

基于多步分解算法的解卷积混合盲源分离新方法

徐先峰 冯大政

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文提出一种基于二阶统计量的时域多步分解算法求解卷积混合盲源分离问题。引入白化处理, 将混迭矩阵转变成酉矩阵, 同时, 根据源信号不同延时下相关矩阵所具有的块状对角结构, 将酉矩阵分为不同的列块。针对各列块之间相互正交的特性, 提出一种关于某一特定列块的最小二乘三二次代价函数。利用一种常规的基于梯度下降法的三迭代算法, 交替估计代价函数中的3组待估参数, 搜索其最小点, 得到酉矩阵一个列块的估计。利用系统化的多步分解算法(MSA), 依次估计酉矩阵的每个列块, 最终得到整个酉矩阵的估计, 进而恢复出源信号。仿真结果表明, 新方法性能优于经典的SUB方法及新近提出的JBD-NonU方法, 可有效地解决卷积混合盲源分离问题。

关键词: 盲源分离; 卷积混合; 多步分解算法; 三迭代算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)10-2455-05

A New Method Based on a Multi-Stage Algorithm for Blind Source Separation of Convolutional Mixtures

Xu Xian-feng Feng Da-zheng

(National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A time-domain Multi-Stage Algorithm (MSA) based on the second order statistics for blind source separation of convolutional mixtures is proposed. Whitening procedure is adopted to transform the mixing matrix into a unitary matrix. The unitary matrix is expressed as a column-block matrix according to the block-diagonalization structure in autocorrelation matrices of source signals at different time delays. A novel least square tri-quadratic cost function with respect to a certain column block of the unitary matrix is proposed utilizing the orthogonality between each two different column blocks. Furthermore, a regular Triply Iterative Algorithm (TIA) following the gradient descent idea is used to seek the minimum point of the tri-quadratic cost function by alternately estimating one of the three independent variables parameter subsets, obtaining a column block of the unitary matrix. With each column block being got by using the systemic multi-stage algorithm, the unitary matrix can be estimated and then the source signals can be retrieved. Simulations results illustrate that, the new method outperforms the classic SUB method and the recently proposed JBD-NonU method, and can be efficiently applied to the blind source separation of convolutional mixtures.

Key words: Blind Source Separation (BSS); Convolutional mixtures; Multi-Stage Algorithm (MSA); Triply Iterative Algorithm (TIA)

1 引言

在源信号和传输信道参数等先验知识未知的情况下, 仅根据输入源信号的统计特性, 由观测信号估计信道参数、恢复源信号的技术称为盲源分离。在过去的二十多年里, 随着大量有效算法的提出, 盲源分离技术得到了极大发展, 已广泛应用于无线通信、雷达、图像、语音、生物医学、地震波检测等各个领域, 成为信号处理领域中炙手可热的研究课题。

盲源分离问题包括瞬时混迭和卷积混迭两种模型, 其中, 瞬时混迭作为一种理想情况下的模型,

是现今研究的比较成熟的模型^[1-4], 但是, 因为卷积混迭模型能够更好地解决在实际应用中普遍存在的回响等问题, 而受到越来越多的关注^[5-10]。与瞬时混迭模型相比, 卷积混迭信号模型及其求解更为复杂。在现有方法中, 基于二阶统计量的时域算法^[5-7]是解卷积混合盲源分离问题的一类直观且有效的方法。作为时域算法, 它不需要解决频域算法^[8,9]中所固有的且又不得不解决的尺度模糊和排列模糊问题; 同时, 与其他基于高阶统计量的时域算法^[10]相比, 它只需要较少的观测数据便能获得较好的统计性能。鉴于这两点, 本文提出一种基于二阶统计量的时域算法, 来解决卷积混合盲源分离问题。

