

基于 LDPC 译码软信息的迭代载波恢复

包建荣^① 詹亚锋^② 陆建华^{①②}

^①(清华大学电子工程系 北京 100084)

^②(清华大学宇航技术研究中心 北京 100084)

摘 要: 针对较低信噪比(≤ 2 dB)下载波恢复难题,该文提出了基于 LDPC 软信息的迭代载波恢复算法。该算法以最大化 LDPC 软信息绝对值的和为准则,对载波频差用搜索窗辅助的单纯形算法进行搜索,得到较准确的载波估计并补偿。且它还采用 LDPC 软信息辅助的科斯塔斯环,来纠正残留载波偏差。仿真表明,它能有效纠正载波偏差及克服相位模糊、跳周等问题,并以一定计算复杂度的代价,获得距理想 QPSK 编码系统 0.1 dB 以内的误码性能。

关键词: LDPC 码; 载波同步; 迭代载波恢复

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)10-2416-05

Iterative Carrier Recovery Based on Soft Decision Metrics of LDPC Decoding

Bao Jian-rong^① Zhan Ya-feng^② Lu Jian-hua^{①②}

^①(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

^②(Tsinghua Space Center, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: It is difficult to recovery carrier at rather low SNR (≤ 2 dB). An iterative carrier recovery via soft decision metrics of LDPC decoding is proposed. By maximizing the sum of the absolute value of the soft decision metrics of LDPC decoding with search window aided simplex algorithm, it can obtain accurate carrier estimate which will be compensated. Meanwhile, it can be combined with the Costas loop with LDPC decoding feedback to eliminate the residual carrier offsets. Simulation results indicate that it can overcome the problems of phase ambiguity, cycle slip and so on, and the performance of the QPSK system with it under carrier offsets is just within 0.1 dB of the ideal performance at the cost of some more computation complexity.

Key words: LDPC code; Carrier synchronization; Iterative carrier recovery

1 引言

低密度奇偶校验(LDPC)码因在低信噪比(SNR)下具有接近香农限的优势^[1],成为最近的研究热点。为了充分挖掘 LDPC 码的潜力,必须在系统接收端实现有效的载波同步。但在低 SNR 情况下,传统的载波同步算法中的判决导向等非数据辅助类算法不能有效地实现载波同步,而数据辅助类算法将占用额外带宽,使系统性能下降,所以,实现有效可靠的载波同步将成为一个重要问题。最近,学术界陆续提出一些编码辅助的同步算法:利用译码输出的软信息来辅助参数估计器,对同步参数进行估计。其中,文献[2]研究了信道码译码输出的外信息和载波相位偏移分布的关系,并利用外信息的加权对相

位进行估计;文献[3,4]将信道码软信息引入到载波相位最大似然判决中辅助估计;这些算法都可在低 SNR 下对载波相位偏差进行有效估计,但都是在假定相位偏差为常量的前提上进行的。而在出现一定残留载波频偏的情况下,这些算法的性能将急剧下降。另外,文献[5]所给出的迭代载波同步算法较为简单,但性能有较大损失。最近,文献[6]提出 LDPC 码辅助科斯塔斯(Costas)环的相位同步算法能有效地解决这些不足。但纯粹依靠 LDPC 码软信息来辅助 Costas 环的载波估计也存在一些在大载波偏差下捕获时间长,环路稳定性差,收敛慢,计算量大等问题。因此,该方法只适用于小载波偏差下的载波同步或载波同步中的跟踪阶段。

本文提出了一种结合 LDPC 软信息的迭代载波恢复算法。该算法以 LDPC 码字在迭代中产生的软信息绝对值的最大化作为判决准则,对载波频偏和相位用搜索窗辅助的单纯形算法进行最优搜索,

2008-10-14 收到, 2009-03-12 改回

国家自然科学基金(60532070, 60525107)和国家基础研究计划(2007CB310601)资助课题

能较准确地估计较大载波频偏和相偏,并进行补偿,实现快速载波捕获。同时采用文献[6]所用的 LDPC 软信息辅助科斯塔斯环的方法,来纠正残留载波偏差,实现有效的载波跟踪。仿真表明,该方法能以一定的计算复杂度代价,有效地实现载波恢复。

