

基于多循环频率聚焦的宽带循环平稳信号阵列测向方法

刘章孟 黄知涛 周一宇

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘要: 宽带循环平稳信号多个离散循环频率处的信息能否进行综合利用以改善低信噪比条件下的阵列测向性能具有较大的研究价值。该文从阵列观测数据的循环谱相关函数入手,证明了低信噪比条件下不同循环频率处阵列观测数据的谱相关函数估计误差之间相互独立,表明不同循环频率信息之间具有较强的互补性,然后借鉴常规宽带信号频域聚焦思想提出了一种不同循环频率处信息综合利用的有效途径。仿真结果表明,基于多循环频率聚焦的方法能够有效改善低信噪比条件下宽带循环平稳信号的阵列测向性能。

关键词: 阵列信号处理; 波达方向估计; 循环平稳; 宽带信号

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)10-2449-06

Direction-of-Arrival Estimation for Wideband Cyclostationary Signals Basing on Multi-Cycle Focusing

Liu Zhang-meng Huang Zhi-tao Zhou Yi-yu

(Department of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The information within different cyclo-frequencies about the wideband cyclostationary signals may be complementary to each other, whether and to what degree can they be exploited synthetically to improve the Direction-Of-Arrival (DOA) performance with arrays for wideband cyclostationary signals owns much significance, especially when the Signal-to-Noise Ratio (SNR) is low. This paper analyzes the spectral correlation of the array output at different cyclo-frequencies, and verifies that the errors of their estimates from finite sampling are independent to each other, which demonstrates the possibility of multi-cycle synthesization. An effective way of multi-cycle focussing is also proposed to realize the process of synthesization. Simulation results show that the proposed multi-cycle focusing method greatly improved the DOA estimation performance for wideband cyclostationary signals when the SNR is low.

Key words: Array signal processing; Direction-Of-Arrival (DOA) estimation; Cyclostationarity; Wideband signal

1 前言

随着宽带信号在雷达、通信领域的广泛应用,其侦察和参数估计问题引起了业界的极大关注。宽带阵列测向技术也以此为契机实现了飞速发展,研究人员相继提出了 ISSM^[1], CSM^[2]等多种测向方法,近年来仍不断有新的研究成果涌现出来^[3-5],这类方法能够解决一般的宽带信号测向问题,但对低信噪比信号环境的适应能力不强。

Gardner 的研究表明,各种电子系统中使用的人工调制的雷达和通信信号通常会体现出一种特殊的周期性,即循环平稳特性,且不同调制样式和调制参数的信号其的循环平稳特性各不相同^[6,7],这个特性自发现之后立即在众多领域引起了广泛关注^[8]。Gardner 把该特性应用于窄带信号的阵列测向中^[9],

提出了 *Cyclic-MUSIC*, *Cyclic-ESPRIT* 方法,实现了对此类信号时域信息的有效利用。Xu 成功地把 *Cyclic* 类方法推广到宽带信号,提出了 *SC-SSF* 方法^[10],实现了对空间相隔较近而调制样式不同的多个宽带辐射源的有效分辨。*SC-SSF* 方法虽然在一定程度上利用了信号的时域特征,但由于该方法只考虑了信号某个典型的离散循环频率,如码速率、2倍载频等,而忽略了可能存在的其他多个离散循环频率处的信息,如码速率的整数倍、2倍载频加减码速率的整数倍等,因此基于单循环频率的 *SC-SSF* 方法可能并没有充分利用循环平稳信号的时域特征,对多循环频率信息的综合利用可望获得比单循环频率更优的性能。Huang 等就借助多个离散循环频率的信息实现了对时差和多普勒的高精度估计^[11]。

本文旨在研究低信噪比条件下阵列测向问题中综合利用信号多循环频率信息的可能性,并探索有

2008-10-10 收到, 2009-06-01 改回

国家自然科学基金(60502040), 湖南省研究生科研创新项目, 国防科技大学优秀研究生创新项目资助课题

效的信息融合途径,因此选取了单个信号入射的情形进行分析,其结论同样可以推广到多个信号的情况。首先在低信噪比和有限采样条件下对观测数据误差成分进行了分析,结果表明模型误差主要来源于噪声循环自相关函数的估计误差。然后论证了不同循环频率处模型误差之间的独立性,以此说明不同循环频率处阵列谱相关函数所包含的信息之间具有较强的互补性,为基于多循环频率聚焦的阵列测向方法的实现提供了可能。最后给出了一种多循环频率信息融合途径,仿真结果证明了该方法的有效性。

