

一种消除误差累积的多级快速独立分量分析算法

姚俊良^① 杨小牛^② 李建东^① 张 琰^① 韩维佳^①

^①(西安电子科技大学综合业务网理论及关键技术国家重点实验室 西安 710071)

^②(中国电子科技集团公司第三十六研究所 嘉兴 314001)

摘 要: 针对传统串行 FastICA 算法存在误差累积的缺点, 该文提出一个多级结构的快速独立分量分析算法 (MSFICA)。该算法采用两级结构来消除误差累积。为了降低算法的计算复杂度, 第 1 级采用一种维数不断降低的方法来得到分离向量的初始值。第 2 级利用第 1 级得到的初始值直接对白化后的观测信号进行处理, 不需要进行正交投影。仿真结果表明, 该文提出的算法在增加少量计算复杂度的情况下, 成功消除了误差累积, 并且比已有的消除误差累积的并行算法有更好的 SINR 性能和 BER 性能。

关键词: 信号处理; 独立分量分析; FastICA; 误差累积

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)11-2643-06

A Multi-stage FastICA Algorithm to Remove Error Propagation

Yao Jun-liang^① Yang Xiao-niu^② Li Jian-dong^① Zhang Yan^① Han Wei-jia^①

^①(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(No. 36 Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Jiaxing 314001, China)

Abstract: This paper proposes a Multi-Stage FastICA Algorithm(MSFICA) to solve the problem of error propagation in the traditional successive FastICA algorithm. MSFICA removes the error propagation effect through a two-stage structure. In order to reduce the computational complexity, a dimension decrease method is used to get the initial values of separating vectors in the first stage. In the second stage, the algorithm uses the initial values and whitened observed signals to separate original signals, and does not need orthogonal projection. Simulation results indicate that the proposed algorithm can eliminate error propagation successfully and achieve better performance than existing parallel FastICA algorithm at the expense of a slightly increased complexity.

Key words: Signal processing; Independent Component Analysis (ICA); FastICA; Error propagation

1 引言

作为盲源分离技术最重要的分支之一, 独立分量分析(ICA)已经越来越受到学术界的广泛关注^[1,2]。目前 ICA 技术已成功应用于雷达信号、脑电信号、音频信号、无线通信等信号处理领域^[3,4]。

FastICA 算法^[5]采用近似负熵的代价函数和牛顿迭代法来进行迭代, 是 ICA 的方法之一。它有两个不同的版本: 串行分离(S-FastICA)算法和并行分离(P-FastICA)算法。前者每次分离一个信号, 利用压缩映射(deflation)来保证每次分离出不同的信号。

后者在每次迭代中同时估计出所有分量, 并通过对称正交化的方法来保证分离出不同的信号。这两个版本的算法都能分离出统计独立的源信号, 并且有较理想的收敛速度和分离性能。

但 S-FastICA 算法采用的压缩映射会引入误差累积, 导致分离信号性能逐渐恶化。P-FastICA 是一种消除误差累积的算法, 它每次都对所有分离向量进行迭代, 但该算法的正交化约束会增大分离信号中其它信号的残留干扰。

本文提出一个基于 S-FastICA 的多级快速独立分量分析算法(MSFICA)来消除误差累积。为了降低计算复杂度, 在第 1 级中, 用一种维数不断降低的算法(DD-FastICA)来得到一组分离向量的初始值, 而在第 2 级利用该初始值直接对白化后的混合数据进行处理, 没有压缩映射的步骤, 因此不存在误差累积。

2008-11-25 收到, 2009-04-27 改回

国家杰出青年科学基金(60725105), 国家 973 计划项目(2009CB320404), 长江学者和创新团队发展计划(“PCSIRT”), 国家 863 计划项目(2007AA01Z217), 国家自然科学基金(60572146), 中电 36 所通信系统信息控制技术国家级重点实验室资助项目 and 高等学校科学创新引智计划基金(B08038)资助课题

2 信号模型和 FastICA 算法介绍

2.1 ICA 信号模型和假设

考虑包含噪声的线性混合 ICA 数学模型:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 \mathbf{x} , \mathbf{s} 和 \mathbf{n} 分别表示 m 维的观测向量(混合数据)、 d 维的源信号向量以及 m 维的高斯白噪声向量, \mathbf{A} 表示 $m \times d$ 维的混合矩阵。