2 信号模型及 LDPC 译码

在 LDPC 编码的正交相移键控调制(QPSK)数字通信系统中,假定系统具有理想的信号增益、符号定时及帧同步,且符号间干扰(ISI)可忽略,则由系统收发端载波频率及相位偏差影响,接收机匹配滤波器在第 k 个采样时刻(T_s)对每个复信号的采样可表示为

$$r_k = a_k e^{j(2\pi\Delta f(kT_s) + \theta)} + n_k \quad (1)$$

其中, a_k 是归一化能量的 QPSK 复信号; Δf , θ 是系统收发端载波频率与相位偏差,这两个参数是未知但恒定或变化缓慢的变量,需要对其估计并补偿; n_k 是信道引入的复零均值高斯白噪声(AWGN)变量,实虚部相互独立,方差为 $N_0/2$,且 N_0 为噪声功率谱密度。

LDPC 码是一种具有稀疏奇偶校验矩阵并采用迭代译码的线性分组码。它采用置信传播(BP)原理实现了线性译码复杂度的迭代译码^[1]。该算法的对数域实现如下:定义 LDPC 码的校验矩阵为 \mathbf{H} ;与第 i 个校验节点相连的变量节点 j 的集合为 $K(j) = \{i: \mathbf{H}_{i,j} = 1\}$;与第 j 个变量节点相连的校验节点 i 的集合为 $M(i) = \{j: \mathbf{H}_{j,i} = 1\}$; $L(c_i)$ 为信道输入信息的对数似然比; c_i , x_i , y_i 分别为第 i 个码元、判决信号和接收信号; r_{ji} , q_{ij} 分别为校验节点 i 与变量节点 j 间传递的外信息概率,且有 $L(r_{ji}) = \ln[r_{ji}(0)/r_{ji}(1)]$, $L(q_{ij}) = \ln[q_{ij}(0)/q_{ij}(1)]$; Q_i 为判决变量节点 c_i 的软信息概率; LDPC 码长为 N ; $\mathbf{C} = [c_1, \dots, c_N]^T$ 为判决码字向量。则在方差为 σ^2 的 AWGN 信道下,迭代译码过程如下:

初始化:

$$L(c_i) = \ln \left[\frac{p(x_i = 1 | y_i)}{p(x_i = -1 | y_i)} \right] = 2y_i / \sigma^2 \quad (2)$$

$$L(q_{ij}) = L(r_{ji}) = 0 \quad (3)$$

迭代过程:

(1)变量节点更新及最终迭代结果的判断

$$L(q_{ij}) = L(c_i) + \sum_{j' \in M(i) \setminus j} L(r_{ji'}) \quad (4)$$

$$L(Q_i) = L(c_i) + \sum_{j \in M(i)} L(r_{ji}) \quad (5)$$

$$\hat{c}_i = \begin{cases} 0, & L(Q_i) \geq 0 \\ 1, & L(Q_i) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, \hat{c}_i 为 c_i 的估计值。若 $\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{0} \pmod{2}$, 则 $\hat{\mathbf{C}}$ 为译码正确结果,迭代结束;否则,如迭代次数未超过设定的最大次数,转(2)继续迭代;否则迭代到最大次数后结束。

(2)校验节点更新

$$L(r_{ji}) = 2 \tanh^{-1} \left\{ \prod_{i' \in K(j) \setminus i} \tanh[L(q_{i'j})/2] \right\} \quad (7)$$

3 基于 LDPC 译码的迭代载波恢复算法

由 LDPC 译码的特点可得以下结论:在存在载波偏差情况下,估计并用于补偿的载波频率与相位偏差越准确,则 LDPC 译码输出软信息绝对值之和将达到最大。该结论可用 SNR 分析^[1]的方法得到解释:在无载波偏差时,由式(1)知,接收到的 I, Q 两路信号的有效幅度达到最大,即为信号 a_k ,而在存在载波偏差情况下,信号 a_k 需要乘以相位偏移项,而该项的实、虚部都小于等于 1,使实际接收信号的有效幅度下降,并引起相关的对数似然比 $L(c_i)$ 下降。同时,也因其他相关码字的 $L(c_i)$ 下降,造成外信息对该码字的影响降低。因此,在这两方面因素的影响下,由式(5)得到的软信息绝对值的幅度也将降低。另外,通过将所有码字软信息绝对值累加后作为目标函数,就能得到较可靠的判决依据,即以该目标函数最大化作为是否达到较好载波恢复的判断准则。