文章结构如下:第2节简要介绍了基于单循环频率的SC-SSF方法的基本原理,第3节分析了有限采样情况下阵列循环自相关函数的估计误差,第4节探讨了不同循环频率处循环相关函数估计误差之间的独立性,第5节提出了基于多循环频率聚焦的阵列测向新方法,第6节对新方法的性能进行了仿真验证,第7节总结了全文。

2 SC-SSF方法^[10]

以下以阵元数为 K 的均匀线阵为例针对单信号入射的情况对SC-SSF方法的原理进行介绍。设阵列噪声为空、时均白的平稳噪声,且信号与噪声之间循环统计独立。

选取第1个阵元为参考阵元,单个信号从 θ 方向入射时第 k 个阵元上的观测数据为

$$x_k(t) = s(t + (k-1)\tau) + n_k(t) \quad (1)$$

其中 $s(t)$ 为入射信号时域波形, $\tau = D \sin \theta / c$ 为相邻阵元之间的时间延迟, D 为相邻阵元的间隔, c 为电磁波传播速度, $n_k(t)$ 为该阵元上的观测噪声。

宽带信号阵列输出的循环自相关为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X^\alpha(\tau) &= [r_{x_1}^\alpha(\tau), r_{x_2}^\alpha(\tau), \dots, r_{x_K}^\alpha(\tau)]^\top \\ &= [r_s^\alpha(\tau), r_s^\alpha(\tau) e^{j2\pi\alpha\tau}, \dots, r_s^\alpha(\tau) e^{j2\pi\alpha(K-1)\tau}]^\top \\ &= \mathbf{a}(\alpha, \theta) r_s^\alpha(\tau) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a}(\alpha, \theta) = [1, e^{j2\pi\alpha\tau}, \dots, e^{j2\pi\alpha(K-1)\tau}]^\top$,上式第二个等号成立的具体依据可参考文献[7]。

取不同时延 τ ,得到一组 $\mathbf{R}_X^\alpha(\tau)$ 构成伪数据矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(\alpha) &= [\mathbf{R}_X^\alpha(0), \mathbf{R}_X^\alpha(T_s), \dots, \mathbf{R}_X^\alpha((L-1)T_s)] \\ &= \mathbf{a}(\alpha, \theta) [r_s^\alpha(0), r_s^\alpha(T_s), \dots, r_s^\alpha((L-1)T_s)] \end{aligned} \quad (3)$$

