) &= -\exp(j\phi) \\ s(1, \phi) &= \exp(j\phi) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于 Turbo 系统，在第 1 次迭代之前是没有先验信息可以利用的，但是可以用传输的符号概率来代替，用  $P_i(m)$  表示，利用这些概率值对似然函数求平均值，这样可以求得第  $i$  个符号的对数似然函数 (LLF)。

$$\Lambda_L^i(\phi) = \log \left\{ \sum_{m=0}^1 P_i(m) \exp \left[ \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}(r_i s_i^*(\phi)) \right] \right\} \quad (5)$$

定义对数似然比  $L(i)$  为

$$L(i) = \lg \left( \frac{P(d_i = 1)}{P(d_i = 0)} \right) \quad (6)$$

对于二进制转移信道， $P(d_i = 1) + P(d_i = 0) = 1$ ，因此有

$$\left. \begin{aligned} P(d_i = 1) &= \frac{\exp(L(i))}{1 + \exp(L(i))} \\ P(d_i = 0) &= \frac{1}{1 + \exp(L(i))} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将式(6)和式(7)代入式(5)可以得到

$$\begin{aligned} \Lambda_{L, \text{BPSK}}^i(\phi) &= \lg \left\{ \sec h \left( \frac{L(i)}{2} \right) \cdot \cosh \left[ \frac{L(i)}{2} + \frac{A_i \cos(\phi - \phi_i)}{\sigma^2} \right] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

现将式(8)扩展成傅里叶级数的形式有

$$\begin{aligned} \Lambda_{L, \text{BPSK}}^i(\phi) &= a_0^i + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n^i \cos(n(\phi - \phi_i)) + b_n^i \sin(n(\phi - \phi_i))] \quad (9) \end{aligned}$$

按照下面的形式定义傅里叶系数：

$$\left. \begin{aligned} a_n^i &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda_L^i(\phi) \cos(n\phi) d\phi \\ b_n^i &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Lambda_L^i(\phi) \sin(n\phi) d\phi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

因为 2 次以上的谐波是非常小的，所以可以用式(11)来逼近 LLF，

$$\Lambda_{L, \text{BPSK}}^i(\phi) \approx a_0^i + a_1^i \cos(\phi - \phi_i) + a_2^i \cos(2\phi - 2\phi_i) \quad (11)$$

忽略常数项  $a_0^i$ ，则式(11)可以写成

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_{L, \text{BPSK}}^i(\phi) &= a_1^i \cos(\phi - \phi_i) + a_2^i \cos(2\phi - 2\phi_i) \\ &= \omega_1 \cos(\phi - \theta_1) + \omega_2 \cos(2\phi - \theta_2) \quad (12) \end{aligned}$$

对于第  $i$  个符号有

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 \cos(\theta_1) &= a_1^i \cos(\phi_i) \\ \omega_1 \sin(\theta_1) &= a_1^i \sin(\phi_i) \\ \omega_2 \cos(\theta_2) &= a_2^i \cos(2\phi_i) \\ \omega_2 \sin(\theta_2) &= a_2^i \sin(2\phi_i) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中  $\omega_k$  为第  $k$  次谐波的幅度,  $\theta_k$  为第  $k$  次谐波的相位。

为得到相偏的最大似然估计, 对式(12)求导,

有

$$\frac{d\tilde{\Lambda}_{L,BPSK}}{d\phi} = \omega_1 \sin(\phi - \theta_1) + 2\omega_2 \sin(2\phi - \theta_2) = 0 \quad (14)$$

当  $x$  很小时,  $\sin x \approx x$ , 所以

$$\frac{d\tilde{\Lambda}_{L,BPSK}}{d\phi} \approx \omega_1(\phi - \theta_1) + 2\omega_2(2\phi - \theta_2) = 0 \quad (15)$$

从式(15)可以得到  $\phi$  的最大似然估计。

$$\tilde{\phi}_{ML} = (\omega_1\theta_1 + 2\omega_2\theta_2) / (\omega_1 + 4\omega_2) \quad (16)$$

环路滤波器采用的是文献[11]设计的滤波器, 其传递函数可以用式(17)表示,

$$H(z) = (K_p + K_i z^{-1}) / (1 - z^{-1}) \quad (17)$$

其中,  $K_p$ ,  $K_i$  为环路滤波器的增益系数, 其值越大, 则收敛越快, 相反收敛速度越慢, 在低信噪比下, 这两个参数需要精确的设计才能使算法取得较好的性能。

## 5 仿真结果

为了验证改进的残留频偏下的载波相位估计算法, 本文基于第 2 节给出的系统模型和参数进行了如下仿真。图 3 给出的是改进 APPA 算法的跟踪性能曲线, 从图可以看出, 算法在较短的时间内就可以稳定, 且抖动小于  $5^\circ$ 。

图 4 给出了本文的估计算法在不同频偏下的误比特率性能。可以看出, 算法能容忍的残留频偏的范围是 100 ppm 以内。实际上, 可以通过减小每帧的比特数提高频偏的捕获范围。图 5 给出了本文提