由以上分析,得到基于 LDPC 软信息的迭代载波恢复算法如下:

(1)定义目标函数 $\psi(\Delta f, \theta)$ 如式(8)所示,并进行相关计算:

$$\begin{aligned} \psi(\Delta f, \theta) &= \sum_{i=1}^N \left| L[Q_i^{(l)} | \Delta f, \theta] \right| \\ &= \sum_{i=1}^N \left| L(c_i | \Delta f, \theta) + \sum_{j \in M(i)} L(r_{ji} | \Delta f, \theta) \right| \end{aligned} \quad (8)$$

其中,上标 l 表示迭代次数。为了兼顾计算量和目标函数区分不同载波偏差 Δf , θ 的分辨率, l 可取为 3~5。式(8)中各个变量带参数 Δf , θ , 分别表示为在该载波偏差前提下,得到的目标函数、LDPC 码的外信息、对数似然比等计算值。

(2)计算载波频率与相位偏差 Δf , θ 的最佳估计 Δf_{opt} , θ_{opt} :

$$(\Delta f_{\text{opt}}, \theta_{\text{opt}}) = \arg \max_{\substack{\Delta f \in \text{Freq. region} \\ \theta \in [-\pi, \pi]}} [\psi(\Delta f, \theta)] \quad (9)$$

其中,载波偏差 Δf , θ 的估计可通过搜索相应搜索范围得到。同时,对式(9)优化方程求解是迭代载波恢复的关键。为了有效地求解该优化方程,需要得到该目标函数对自变量的关系,以选择较好的优化

算法。以下用数值仿真方法给出了一个典型目标函数 $\psi(\Delta f, \theta)$ 相对于其自变量 $\Delta f, \theta$ 的三维曲线图(其中, Δf 归一化为 $\Delta f T_s$)如图 1 所示。

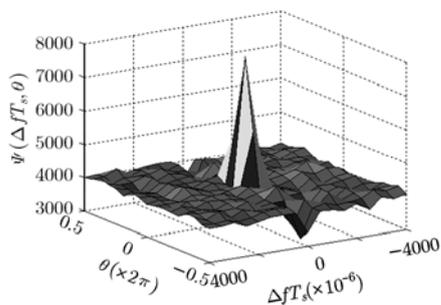


图 1 典型 $\psi(\Delta f, \theta) \sim (\Delta f, \theta)$ 三维曲线图

该仿真采用了空间数据咨询委员会(CCSDS)标准中的 LDPC 码(2048,1024)^[8], 迭代次数为 3, 比特信噪比(E_b/N_0)设为 0.5 dB。由图 1 得, 在无载波偏差情况下, 目标函数 $\psi(\Delta f, \theta)$ 取得了全局最大值。其他不同 LDPC 码及 E_b/N_0 等参数的组合也有类似结果。所以, 该仿真也表明了可通过求式(9)获得载波偏差估计。

因 $\psi(\Delta f, \theta)$ 是通过式(8)迭代求得的, 所以, 对其自变量 $\Delta f, \theta$ 无直接关系式, 式(9)需要采用直接优化算法来求解。而单纯形算法^[9]是一种常用的优化算法。但因基本的单纯形算法只能求极小值, 所以, 对 $\psi(\Delta f, \theta)$ 取反得到新函数 $\Phi(\Delta f, \theta)$, 就能直接用单纯形算法进行载波偏差估计。同时, 由图 1 知, $\psi(\Delta f, \theta)$ 在搜索范围内, 还有不少局部极大值, 影响了单纯形算法搜索全局最大值。针对该问题, 考虑到图 1 显示 $\psi(\Delta f, \theta)$ 对载波偏差有一定对称性, 在全局最大值附近局部极大值较少, 且载波频偏对 $\psi(\Delta f, \theta)$ 的影响显著, 所以, 可由分区搜索的全局优化方法, 采用载波频偏一维搜索窗^[10]辅助的单纯形算法来实现。整个搜索窗辅助单纯形算法可采用以下两个过程来实现: 首先, 给定 5 个载波相位: $\pm 2\pi/3, \pm\pi/3$ 及 0, 用搜索窗算法, 分别搜索给定 5 个载波相位前提下的最佳载波频偏, 使相应的 $\psi(\Delta f, \theta)$ 值达到最大。然后, 在搜索到的 5 个载波频率和相位偏差周围各取 4 组载波频偏和相偏变量组, 分别执行 10 次左右单纯形迭代, 可得载波频偏和相偏及 $\psi(\Delta f, \theta)$ 结果。其中, 最大 $\psi(\Delta f, \theta)$ 值对应的最佳载波频偏和相偏估计的误差将在相应搜索区的 1% 以内。然后, 在用以上最佳估计的载波频偏和相偏对系统进行补偿后, 残余的偏差可用文献[6]中算法, 用小环路步长的 LDPC 软信息辅助 Costas 环, 获得高精度的纠正。