根据接收信号的零延时相关矩阵可以得到白化

矩阵。通过白化处理,混迭矩阵被转化为酉矩阵。而源信号不同延时下的相关矩阵所具有的块状对角结构被保存下来,并很自然地将酉化的混迭矩阵分成了不同的列块。利用酉矩阵各列块之间的正交性,提出了基于最小二乘三二次代价函数求解不同列块的多步分解算法。并且,将本文方法同经典的子空间方法^[6](简称为SUB方法)以及新近提出的非酉联合块状对角化方法^[7](简称为JBD-NonU方法)通过实验仿真进行了比较,验证了算法的有效性。

2 信号模型

在真实语音环境中,由于回响导致的多径延时的存在,传感器阵列接收到的信号可以看作是源信号和信道冲激响应的卷积。信道冲激响应表征了源信号和传感器阵列之间的传递函数,可以通过一个有限长脉冲响应滤波器来描述。假定有 N 个源信号 $s_j(j=1, \dots, N)$, M 个接收传感器,信道阶数为 L ,则 t 时刻第 i 路传感器上的观测信号可表示为

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{l=0}^{L-1} h_{ij}(l)s_j(t-l) + n_i(t), \quad i=1, \dots, M \quad (1)$$

其中 $h_{ij}(l)$ 表示延时为 l 的第 j 个源信号到达第 i 个传感器时的冲激响应, $n_i(t)$ 为噪声。

令观测时间滑窗长度为 $Q+1$,定义 $\mathbf{x}_i(t) = [x_i(t), \dots, x_i(t-Q)]^T$,构造观测数据矢量 $\bar{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{x}_1^T(t), \dots, \mathbf{x}_M^T(t)]^T$,则式(1)可表示为 $\bar{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{s}}(t) + \bar{\mathbf{n}}(t)$ 。其中 $\bar{\mathbf{s}}(t) = [s_1^T(t), \dots, s_N^T(t)]^T$, $\mathbf{s}_i(t) = [s_i(t), \dots, s_i(t-L-Q+1)]^T$, $\bar{\mathbf{n}}(t) = [n_1^T(t), \dots, n_M^T(t)]^T$, $\mathbf{n}_i(t)$

$$= [n_i(t), \dots, n_i(t-Q)]^T, \quad \bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1N} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \cdots & \mathbf{H}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M1} & \mathbf{H}_{M2} & \cdots & \mathbf{H}_{MN} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{ij} = \begin{bmatrix} h_{ij}(0) & \cdots & h_{ij}(L-1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_{ij}(0) & \cdots & h_{ij}(L-1) \end{bmatrix}, \quad \text{此时,}$$

$\bar{\mathbf{H}}$ 维数为 $(Q+1)M \times (L+Q)N$, \mathbf{H}_{ij} 维数为 $(Q+1) \times (L+Q)$ 。

为了求解卷积混合盲源分离问题,通常作如下假设^[6]:

(1)混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$ 广义可逆,且阵元数大于信源数,即 $M > N$;

(2)源信号是零均值,相互独立的平稳信号;

(3)加性噪声 $\bar{\mathbf{n}}(t)$,为零均值,独立同分布,空时白噪声,且与源信号相互独立;

卷积混合盲源分离所要解决的问题是:根据 M 个观测信号的 T 个样本 $\{x_i(t)\}_{t=1}^T, (i=1, \dots, M)$ 估计混迭矩阵 $\bar{\mathbf{H}}$,并进一步恢复源信号 $s_i(t), (i=1,$

$\dots, N)$ 。

3 多步分解算法

3.1 白化

白化是解瞬时混迭盲源分离问题中一种常用且有效的预处理方法^[1,4],对白化后的数据进行独立分量分析(ICA)往往可以获得更加快速和有效的盲源分离算法。对于阵元数大于信源数的情况,白化还降低了混迭矩阵的维数,从而减少了待估计参数的个数,降低了计算复杂度。为了利用白化处理的诸多优点,我们将其引入预处理卷积混合数据。