ICA 的基本假设是各个源信号分量统计独立并且非高斯, 高斯白噪声分量与所有源信号分量统计独立, 混合矩阵 \mathbf{A} 列满秩。在本文的模型中, 源信号 \mathbf{s} 、混合矩阵 \mathbf{A} 、噪声信号 \mathbf{n} 都是复值信号。ICA 的目的是寻找一个线性变换:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^H \mathbf{x} \quad (2)$$

使得线性变换输出信号 \mathbf{y} 的各个分量尽可能统计独立, 则 \mathbf{y} 就是源信号 \mathbf{s} 的估计信号。

2.2 FastICA 算法介绍

复信号的 FastICA 算法最早由 Bingham^[5] 提出, 它采用了近似负熵的代价函数。本文主要讨论串行分离的 S-FastICA 算法, 其输出可用下式表示:

$$y_i = \mathbf{w}_i^H \mathbf{x} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{w}_i (i = 1, 2, \dots, d)$ 表示分离矩阵 \mathbf{W} 的第 i 个列向量, y_i 表示第 i 个分离信号, 算法的目的就是寻找一个 \mathbf{w}_i , 使 y_i 的负熵最大。S-FastICA 算法执行的具体步骤如下(负熵近似中的非线性函数 $g(x) = x^3$):

(1)对观测信号 \mathbf{x} 进行白化处理: $\mathbf{z} = \mathbf{Q} \mathbf{x}$, 其中 \mathbf{Q} 为白化矩阵, 且令 $i=1$ 。

(2)随机选取一个 d 维的单位模值初始向量 \mathbf{w} 。

(3)计算 $\mathbf{w}^+ = E\{\mathbf{z}(\mathbf{w}^H \mathbf{z})^* | \mathbf{w}^H \mathbf{z} |^2\} - 2E\{ | \mathbf{w}^H \mathbf{z} |^2 \} \mathbf{w}$, 其中上标*表示共轭, $E\{\cdot\}$ 表示期望操作。步骤(4)中 \mathbf{B} 是由已经获得的分离向量 $\mathbf{w}_j (j=1, 2, \dots, i-1)$ 组成的矩阵, 当计算 \mathbf{w}_1 时, \mathbf{B} 取元素全为 0 的 m 维列向量 $\mathbf{0}_{m \times 1}$ 。

(4)计算 $\mathbf{w}^+ = \mathbf{w}^+ - \mathbf{B} \mathbf{B}^H \mathbf{w}^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B}^H) \mathbf{w}^+$, $\mathbf{w}_{\text{new}} = \mathbf{w}^+ / \| \mathbf{w}^+ \|$; 即将 \mathbf{w}_i 向 $\mathbf{w}_j (j=1, 2, \dots, i-1)$ 向量空间做正交投影, 这样可以保证每次分离出不同的信号分量。可是由于 \mathbf{w}_j 本身存在误差, 这个误差会引入到 \mathbf{w}_i 的计算中, 使得误差随着 i 的增大逐级累积, 算法性能逐渐恶化。

(5)如果 $| \mathbf{w}_{\text{new}}^H \mathbf{w} - 1 |$ 大于预先设定的门限 α , 则算法还没有收敛, 令 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\text{new}}$, 返回步骤(3)继续执行; 否则输出 $\mathbf{w}_i = \mathbf{w}_{\text{new}}$; 如果还需要继续分离下一个信号, 令 $i=i+1$, 返回步骤(2)继续执行。

3 MSFICA 算法

为了消除 S-FastICA 算法存在的误差累积, 本文提出一个多级快速独立分量分析算法 MSFICA, 算法的基本结构框图如图 1。

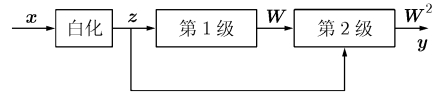


图 1 MSFICA 算法结构框图

算法的基本思想是采用两级结构来分离信号, 第 1 级主要用来获得一组分离向量, 每个分离向量位于不同的信号子空间中, 能够保证提取出不同的信号分量; 第 2 级以第 1 级获得的分离向量为初始值再进行无误差累积的信号分离。

图 1 所示多级结构会增加算法的计算复杂度, 为了降低计算复杂度, 在第 1 级我们提出一种维数不断降低 (Dimension Decrease) 的算法 DD-FastICA。在下面的两小节中我们将分别介绍这两级算法的具体过程。