上述方案的计算复杂度较高, 但在实现中可进行简化: 式(8)中的累加计算包含了所有信息和校验符号的软信息, 实际只需累加判决可靠性较高的信息符号软信息, 且由相关仿真也能得到与图 1 类似的结果。采用该改进的算法, 当码率为 R 时, 计算复杂度降为原来的 R 。因文献[6]中的算法能在 2% 载波频偏和相偏搜索范围内实现有效跟踪, 本方案可减少单纯形算法迭代次数到 6 次, 使载波偏差的粗估计误差在 2% 的搜索范围内, 以进一步降低计算复杂度。此外, 对于载波偏差参数固定或缓变的系统, 载波捕获只需间隔若干 LDPC 数据帧的接收才执行 1 次, 从而降低了计算量。

4 迭代载波恢复结构及特点

根据上述载波恢复原理, 可设计整个迭代载波恢复的结构如图 2 所示。其中, 编码辅助的 Costas 环迭代载波恢复结构与文献[6,10]类似, 即采用了 LDPC 软信息作为 Costas 环的参考序列, 来计算环路偏差。且对于该算法造成的载波恢复延迟, 需要采用若干缓冲区来保存临时软信息数据并缓冲解调处理速率。同时, 接收信号首先采用本算法进行载波偏差估计并进行补偿, 且在一个 LDPC 帧译码内实现载波捕获。然后, 采用较小的 Costas 环路步长并结合 LDPC 软信息, 来纠正残留的载波偏差, 实现载波跟踪。另外, 在载波跟踪中, 需将前一次 Costas 环迭代的数据缓存, 以作为参考序列, 执行载波偏差计算。而且, 整个方案采用全数字插值及查表等方式实现载波恢复, 无需采用稳定性差的模拟压控振荡器等结构。

同时, 在仅利用 Costas 环的传统 QPSK 解调系统中, 解调端通常会出现相位模糊现象, 即载波相位虽处于锁定状态, 但所估计的载波相位相对于准确的相位, 通常会出现 $2\pi i/4 (i \in \{1, 2, 3\})$ 的相位偏移, 造成载波错锁, 使译码器接收的信号出错。对于该问题, 通常需要采用差分编码等方法来克服, 但也带来了差分编码使误码性能下降的缺陷。在本方案中, 可采用 LDPC 软信息, 不占用额外开销,

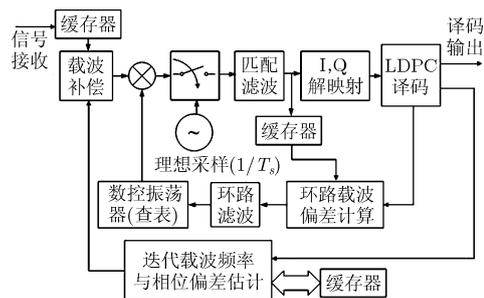


图 2 迭代载波恢复结构图

就能有效地消除载波相位模糊。该技术实现简单, 只要判断并取 $\psi(\Delta f, \theta)$ 最大时的载波估计, 就能避免相位模糊。因为相位模糊直接造成译码器输入数据多乘了一个相位旋转因子: $\exp\{2\pi i/4\}$, ($i \in \{1, 2, 3\}$), 使输入数据的有效幅度降低, 且受到相邻 I 或 Q 相信号干扰, 造成 $\psi(\Delta f, \theta)$ 减小。而文献[6]中算法在载波频偏大的情况下, 由式(1)可知, 输入到 LDPC 译码器的数据将被彻底扰乱, 相应的 LDPC 软信息也将无意义, 不能有效辅助 Costas 环进行载波同步。而本算法先进行大范围内的载波偏差搜索并进行估计及补偿, 再用文献[6]中算法小范围内载波跟踪, 就能克服这些问题。而且, 对于在低 SNR 下的跳周问题, 本算法在粗载波估计并补偿后, 借助小载波偏差范围内软信息辅助的 Costas 环较准确地迭代更新, 可有效避免跳周问题。