在不考虑噪声的情况下对构造的观测数据的零延时相关矩阵 $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}(0) = E\{\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}^H(t)\}$ 进行特征值分解可得: $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}(0) = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$,其中 $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{(Q+1)M}]$ 表示特征向量矩阵, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{(Q+1)M}]$ 表示特征值矩阵,且所有对角元素按照降序排列。令 $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{(L+Q)N}]$, $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{(L+Q)N}]$,则白化矩阵可以定义为 $\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda}_s^{-1/2}\mathbf{U}_s^H$ 。白化后的观测数据矢量可表示为 $\bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}(t)$,其零延时相关矩阵满足 $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}(0) = E\{\mathbf{P}\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}^H(t)\mathbf{P}^H\} = \mathbf{P}\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(0)\bar{\mathbf{H}}^H\mathbf{P}^H = \mathbf{I}_{(L+Q)N}$,即 $\mathbf{Q} \doteq \mathbf{P}\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{1/2}(0)$ 为维数为 $(L+Q)N$ 的酉矩阵。将 \mathbf{Q} 记为列块的形式: $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_N]$,其中 $\mathbf{Q}_i \in \mathcal{C}^{(L+Q)N \times (L+Q)}, i=1, \dots, N$ 。

白化后的观测信号 $\bar{\mathbf{y}}(t)$ 和它的延时为 τ_p 的信号 $\bar{\mathbf{y}}(t + \tau_p)$ 之间的相关矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}(\tau_p) &= E[\bar{\mathbf{y}}(t)\bar{\mathbf{y}}^H(t + \tau_p)] = \mathbf{P}\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(\tau_p)\bar{\mathbf{H}}^H\mathbf{P}^H \\ &= \mathbf{P}\bar{\mathbf{H}}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{1/2}(0)[\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0)\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(\tau_p)(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0))^H] \\ &\quad \cdot (\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{1/2}(0))^H\bar{\mathbf{H}}^H\mathbf{P}^H \\ &= \mathbf{Q}[\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0)\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(\tau_p)(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0))^H]\mathbf{Q}^H \end{aligned} \quad (2)$$

根据假设(2)可知, $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(0)$ 与 $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(\tau_p)$ 都是 $(L+Q)N$ 维块对角方阵,显然, $\bar{\mathbf{\Lambda}}^p \doteq \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0)\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}(\tau_p)(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1/2}(0))^H$ 同样是维数为 $(L+Q)N$ 的块对角方阵。记 $\bar{\mathbf{\Lambda}}^p = \text{diag}[\mathbf{D}_1^p, \mathbf{D}_2^p, \dots, \mathbf{D}_N^p]$, \mathbf{D}_i^p 是其维数为 $(L+Q) \times (L+Q)$ 的块元素。故,白化后的观测信号在 P 个非零延时 $\tau_p (p=1, \dots, P, \tau_p = p \cdot \Delta t, \Delta t$ 为延时步长)下的自相关矩阵(简记作 $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^1, \dots, \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^P$),具有形式:

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^p = \mathbf{Q}\bar{\mathbf{\Lambda}}^p\mathbf{Q}^H = \sum_{i=1}^N \mathbf{Q}_i\mathbf{D}_i^p\mathbf{Q}_i^H \quad (3)$$

3.2 三二次代价函数

定义 $\mathbf{PI}_i = \sum_{p=1}^P \mathbf{Q}_i\mathbf{D}_i^p\mathbf{Q}_i^H, (i=1, \dots, N)$,再定义 $p_i = \|\mathbf{PI}_i\|_F^2$ 。很显然, p_i 的大小表征了第 i 个源信号通过传输信道以后对白化后的接收信号 $\bar{\mathbf{y}}(t)$ 贡献的大

小, 一般地, 在均匀信道的情况下, 能量大的源信号 i , 其对应的 p_i 也较大, 因此, 我们不妨将 p_i 称为类能量。根据 p_i 从大到小的顺序对其下标 i 进行排序, 重排的结果记为 $\{\langle 1 \rangle, \dots, \langle N \rangle\}$ 。