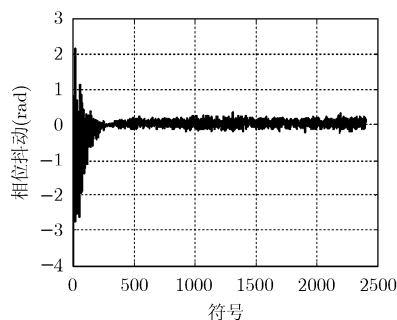


图3 本文算法的跟踪性能

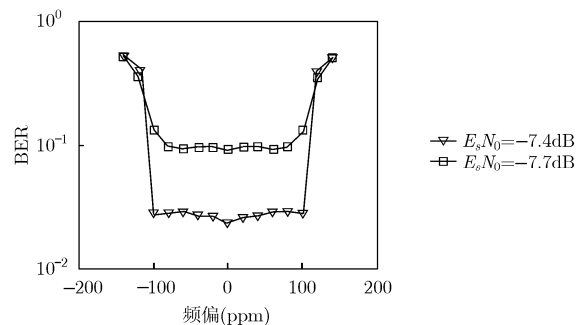


图4 残留频偏对本系统性能的影响

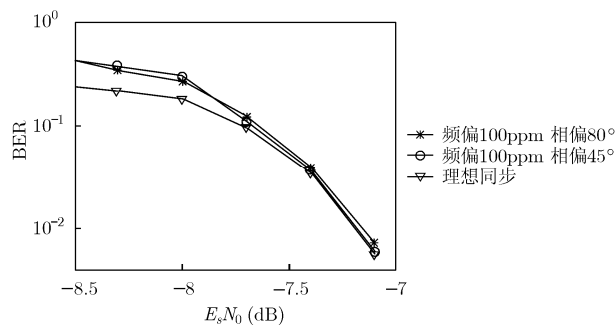


图5 基于 APPA 的码辅助载波同步算法性能

出的残留频偏条件下的码辅助载波同步算法的误比特率性能曲线, 只要在相位估计器的收敛范围内, 系统的误比特率性能接近理想同步条件下的 Turbo 码译码性能。

## 6 结论

Li 和 Burr 提出的 APPA 算法是对数据块进行处理, 之后求出相位误差信息的平均值, 这种统计的方法的好处就是估计精度较高, 缺点是只能工作在零频偏条件下。本文提出的改进算法是对每个符号进行处理, 因此能适用于具有一定残余频偏下的载波相位估计, 仿真结果表明, 该算法能在同时存在相偏和频偏且在极低信噪比环境下实现载波同步, 性能接近理想同步情况下的性能。

## 参考文献

- [1] Gallager R G. Low density parity check codes [J]. *IRE Transactions on Information Technology*, 1962, 8(3): 208-220.
- [2] Berrou C, Blavieux A, and Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes[C]. Proceedings of 1993 IEEE International Conference on Communications, Geneva: ICC, 1993: 1064-1070.
- [3] Kenneth, Andrews S, Dolinar S, and Jones R, et al. The development of turbo and LDPC codes for deep-space applications [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(11): 2142-2156.
- [4] Nele N and Heidi S. Performance analysis of ML-based feedback carrier phase synchronizers for coded Signal[J].

- IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(3): 1129–1136.
- [5] Noels N, Herzet C, and Dejonghe A. Turbo synchronization: an EM algorithm interpretation [J]. *IEEE International Conference on Communications, Alaska*, 2003, 4(11–15): 2933–2937.
- [6] Kim Pansoo, Choi Kwonhue, and Song Yun-Jeong. Joint carrier recovery and Turbo decoding method for TDMA burst MODEM under very low SNRs[C]. Vehicular Technology Conference, VTC 2006 -Spring, Piscataway, 2006, Vol.5: 2198–2200.
- [7] Pan Xiao-hui, Liu Ai-jun, and Zhang Bang-ning, *et al.* Code-aided iterative carrier estimation in presence of residual frequency offset [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(2): 404–409.
- [8] Oh Wangrok and Cheun Kyungwhoon. Joint decoding and carrier phase recovery algorithm for Turbo codes [J]. *IEEE Communications Letters*, 2001, 5(9): 375–377.
- [9] Rahamim Y, Freedman A, and Reichman A, *et al.* ML iterative soft-decision-directed (ML-ISDD): A carrier synchronization system for short packet turbo coded communication [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7): 1169–1177.
- [10] Valles E, Jones C, and Villasenor J, *et al.* Carrier and timing synchronization of BPSK via LDPC code feedback [C]. Proc. IEEE. Asilomar Conference on Signal System and Computers, Asilomar, 2006: 2177–2181.
- [11] Zhang Li and Burr A G. Iterative carrier phase recovery suited to Turbo-coded systems [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(6): 2267–2276.
- 徐俊辉：男，1983 年生，硕士生，研究方向为无线通信、移动通信。
- 刘朝生：男，1984 年生，硕士生，研究方向为无线通信、移动通信。
- 张忠培：男，1967 年生，教授，博士生导师，研究方向为移动通信与抗干扰通信技术及理论。