5 仿真结果及性能分析

整个系统的仿真参数如下: 采用 1/2 码率的 LDPC 码(2048,1024)^[8]; LDPC 译码的迭代次数最大为 20 次; 用于载波恢复软信息计算的迭代次数为 3 次; AWGN 信道; 载波偏差为: 频率偏差 $\Delta f \cdot T_s = 2 \times 10^{-3}$ 及 2×10^{-4} , 且频偏搜索区设为 $[-4 \times 10^{-3}, 4 \times 10^{-3}]$, 相位偏差 $3\pi/4$, 且相偏搜索区设为 $[-\pi, \pi]$ 。载波跟踪采用的参数和文献[6]相同。

图 3 给出了经过 20 次迭代后, 载波频偏与相偏对系统误码性能的影响图。其中, 图 3 中载波频偏与相偏单位分别设为相应搜索区的百分比, 即将 $[-50\%, 50\%]$ 分别对应于各自搜索区的范围。由该图可知, 系统误码性能对于载波频偏非常敏感: 在载波频偏仅偏离搜索区的 2% 左右后, 误码性能就急剧下降。所以, 必须通过增加载波频偏估计的精度, 并结合载波估计及补偿方法和文献[6]中的载波跟踪算法来提高系统的误码性能。

最后, 采用以上仿真参数并用简化后算法仿真得到如图 4 所示的误码性能。

由图 4 可知, 采用本算法的 QPSK 通信系统,

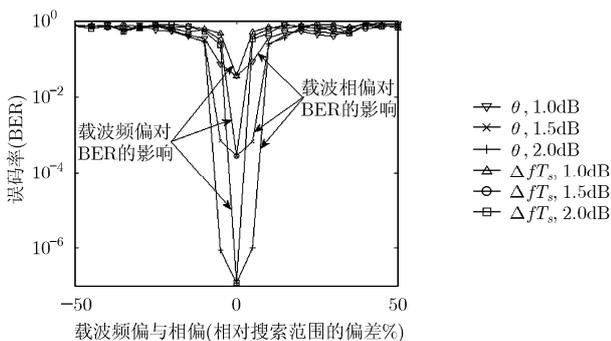


图 3 载波频偏与相偏对系统误码性能的影响图

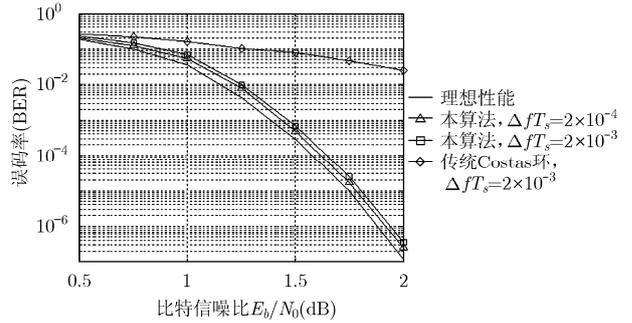


图 4 迭代载波恢复的误码性能图

在较低 SNR 下能有效地估计并纠正较大的载波偏差及克服相位模糊, 并可获得距理想性能 0.1 dB 以内的性能。在较小的载波频率偏差 $\Delta f \cdot T_s = 2 \times 10^{-4}$ 下, 该算法能使系统的误码性能接近理想系统 0.05 dB 以内。通过以下关系: $SNR = E_b / N_0 \eta R$ (η 为 QPSK 调制效率 2 bit/s/Hz, R 为 LDPC 码率 1/2), 可知它能有效工作于 SNR 为 2 dB 的场合。而仅采用传统 Costas 环与 LDPC 译码的简单级联系统, 在误码率(BER)为 1×10^{-2} 时, 与理论性能差距在 1 dB 以上, 且在更低的 BER 时, 性能差距更大。与文献[6]中的算法相比, 在大载波偏差下, 本算法更接近理论性能, 并可克服 Costas 环相位模糊、错锁、跳周等问题。另外, 在补偿载波粗估计后, 通过设定更小的 Costas 环路步长, 可获得更好的载波跟踪性能。