3.1 第 1 级算法

2.2 节提到的 S-FastICA 算法每次执行都是对观测信号 \mathbf{x} 的白化信号 \mathbf{z} 进行处理, 当信号源数目 d 较大时, 每次迭代的计算复杂度都很高。为了降低计算复杂度以缩短算法执行的时间, 在第 1 级我们提出一个低复杂度的算法(DD-FastICA), 该算法是通过不断降低混合信号维数来达到降低计算复杂度的目的, 其基本结构如图 2 所示。

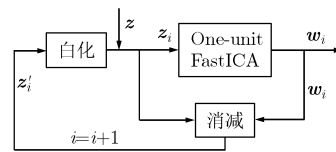


图 2 DD-FastICA 算法结构框图

图 2 中 One-unit FastICA 算法指利用 S-FastICA 算法分离出 1 个信号。DD-FastICA 算法的基本思想是先利用 One-unit FastICA 算法分离出 1 个信号, 再将其从原混合信号中减去以形成新混合信号, 对新混合信号重新白化后, 重复上述过程, 直到分离出所有信号。

如果第 i 个分离信号为 y_i , 分离第 i 个信号时所用的白化混合信号用 z_i 表示 ($z_1 = \mathbf{z}$), 将 y_i 从 z_i 中减去形成的新混合信号用 z'_i 表示, 则

$$z'_i = z_i - \mathbf{w}_i y_i = z_i - \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H z_i = (\mathbf{I}_{d-i+1} - \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H) z_i \quad (4)$$

令 $\mathbf{P} = \mathbf{I}_{d-i+1} - \mathbf{w}_i \mathbf{w}_i^H$, 其中 d 为总的独立分量

数目。通过推导可以发现矩阵 \mathbf{P} 满足： $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}\mathbf{P}^H = \mathbf{P}$ ，所以 \mathbf{P} 为幂等矩阵。又因为 $\mathbf{P}\mathbf{w}_i = 0$ ，从文献[6]可知 \mathbf{P} 为 \mathbf{w}_i 的正交投影矩阵，因此式(4)保证了新混合数据 \mathbf{z}'_i 里不包含已分离信号 y_i 的信息。

幂等矩阵有一个很重要的性质：所有幂等矩阵的秩与迹相等^[6]，由这个性质可得

$$\text{rank}(\mathbf{z}'_i) = \text{rank}(\mathbf{P}) = \text{trace}(\mathbf{P}) = \text{trace}(\mathbf{I}_{d-i+1}) - \text{trace}(\mathbf{w}_i\mathbf{w}_i^H) = \text{rank}(\mathbf{z}_i) - 1 \quad (5)$$

式(5)中 $\text{rank}(\cdot)$ 和 $\text{trace}(\cdot)$ 分别表示计算矩阵秩和迹的操作。从式(5)可以发现，新混合数据 \mathbf{z}'_i 的秩比原混合数据 \mathbf{z}_i 小 1。这样，通过式(4)的运算降低了混合数据的秩，再对 \mathbf{z}'_i 进行白化，可以降低混合数据的维数。

在执行 One-unit FastICA 算法之前，我们需要对新混合数据进行白化预处理，如果每次都对 \mathbf{z}'_i 执行白化，则构造白化矩阵的算法复杂度 $O((d-I+1)^2 \cdot L)$ ，其中 L 为样本数目。对 $\mathbf{P}\mathbf{P}^H$ 进行特征值分解： $\mathbf{P}\mathbf{P}^H = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^H$ 。因为 \mathbf{P} 为幂等矩阵，因此特征值矩阵 \mathbf{D} 仅包含元素 1 和 0^[6]。令 $\mathbf{Q} = \mathbf{E}_s^H$ ，其中 \mathbf{E}_s 是由 \mathbf{D} 中非零特征值对应的特征向量构成，因此式(6)成立。

$$\mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{z}_i\mathbf{z}_i^H\mathbf{P}^H\mathbf{Q}^H = \mathbf{I}_{d-i} \quad (6)$$