建立基于最小二乘的代价函数: $J_1 = \sum_{p=1}^P \|\mathbf{R}_y^p - \mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle} \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p \mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle}^H\|_F^2$, 那么, 使得代价函数 J_1 最小的 $\mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle}$ 即为 \mathbf{Q} 的第 $\langle 1 \rangle$ 列块的估计, 其对应类能量最大的第 $\langle 1 \rangle$ 个信号源。很明显, 代价函数 J_1 是 $\mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle}$ 的 4 次函数, 计算复杂度高, 且不易寻找最小点。为了便于计算, 提高收敛速度, 本文提出一种改进的代价函数:

$$J(\mathbf{A}, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P, \mathbf{B}) = \sum_{p=1}^P \|\mathbf{R}_y^p - \mathbf{A} \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p \mathbf{B}^H\|_F^2,$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}_{(L+Q) \times (L+Q)}; \mathbf{B}^H \mathbf{B} = \mathbf{I}_{(L+Q) \times (L+Q)} \quad (4)$$

此时, \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 同 J_1 中的 $\mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle}$ 在代价函数中起着相同的作用, 将 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 区别表示只是为了将关于 $\mathbf{Q}_{\langle 1 \rangle}$ 的 4 次代价函数 J_1 退化为分别关于 \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 的双 2 次代价函数 J , 以便于求解。此时, 式(4)是 J_1 的一种扩展形式, 分析可知, 式(4)归一化以后的全局最小点与 J_1 的全局最小点有着简单的一一对应关系, 因此, 用式(4)取代 J_1 是合理可行的。不难发现, 式(4)中的待定参数可以很自然地分为 3 组: \mathbf{A} , $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P$ 和 \mathbf{B} 。分别固定其中 2 组参数, 代价函数式(4)便转化成了典型的关于余下的第 3 组参数的 2 次函数, 因此, 我们称式(4)所示代价函数 J 为三二次对称代价函数。

3.3 三迭代算法

考虑到式(4)所示代价函数 J 可退化为 3 个 2 次函数, 在这一节中, 我们利用一种常规的基于梯度下降法的三迭代算法(Triply Iterative Algorithm, TIA): 通过交替估计 \mathbf{A} , $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P$ 和 \mathbf{B} , 搜索代价函数 J 的最小点。三迭代算法每一次迭代包含 3 个子步, 每个子步是在交替固定两组参数的情况下, 代价函数关于余下的第 3 组参数求最小。选择任意列正交矢量 $\mathbf{A}(0)$ 和 $\mathbf{B}(0)$ 作为迭代初始值, 以第 k 步迭代为例, 三迭代算法可以具体描述为:

第 1 子步 固定 $\mathbf{A}(k-1)$ 和 $\mathbf{B}(k-1)$, 代价函数 $J(\mathbf{A}(k-1), \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k), \mathbf{B}(k-1))$ 关于 $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k)$ 求最小。代价函数 $J(\mathbf{A}(k-1), \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k), \mathbf{B}(k-1))$ 分别关于 $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k)$ 求导, 并令导数为零, 可得:

$$\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p(k) = \mathbf{A}^H(k-1) \mathbf{R}_y^p \mathbf{B}(k-1), p = 1, \dots, P \quad (5)$$

第 2 子步 固定 $\mathbf{B}(k-1)$ 和 $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k)$, 求解 $\mathbf{A}(k)$, 使得代价函数 $J(\mathbf{A}(k), \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k), \mathbf{B}(k-1))$

最小。代价函数 $J(\mathbf{A}(k), \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k), \mathbf{B}(k-1))$ 关于 $\mathbf{A}(k)$ 求导, 并令导数为零, 得到 \mathbf{A} 的第 k 步估计 $\mathbf{A}(k)$:

$$\mathbf{A}(k) = \left(\sum_{p=1}^P \mathbf{R}_y^p \mathbf{B}(k-1) \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^{pH}(k) \right) \left(\sum_{p=1}^P \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p(k) \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^{pH}(k) \right)^{-1} \quad (6)$$