在实现复杂度方面, 简化方案中的软信息计算需在 3 次 LDPC 译码迭代的基础上, 增加取绝对值与求和运算, 且计算规模与 LDPC 数据帧中需编码的信息符号长度成线性关系。但它在载波偏差估计中, 还需 6 次/组 \times 5 组 = 30 次单纯形迭代计算和 16 次/组 \times 5 组 = 80 次搜索窗计算, 计算量还是较大且增加了若干载波恢复延迟。其中, 载波恢复延迟中的单纯形计算有 30 次单纯形计算 \times 3 次 LDPC 迭代/次单纯形计算 = 90 次 LDPC 迭代延迟。但该计算可采用并行或部分并行处理来降低延迟。而且, 对于载波偏差参数固定或缓变的系统, 载波捕获阶段的搜索窗及单纯形迭代计算只要间隔若干 LDPC 数据帧(如 20 帧等)的接收才执行 1 次, 即可实现载波捕获的粗估计。所以, 这部分计算复杂度在较长时间的信号解调中可认为相对较低。此外, 该算法还可通过增加频偏搜索范围并以增加计算量较多的搜索窗代价, 在低 SNR 及更大的载波频偏(如在 $\Delta f T_s = 2 \times 10^{-2}$)下实现有效捕获。而在该情况下, 传统算法与文献[6]中的算法都将无法有效工作。

6 结论

本文提出了一种适用于较低 SNR(≤ 2 dB)下

的基于 LDPC 软信息的迭代载波恢复算法。该算法首先对 LDPC 译码软信息的绝对值求和, 以其最大化为准则, 对载波偏差用搜索窗辅助的单纯形算法进行估计并补偿。同时, 该算法将 LDPC 软信息作为 Costas 环的参考序列, 以纠正残留载波偏差。仿真表明, 采用该算法的 QPSK 编码系统, 在较低 SNR 情况下能以较少计算复杂度的代价, 有效地纠正载波偏差及克服相位模糊、跳周等问题, 并获得距理想 QPSK 编码系统 0.1 dB 以内的误码性能。

参 考 文 献

- [1] MacKay D J. Good error-correcting codes based on very sparse matrices [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, 45(2): 399-431.
- [2] Oh W and Cheun K. Joint decoding and carrier phase recovery algorithm for turbo codes [J]. *IEEE Communication Letters*, 2001, 5(9): 375-377.
- [3] Zhang L and Burr A G. Iterative carrier recovery suited to turbo-coded systems [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(6): 2267-2276.
- [4] Lottici V and Luise M. Embedding carrier phase into iterative decoding of turbo-coded linear modulations [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2004, 52(4): 661-669.
- [5] Valles E L, Wesel R D, Villasenor J D, and Jones C R. Carrier and timing synchronization of BPSK via LDPC code feedback [C]. Proc. 40th Asilomar Conference on Signal, System and Computers, Pacific Grove, CA, 2006: 2177-2181.
- [6] 李茂沛, 周廷显. 改进科斯塔斯环的 LDPC 码相位同步算法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(11): 1764-1766, 1821.
- Li Mao-pei and Zhou Ting-xian. Iterative phase synchronization algorithm based on modified Costas loop for LDPC coded systems [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2007, 39(11): 1764-1766, 1821.
- [7] Mielczarek B and Svensson A. Timing error recovery in turbo-coded systems on AWGN channels [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(10): 1584-1592.
- [8] CCSDS. Low density parity check codes for use in near-earth and deep space [S]. Washington, DC, USA: the Consultative Committee for Space Data Systems. 2007: (3-1)-(3-11).
- [9] Jeffrey C L, James A R, Margaret H W, and Paul E W. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions [J]. *SIAM Journal of Optimization*, 1998, 9(1): 112-147.
- [10] Choi K. Residual frequency offset compensation-embedded turbo decoder [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(5): 3211-3217.

包建荣: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为深空通信.

詹亚锋: 男, 1976 年生, 副研究员, 研究方向为深空及卫星通信等.

陆建华: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线多媒体通信等.