从式(6)可以看出，新混合数据 $\mathbf{z}'_i\mathbf{P}\mathbf{z}_i$ 的白化可以表示为

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{z}_i \quad (7)$$

其中 \mathbf{Q} 为 \mathbf{z}'_i 的白化矩阵。上述方法构造白化矩阵只需进行低维特征值分解，其算法复杂度为 $O((d-I+1)^3)$ ，由于 $d \ll L$ ，可知式(7)的白化比直接对 \mathbf{z}'_i 进行白化有更低的计算复杂度。

综上所述，选用图 2 所示的结构，可以：(1)保证每次分离出不同的独立分量；(2)使混合信号的维数不断降低；(3)仅利用前次的分离向量来构造白化矩阵。

DD-FastICA 算法执行的具体步骤如下：

(1)对观测信号 \mathbf{x} 进行白化处理： $\mathbf{z} = \mathbf{Q}\mathbf{x}$ ，令 $i=1$ ，且 $\mathbf{z}_i = \mathbf{z}$ ；

(2)随机选取一个 $d-i+1$ 维的单位模值初始向量 \mathbf{w} ；

(3)计算 $\mathbf{w}^+ = E\{\mathbf{z}_i(\mathbf{w}^H\mathbf{z}_i)^* | \mathbf{w}^H\mathbf{z}_i|^2\} - 2E\{|\mathbf{w}^H\mathbf{z}_i|^2\}\mathbf{w}$ ；

(4) $\mathbf{w}_{\text{new}} = \mathbf{w}^+ / \|\mathbf{w}^+\|$ ；

(5)如果 $|\mathbf{w}_{\text{new}}^H\mathbf{w} - 1|$ 大于预先设定的门限 β ，则算法还没有收敛，令 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\text{new}}$ ，返回(3)继续执行。否则算法收敛，输出 $\mathbf{w}_i = \mathbf{w}_{\text{new}}$ ；如果还需要继续分离下一个独立分量，执行(6)，否则返回；

(6)令 $i=i+1$ ， $\mathbf{P}_i = \mathbf{I}_{d-i+1} - \mathbf{w}_{\text{new}}\mathbf{w}_{\text{new}}^H$ ， $\mathbf{Q}_i = \mathbf{E}_s^H$ ， $\mathbf{z}_i = \mathbf{Q}_i\mathbf{P}_i\mathbf{z}_{i-1}$ ，返回(2)继续执行。

在步骤(6)中 \mathbf{Q}_i 是由 $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_i^H$ 的非零特征值对应的特征向量构成的矩阵，步骤(6)其实是通过消减和白化来降低混合信号的维数，从而降低迭代的计算复杂度。

3.2 第 2 级算法

利用第 1 级提供的初始分离向量 $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_d$ 和白化的观测信号 \mathbf{z} ，第 2 级我们将采用非正交化的串行 FastICA 算法来得到最终的分离向量 $\mathbf{w}_1^2, \mathbf{w}_2^2, \dots, \mathbf{w}_d^2$ (非正交化的串行 FastICA 算法是指算法在迭代求解 \mathbf{w}_i^2 的过程中不需要向已分离的向量空间做正交投影)。第 2 级算法的基本结构如图 3 所示。

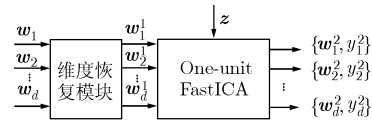


图 3 DD-FastICA 算法结构框图

图 3 中 One-unit FastICA 算法是对原始观测信号的白化信号 \mathbf{z} 进行处理，因此要求分离向量的初始值必须是 d 维的列向量。而根据上一节介绍的 DD-FastICA 算法，分离向量初值 \mathbf{w}_i 是 $d-i+1$ 维的列向量，所以我们需要对向量 $\mathbf{w}_i (i=1, 2, \dots, d)$ 进行变维，这里将变维的处理过程称为维度恢复。

分离向量 \mathbf{w}_i 的维度之所以会随着 i 的增大而减小，是因为在 DD-FastICA 算法中，每分离出一个分量，算法都会通过消减和白化处理得到一个新的白化混合信号，这个新的白化信号可以表示为

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{Q}_i\mathbf{P}_i\mathbf{z}_{i-1} = \mathbf{Q}_i\mathbf{P}_i\mathbf{Q}_{i-1}^H\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{z}_{i-2} = \dots = \mathbf{B}_i\mathbf{z}_1 \quad (8)$$

其中 \mathbf{z}_i 为分离第 i 个信号时的白化混合信号，它的维度随着 i 的增大而减小，所以 \mathbf{w}_i 的维度也随着 i 的增大而减小。