第 3 子步 同样地, 固定 $\mathbf{A}(k)$ 和 $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k)$, 求 $\mathbf{B}(k)$ 使得 $J(\mathbf{A}(k), \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1(k), \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P(k), \mathbf{B}(k))$ 最小, 可得:

$$\mathbf{B}(k) = \left(\sum_{p=1}^P \mathbf{R}_y^{pH} \mathbf{A}(k) \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p(k) \right) \left(\sum_{p=1}^P \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^{pH}(k) \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^p(k) \right)^{-1} \quad (7)$$

分析发现, 以上 3 个子步都是具有唯一解的最小二乘问题, 交替使用以上 3 个子步直到算法收敛, 即当 $d = \max(\|\mathbf{A}(k) - \mathbf{A}(k-1)\|_F^2, \|\mathbf{B}(k) - \mathbf{B}(k-1)\|_F^2) < \varepsilon, (0 < \varepsilon \ll 1)$ 时, 得到 \mathbf{A} , $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P$ 和 \mathbf{B} , 此时的 \mathbf{A} 或 \mathbf{B} 均可作为 \mathbf{Q} 的某一列块的估计。

3.4 多步分解算法

为了便于说明, 不妨把最初白化后接收数据的非零延时相关矩阵 $\mathbf{R}_y^1, \dots, \mathbf{R}_y^P$ 表示为 $\mathbf{R}_{y(0)}^1, \dots, \mathbf{R}_{y(0)}^P$ 。多步分解算法(MSA)可以说明如下:

第 1 步 运用三迭代算法求解代价函数(4), 算法收敛后, 可以得到 \mathbf{Q} 的第 $\langle 1 \rangle$ 列块的估计 $\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 1 \rangle}$, 其对应类能量最大的第 $\langle 1 \rangle$ 个信号源。有意义的是, 三迭代算法不仅求得了 \mathbf{Q} 的一个列块 $\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 1 \rangle}$, 而且同时得到了 $\mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \mathbf{D}_{\langle 1 \rangle}^P$ 的估计 $\tilde{\mathbf{D}}_{\langle 1 \rangle}^1, \dots, \tilde{\mathbf{D}}_{\langle 1 \rangle}^P$, 这就使得我们完全可以从 $\mathbf{R}_{y(0)}^1, \dots, \mathbf{R}_{y(0)}^P$ 中, 减去第 $\langle 1 \rangle$ 个信号源对所有 $\mathbf{R}_{y(0)}^p$ 的贡献, 记作 $\mathbf{R}_{y(1)}^p = \mathbf{R}_{y(0)}^p - \tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 1 \rangle} \tilde{\mathbf{D}}_{\langle 1 \rangle}^p \tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 1 \rangle}^H, p = 1, \dots, P$ 。

第 2 步 用 $\mathbf{R}_{y(1)}^p$ 代替代价函数(4)中的 \mathbf{R}_y^p , 再次运用三迭代算法求解, 同样可以得到 \mathbf{Q} 的第 $\langle 2 \rangle$ 列块的估计 $\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 2 \rangle}$, 其对应排除第 $\langle 1 \rangle$ 个信号源后的类能量最大的信号源 $\langle 2 \rangle$ 。

重复第 1 步和第 2 步的操作, 最终通过第 N 步计算, 可以得到 \mathbf{Q} 的第 $\langle N \rangle$ 列块的估计 $\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle N \rangle}$ 。