式(8)中矩阵 \mathbf{B}_i 为酉矩阵，我们可以采用式(8)的逆过程来进行维度恢复。

$$\mathbf{w}_i^1 = \mathbf{B}_i^H\mathbf{w}_i \quad (9)$$

将式(9)得到的 \mathbf{w}_i^1 作为 One-unit FastICA 算法的初始分离向量，对原始白化的观测信号 \mathbf{z} 进行迭代，可得到最终的分离向量 \mathbf{w}_i^2 和估计信号 y_i^2 。从这个过程可以看出，第 2 级算法在分离每个信号时都是对原白化观测信号 \mathbf{z} 进行迭代，并且迭代过程中不需要向已分离向量空间做正交投影，因此不存在误差累积。

3.3 MSFICA 算法小结

MSFICA 算法第 1 级的作用是为第 2 级提供一

个分离向量初始值, 并且这个初始值可以保证第 1 级分离出不同的源信号。因此, 在算法的执行过程中, 第 1 级的收敛精度并不用太高, 只要能保证每次的分离向量位于不同信号空间即可。第 2 级采用非正交化的串行 FastICA 算法, 消除了误差累积。

综上所述, MSFICA 算法执行的具体过程如下:

步骤 1 利用 DD-FastICA 算法得到分离向量的初值 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_d]$ 。

步骤 2 利用式(8)、式(9)得到维度恢复后的分离向量初值 $\mathbf{W}^1 = [\mathbf{w}_1^1, \mathbf{w}_2^1, \dots, \mathbf{w}_d^1]$ 。

步骤 3 对于每一个 \mathbf{w}_i^1 , 利用 One-unit FastICA 算法对白化的观测信号 z 进行迭代, 得到最终的分离向量 \mathbf{w}_i^2 和估计信号 y_i^2 。

4 算法复杂度分析

计算复杂度是衡量算法优劣的重要指标, 本节主要分析 MSFICA 算法和传统 S-FastICA 算法的计算复杂度。我们将一次复数加法或一次复数乘法的计算复杂度记为 1。

两种算法都需要对观测数据进行白化, 如果算法采用的样本数为 L , 则白化过程的计算复杂度为 $4d^2L$ 。S-FastICA 算法的计算复杂度主要在 2.2 节中的步骤(3), 其它步骤的复杂度相比可以忽略。经过简单计算可得一次迭代的计算复杂度为 $3dL$, 如果算法分离所有信号总的迭代次数为 k , 则其总的计算复杂度为 $3dkL+4d^2L$ 。

MSFICA 算法第 1 级的计算复杂度主要在 3.1 节中的步骤(3), 它分离第 i 个信号一次迭代的计算复杂度为 $3(d-i+1)L$, 如果算法处理第 i 个信号需要的迭代次数为 k_i , 则第 1 级总的计算复杂度为 $\sum_{i=1}^d 3(d-i+1)k_iL$ 。MSFICA 算法的第 2 级的每次迭代的计算复杂度与 S-FastICA 相同, 如果第 2 级总的迭代次数为 \bar{k} , 则第 2 级总的计算复杂度为 $3d\bar{k}L$ 。因此 MSFICA 算法总的计算复杂度为 $\left(\sum_{i=1}^d 3(d-i+1)k_i + 3d\bar{k} + 4d^2 \right) L$ 。在下一节, 我们将结合仿真给出两种算法的具体计算复杂度。

5 仿真实验和结果分析

本节通过 3 组仿真实验来验证本文算法 MSFICA 的性能, 同时和 3 种已有算法作为比较, 这 3 种算法分别是: S-FastICA^[5], 消除误差累积的 P-FastICA^[6]和文献[7]提出的 EASI 算法。

接收端天线阵采用 4 阵元的等距线阵, 因此混合矩阵的第 k 个列向量为

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(j\omega_k d_a \sin \theta_k / c), \dots, \exp(j\omega_k (m-1)d_a \sin \theta_k / c)]^T \quad (10)$$

其中 d_a 为等距线阵相邻天线之间距离, 它的值取为信号波长的一半, c 是光速, ω_k , θ_k 分别是第 k 个信源的角频率和入射角度, θ_k 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内服从均匀分布, 算法两个阶段的收敛门限 $\beta = 10^{-5}$, $\alpha = 10^{-7}$ 。