这样, 经过 N 步分解算法, 可以得到酉矩阵 \mathbf{Q} 的估计 $\tilde{\mathbf{Q}} = [\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle 1 \rangle}, \dots, \tilde{\mathbf{Q}}_{\langle N \rangle}]$, 结合白化矩阵 \mathbf{P} , 可以得到混迭矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}$ 的估计 $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{Q}}$, 然后, 根据 $\tilde{\mathbf{s}}(t) = \tilde{\mathbf{H}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}}(t)$ 恢复源信号, 其中上角标 \dagger 表示矩阵的伪逆。事实上, 由于 \mathbf{Q} 是酉矩阵, 其各列块之间是互相正交的, 因而, 在上述的各步中, 在得出 \mathbf{Q} 的第 $\langle n \rangle$ 列的估计 $\tilde{\mathbf{Q}}_{\langle n \rangle}$ 后, 均可以直接从接收数据中提取出该列对应的源信号 $\tilde{\mathbf{s}}_{\langle n \rangle}(t) = \tilde{\mathbf{Q}}_{\langle n \rangle}^\dagger \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}(t)$, 而且, 各步分离出的源信号是按照类能量从大到小的顺序排列的。这就意味着, 在均匀信道的情况下, 我们完全可以应用 MSA 算法, 只分离出类能量最大的

一个源信号或者类能量较大的部分源信号，而不必分离出所有源信号，这显然具有一定的现实意义。

4 仿真

本节通过两个实验来分析算法性能。首先给出两个性能指标。

得到酉矩阵 \mathbf{Q} 的估计 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 以后，根据式(3)可得： $\tilde{\mathbf{Q}}^H \mathbf{R}_y^p \tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{\Lambda}}^p$ ， $\tilde{\mathbf{\Lambda}}^p$ 为 $\mathbf{\Lambda}^p$ 的近似形式。显然地， $\tilde{\mathbf{\Lambda}}^p$ 的近似块对角化程度在很大程度上反映了算法对混迭酉矩阵的估计精度，故参照瞬时混迭模型下的定义，定义全局拒噪水平^[1](Global Rejection Level, GRL)为

$$\text{GRL} = 10 \lg \left\{ \sum_{p=1}^P \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N \frac{\|\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{ij}^p\|_F^2}{\max_k \|\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{ik}^p\|_F^2} - 1 \right) + \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N \frac{\|\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{ij}^p\|_F^2}{\max_k \|\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{kj}^p\|_F^2} - 1 \right) \right] \right\} \quad (8)$$

其中 $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{ij}^p$ 表示近似块对角矩阵 $\tilde{\mathbf{\Lambda}}^p$ 的第 (i, j) 个块元素。由式(8)易知，当 $\tilde{\mathbf{\Lambda}}^p$ 为块对角矩阵时，对于任意 $i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ 有 $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_{ij}^p = 0$ ，那么此时 GRL 趋向于负无穷大，估计得到的 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 与真实的 \mathbf{Q} 本质相等。因此，选择 GRL 作为一个性能指标。

另外，本文用源信号估计误差 e 来表征估计的源信号 $\tilde{s}_i(t)$ 与真实源信号 $s_i(t)$ 之间的误差，可计算得到

$$e = 10 \lg \left(\frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T |\tilde{s}_i(t) - s_i(t)|^2 \right) \quad (9)$$

式中所有信号已经归一化，并且消除了排列模糊， T 代表快拍数。

实验 1 在本实验中，设定 $M = 4, N = 2, L = 4, Q = 3$ ，这与 JBD-NonU 方法^[7]中的仿真情况相同。相应地，通过式 $\mathbf{R}_x^p = \overline{\mathbf{H}} \mathbf{R}_s^p \overline{\mathbf{H}}^H + \mathbf{R}_n^p$ ，可以得到一组 16×16 的矩阵 $\mathbf{R}_x^p, (p = 1, \dots, P)$ ，此处， $\overline{\mathbf{H}}, \mathbf{R}_s^p$ 和 \mathbf{R}_n^p 均为随机产生。定义无误差项与误差项的比 $\text{NER}(\text{Non-error to Error Ratio})$ 为

$$\text{NER} = 10 \lg \left(\frac{\|\overline{\mathbf{H}} \mathbf{R}_s^p \overline{\mathbf{H}}^H\|_F^2}{\|\mathbf{R}_n^p\|_F^2} \right) \quad (10)$$

分别利用 MSA, SUB 和 JBD-NonU 方法估计混迭矩阵 $\overline{\mathbf{H}}$ 。值得指出的是，SUB 方法所涉及的数据模型 JBD-NonU 方法及本文的 MSA 方法不同，所以，当利用 SUB 方法来估计混迭矩阵 $\overline{\mathbf{H}}$ 时， $\overline{\mathbf{H}}$ 和 \mathbf{R}_s^p 内元素的排列结构需要作出相应调整。

图 1 表示的是在不同的 NER 下，3 种方法的 GRL 性能，此处相关矩阵个数 $P = 11$ 。图 2 表示的是随着矩阵个数 P 的变化，3 种方法的 GRL 性能，

此时 $\text{NER} = 20 \text{ dB}$ ，由于 SUB 方法只利用了零延时相关矩阵，因此 P 的变化对该方法的性能并没有明显影响。图 1 图 2 所示结果均是经过 200 次 Monte Carlo 实验后的平均结果。两图结果表明，MSA 的计算性能优于 SUB 和 JBD-NonU，且与 JBD-NonU 相比，SUB 方法和 MSA 方法两者之间更具可比性，下面实验中将比较这两种方法的性能。

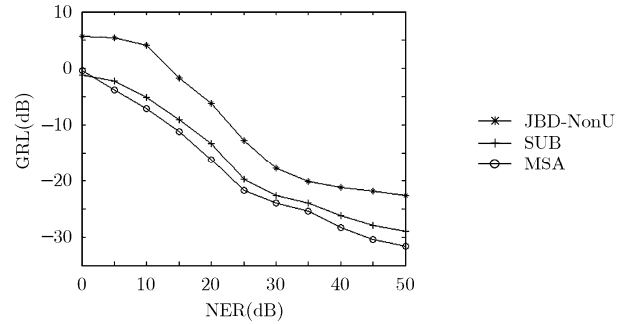


图 1 GRL 随 NER 变化曲线

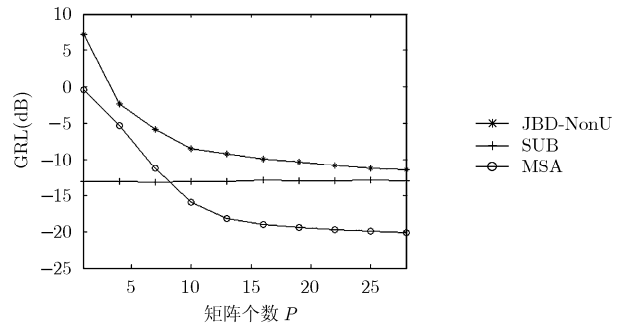


图 2 GRL 随矩阵个数变化曲线

实验 2 在本实验中，MSA 和 SUB 分别被用于分离卷积混合的语音信号，以比较两算法的性能。将两个语音信号通过一个长度 $L = 5$ ，参数随机产生的 FIR 滤波器，并有加性噪声。 $M = 4, Q = 5, P = 11$ ，信号采样数为 $T = 4 \times 10^4$ 。图 3-图 6 表示的是信号波形，图 3 表示源信号，图 4 表示信噪比为 20 dB 时的接收信号，图 5 表示通过 SUB 方法恢复的信号，图 6 表示通过 MSA 分离的信号。图 5 图 6 从波形上表明，MSA 恢复的信号比 SUB 恢复的信号要精确些。需要指出的是，与图 3 的源信号相比，图 5，图 6 恢复的信号都存在排序不定性，这种不定性在盲源分离领域是完全可以接受的。图 7 表示了不同信噪比下两种方法对源信号估计误差 e 的曲线，图 8 表示了不同信噪比下两种方法对混迭矩阵的估计误差 GRL。图 7 图 8 所示结果均是经过 100 次 Monte Carlo 实验后的平均结果。图 7 说明 MSA 对源信号的分离性能要好于 SUB。图 8 表明，MSA 对混迭矩阵的估计误差比 SUB 要小。验证了 MSA 算法的有效性。