实验 1 4 个源信号为相同频率的数字调制信号, 调制方式分别为 1 个 16 PSK 信号, 1 个 8 PSK 信号, 2 个 QPSK 信号, 采样点数为 1500, 信噪比为 25 dB。

图 4 分别画出了 4 个源信号, 4 个观测信号以及 4 种分离算法得到的分离信号的星座图, 其中图 4(a)-图 4(f)依次为源信号, 观测信号, S-FastICA, P-FastICA, EASI, MSFICA 算法的分离结果。图示为一次分离实验的结果, 在本次实验中, 源信号入射角 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]$ 和混合矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \mathbf{a}(\theta_3), \mathbf{a}(\theta_4)]$ 分别为

$$\theta = [-4.3616^\circ \quad 60.9232^\circ \quad -22.8128^\circ \quad 73.4616^\circ]$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.9716 - 0.2367i & -0.9226 + 0.3857i \\ 0.8880 - 0.4599i & 0.7025 - 0.7117i \\ 0.7539 - 0.6569i & -0.3737 + 0.9276i \\ 1 & 1 \\ 0.3455 - 0.9384i & -0.9916 + 0.1296i \\ -0.7613 - 0.6484i & 0.9664 - 0.2570i \\ -0.8715 + 0.4904i & -0.9249 + 0.3801i \end{bmatrix}$$

从图 4 中可以看出, S-FastICA 算法存在误差累积, 导致信号的分离效果越来越差, 甚至完全不能解调出来; 而 P-FastICA 和 EASI 算法虽然消除了误差累积, 但由于他们的算法中都利用了正交化约束, 使得分离信号中残留干扰增大, 算法整体分离效果不好; 本文的 MSFICA 算法不存在误差累积, 而且也不存在增大残留干扰的正交化约束, 算法整体性能最好。从图 4(f)可以看出, 所有信号都能被很好地解调出来。

实验 2 在本实验中, 仿真了 4 种算法得到的分离信号信干噪比 SINR 性能和 BER 性能。4 个源信号为相同频率相同调制的数字信号, 调制方式为 QPSK, 样本数为 1500, 结果是 1000 次独立仿真后进行平均得到的。下面首先给出性能指标 SINR 的表达式。

若第 i 个分离信号的最终分离向量为 \mathbf{w}_i , 白化矩阵为 \mathbf{Q} , 则第 i 个分离信号:

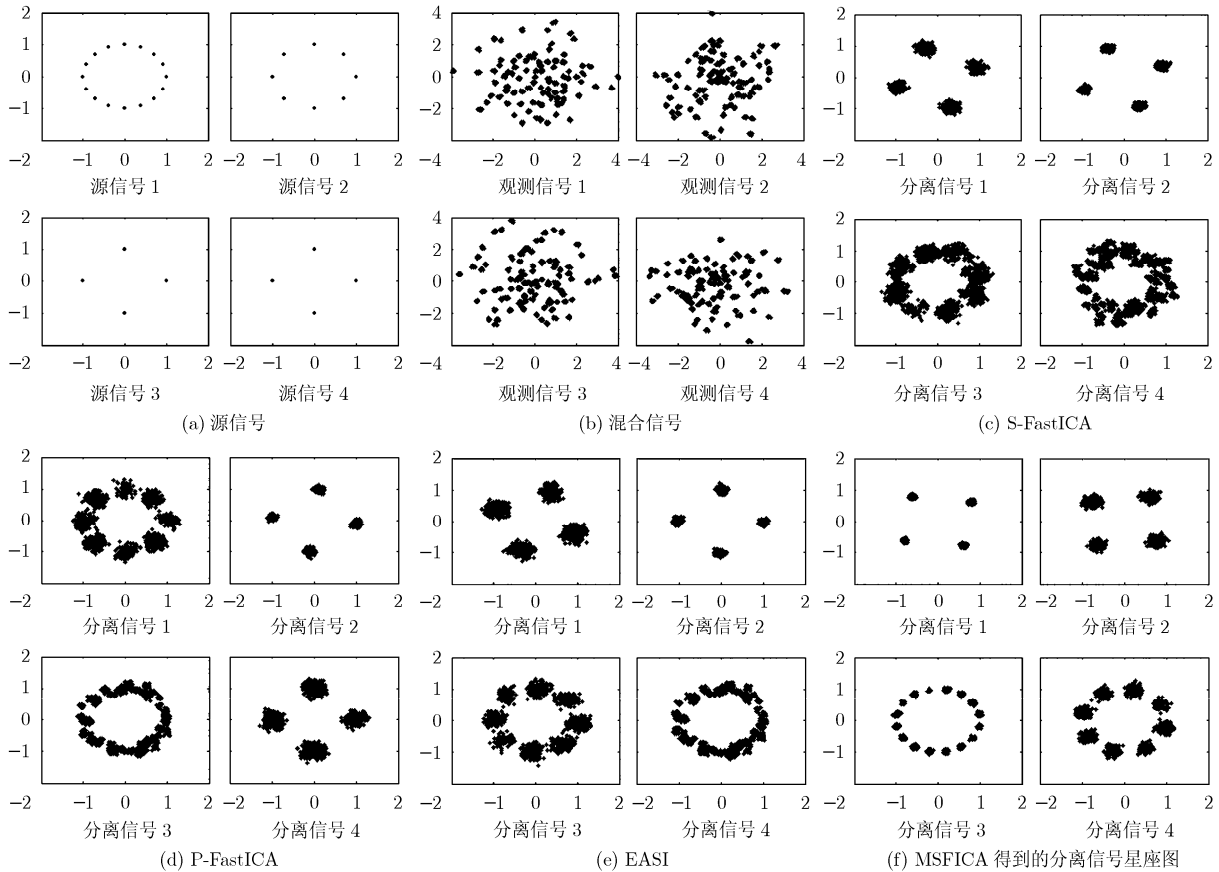


图 4

$$y_i = w_i^H Qx = w_i^H Q(As + n) = g_i s + w_i^H Qn \quad (11)$$

它的 SINR 可以表示为

$$SINR_i = \frac{\max(g_i)P_s}{[\text{sum}(g_i) - \max(g_i)]P_s + \|w_i^H Q\|^2 \sigma^2} \quad (12)$$

式(12)中 P_s 为源信号功率， $\max(g_i)$ 是向量 g_i 中的最大元素， $\text{sum}(g_i)$ 是向量 g_i 所有元素之和。分母第 1 项、第 2 项分别表示分离信号中干扰分量和噪声分量的功率。

图 5 给出了在 SNR=20 dB 情况下，分离信号 SINR 随分离信号次序的变化曲线。从图中可以看出，S-FastICA 算法存在误差累积，分离性能逐渐变差；P-FastICA 和 EASI 算法不存在误差累积，但其由于正交化约束带来残留干扰的增大，使得算法整体性能不好，这与实验 1 分析结果完全吻合。MSFICA 消除了误差累积，每个分离信号性能基本相同，SINR 性能比 P-FastICA 和 EASI 算法性能提高了 3 dB 左右。

图 6 给出了分离信号误比特率(BER)性能随 SNR 的变化曲线，其中每个 SNR 上的 BER 是所有分离信号 BER 的平均。我们知道，平均 BER 性能更容易受到多次仿真中性能较差的一些结果的影

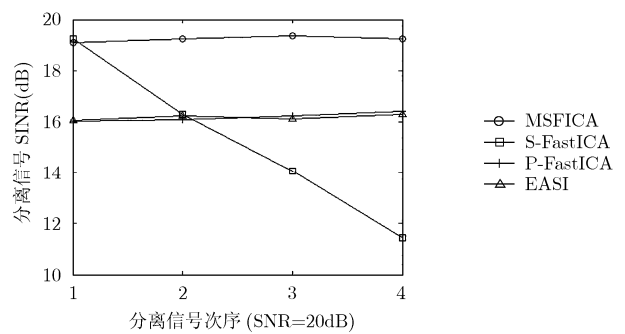


图 5 分离信号 SINR 与分离信号次序的关系

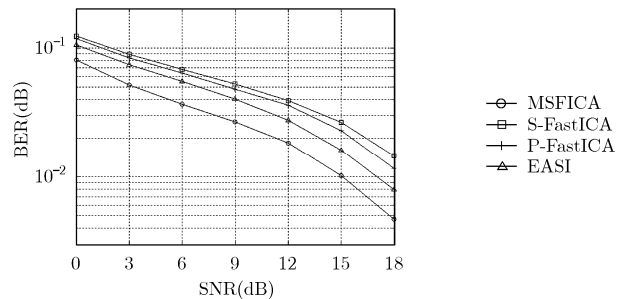


图 6 分离信号 BER 与 SNR 的关系

表1 两种算法计算复杂度(SNR=20 dB)