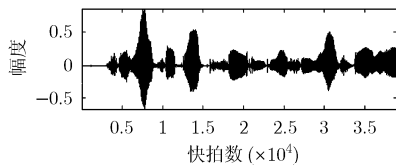


图 3 源信号

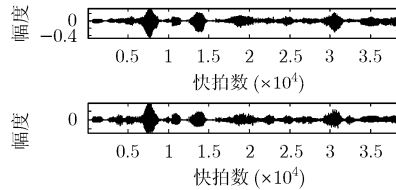


图 4 接收信号

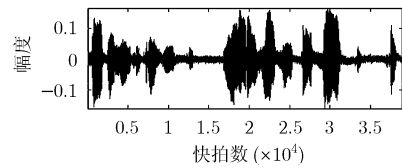


图 5 SUB 方法恢复的信号

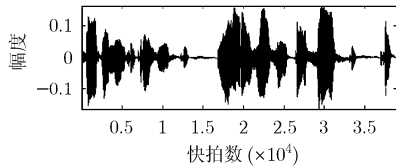


图 6 MSA 方法恢复的信号

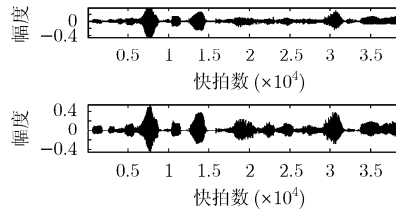


图 7 不同信噪比下的源信号估计误差曲线

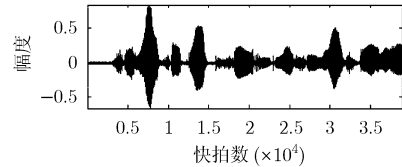


图 8 GRL 随信噪比的变化曲线

5 结束语

本文提出了一种解卷积混合盲源分离问题的多步分解(MSA)算法。每一步通过求解一个三二次代价函数求解酉化混迭矩阵的一个列块。利用了一种常规的基于梯度下降法的三迭代算法求解代价函数。实验结果表明,同经典的SUB算法和新近提出的JBD-NonU算法相比,MSA能够更有效地解决卷积混合盲源分离问题。

参考文献

- [1] Belouchrani A, Abed-Meraim K, and Cardoso J F, *et al.* A blind source separation technique using second-order statistics [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(2): 434-444.
- [2] Feng D Z, Zhang X D, and Bao Z. An efficient multistage decomposition approach for independent components [J]. *Signal Processing*, 2003, 83(1): 181-197.
- [3] Laar J, Moonen M, and Sommen P C W. MIMO instantaneous blind identification based on second-order temporal structure [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(9): 4354-4364.
- [4] Feng D Z, Zheng W X, and Cichocki A. Matrix-group algorithm via improved whitening process for extracting statistically independent sources from array signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(3): 962-977.
- [5] Buchner H, Aichner R, and Kellermann W. A generalization

of blind source separation algorithms for convolutive mixtures based on second-order statistics [J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2005, 13(1): 120-134.

- [6] Gorokhov A and Loubaton P. Subspace-based techniques for blind separation of convolutive mixtures with temporally correlated sources [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1997, 44(9): 813-820.
- [7] Ghennioui H, Fadaili E M, and Moreau N T, *et al.* A nonunitary joint block diagonalization algorithm for blind separation of convolutive mixtures of sources [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(11): 860-863.
- [8] Sawada H, Mukai R, and Araki S, *et al.* A robust and precise method for solving the permutation problem of frequency-domain blind source separation [J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2004, 12(5): 530-538.
- [9] He Z S, Xie S L, and Ding S X, *et al.* Convolutive blind source separation in the frequency domain based on sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 2007, 15(5): 1551-1563.
- [10] Castella M, Rhioui S, and Moreau E, *et al.* Quadratic higher order criteria for iterative blind separation of a MIMO convolutive mixture of sources [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(1): 218-232.

徐先峰: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为盲信号处理。

冯大政: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 长期从事自适应信号处理、阵列信号处理、盲信号处理、雷达信号处理等方面的研究工作。