分离信号次序	MSFICA			S-FastICA
	第1级	第2级	两级求和	
1	117846 (6.547)	18774(1.043)	136620	125640(6.98)
2	75114(5.564)	45810(2.545)	120924	111800(6.211)
3	42264(4.696)	50274(2.793)	92538	98332(5.463)
4	4500(1)	70938(3.941)	75438	36000(2)
观测信号白化		96000		96000
所有信号总和			521520	467772

响。S-FastICA 算法由于最后一个分离信号的 SINR 很低, 导致其 BER 性能最差。P-FastICA 算法比 EASI 算法更容易受到初始值的影响, 也就更容易出现一些分离效果较差的情况, 因此 P-FastICA 算法的 BER 性能要劣于 EASI 算法。MSFICA 算法不存在误差累积, 而且它可以通过第 1 级算法得到一个很好的初值, 因此它的 BER 性能最好。

实验 3 本实验比较 MSFICA 算法和 S-FastICA 算法的计算复杂度, 实验中的源信号与实验 2 相同。首先通过仿真得到两种算法的平均迭代次数, 再基于第 3 节的算法复杂度分析, 计算出算法所需的计算单元。结果是 1000 次独立仿真后进行平均得到的。

表1给出了在SNR为20 dB时, 两种算法所需的迭代次数及计算单元(圆括号里面的数表示平均迭代次数, 圆括号外面的数表示平均所需计算单元)。首先得到分离每个信号所需的迭代次数及计算单元, 接着对每个信号进行求和得到分离所有信号所需计算单元。从结果可以看出MSFICA算法所需计算单元大约为S-FastICA算法的1.115倍。

6 结束语

本文提出一种多级快速独立分量分析算法(MSFICA)来消除传统串行 FastICA 算法存在的误差累积, 算法第 1 级采用一种维数不断降低的算法 DD-FastICA 得到一组分离向量, 其中每个分离向量可以保证分离出不同的源信号。第 2 级以第 1 级的输出作为初始值, 采用非正交化的串行 FastICA 算法, 直接对原观测数据的白化数据进行处理, 不需要压缩映射。仿真实验证明了本算法可以消除误差累积, 并且比传统无误差累积的并行算法有更好的性能。

参考文献

[1] Li H L and Adali T. A class of complex ICA algorithms based on the kurtosis cost function. *IEEE Transactions on Signal*

- Processing*, 2008, 19(3): 408-420.
- [2] Lu W and Rajapakse J C. ICA with reference. *Neurocomputing*, 2006, 69(16-18): 2244-2257.
- [3] 张瑾, 方勇. 基于分块 Contourlet 变换的图像独立分量分析方法. *电子与信息学报*, 2007, 29(8): 1813-1816.
- Zhang J and Fang Y. An independent component analysis algorithm based on block-wise contourlet transform. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(8): 1813-1816.
- [4] 付卫红, 杨小牛. 基于盲源分离的 CDMA 多用户检测与伪码估计. *电子学报*, 2008, 36(7): 1319-1323.
- Fu W H and Yang X N. The multi-User detection and chip sequence estimation for CDMA system based on the blind source separation. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(7): 1319-1323.
- [5] Hyvarinen A and Bingham E. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals. *Journal of Neural Systems*, 2000, 10(1): 1-8.
- [6] 张贤达. 矩阵分析与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004, 第10章.
- Zhang X D. *Matrix Analysis and Applications*. Beijing: Tsinghua University Press, 2004, Chapter 10.
- [7] Cardoso J F and Laheld B H. Equivariant adaptive source separation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(12): 3017-3030.
- [8] Chi C Y. Turbo source extraction algorithm and noncancellation source separation algorithms by kurtosis maximization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(8): 2929-2942.

- 姚俊良: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为通信信号盲源分离技术.
- 杨小牛: 男, 1961年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为无线电理论及关键技术、通信对抗中的信号处理.
- 李建东: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为宽带无线网络、无线通信、认知无线电技术.
- 张 琰: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为协作通信技术.
- 韩维佳: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为认知无线电频谱探测技术.