最后利用传统的窄带空间谱估计方法就能实现对宽带循环平稳信号的DOA估计。

在实际应用中,由于采样点数通常是有限的,

对阵列观测数据谱相关函数的估计总会存在一定的误差,该误差的大小决定了最终的角度估计精度。

3 有限采样情况下阵列循环自相关函数的误差分析

假设采样间隔为 T_s ,采样点数为 N ,则第 k 个阵元上观测数据在循环频率 α 、时延 pT_s 处的循环自相关函数估计值为

$$\begin{aligned} \hat{r}_{x_k}^\alpha(pT_s) &= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} x_k(lT_s + pT_s) x_k^*(lT_s) e^{-j2\pi\alpha lT_s} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} [s(lT_s + pT_s - (k-1)\tau) \\ &\quad + n_k(lT_s + pT_s)] [s^*(lT_s - (k-1)\tau) \\ &\quad + n_k^*(lT_s)] e^{-j2\pi\alpha lT_s} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} s(lT_s + pT_s - (k-1)\tau) s^* \\ &\quad \cdot (lT_s - (k-1)\tau) e^{-j2\pi\alpha lT_s} \\ &\quad + \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} s(lT_s + pT_s - (k-1)\tau) n_k^*(lT_s) \\ &\quad \cdot e^{-j2\pi\alpha lT_s} + \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} n_k(lT_s + pT_s) \\ &\quad \cdot s^*(lT_s - (k-1)\tau) e^{-j2\pi\alpha lT_s} \\ &\quad + \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1-p} n_k(lT_s + pT_s) n_k^*(lT_s) e^{-j2\pi\alpha lT_s} \\ &= \hat{r}_s^\alpha(pT_s, k) + [\hat{r}_{sn}^\alpha(pT_s, k) + \hat{r}_{ns}^\alpha(pT_s, k)] \\ &\quad + \hat{r}_n^\alpha(pT_s, k) \\ &\triangleq \{r_s^\alpha(pT_s, k) + B_1\} + B_2 + B_3 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $B_1 = \hat{r}_s^\alpha(pT_s, k) - r_s^\alpha(pT_s, k)$ 为信号循环自相关函数的估计误差, $B_2 = \hat{r}_{sn}^\alpha(pT_s, k) + \hat{r}_{ns}^\alpha(pT_s, k)$ 为信号与噪声循环互相关函数的估计误差, $B_3 = \hat{r}_n^\alpha(pT_s, k)$ 为噪声循环自相关函数的估计误差。

B_1, B_2, B_3 所对应的循环相关函数估计误差在总的误差中所占的比重各不相同,且会随信噪比增大而发生变化。在文献[9]所给出的关于循环相关函数估计误差的结论的基础上进一步考虑信号的幅度因素,得到有限点情况下两信号 x 和 y 的循环相关函数估计的期望值为

$$\begin{aligned} E\{\hat{r}_{xy}^\alpha(k)\} &= E\left\{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-k} x(n+k) y^*(n) e^{-j2\pi\alpha n}\right\} \\ &= \sqrt{\|x\|^2 \|y\|^2} E\left\{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-k} \tilde{x}(n+k) \tilde{y}^*(n) e^{-j2\pi\alpha n}\right\} \\ &= \sqrt{\|x\|^2 \|y\|^2} [r_{xy}^\alpha(k) + O(1/N)] \\ &= r_{xy}^\alpha(k) + \sqrt{\|x\|^2 \|y\|^2} O(1/N) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\|x\|^2$, $\|y\|^2$ 分别为信号 x 和 y 的能量, $\tilde{x} = x/\sqrt{\|x\|^2}$, $\tilde{y} = y/\sqrt{\|y\|^2}$ 分别为信号 x 和 y 的幅度归一化形式。第 3 个等号的结论由文献[12]给出。

该估计值的平均误差为

$$E\{\hat{r}_{xy}^\alpha(k)\} - r_{xy}^\alpha(k) = \sqrt{\|x\|^2\|y\|^2} O(1/N) \quad (6)$$

可见该误差的大小与信号幅度成正比, 与采样点数成反比, 有用信号循环自相关函数、信号与噪声的循环互相关函数以及噪声项循环自相关函数的误差之间满足 $B_1/B_3 \propto \text{SNR}$, $B_2/B_3 \propto (\text{SNR})^{1/2}$ 。在较低信噪比条件下 $\text{SNR} \ll 1$, 因此 $B_1 \ll B_3$, $B_2 \ll B_3$, 即 $\hat{r}_{x_m x_m}^\alpha(pT_s)$ 的误差主要由有限采样在噪声的循环自相关函数中所引入的误差 B_3 决定。

4 误差的相关性分析

由于信号的循环相关函数和谱相关函数是等价的, 以下从噪声的谱相关函数出发分析不同循环频率处阵列观测数据的谱相关函数估计误差的相关性。

设整个观测时间段内的阵列采样点数为 MN , 在求取谱相关函数的过程中将这些采样点等分为 M 段, 每一段称为一个快拍, 每个快拍内的采样点数为 N 。设采样频率为 f_s , 则所得到的谱相关函数的频域分辨力为 $\Delta f = f_s/N$, 循环频域分辨力为 $\Delta\alpha = f_s/MN = \Delta f/M$ [13]。理想情况下通道噪声的谱相关函数为 $S_n^\alpha(f) = N(f + \alpha/2)N^*(f - \alpha/2) = 0$, 但采样点数有限时, 该谱相关函数的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{S}_n^\alpha(f) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{N}_m(f + \alpha/2) \hat{N}_m^*(f - \alpha/2) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{F} \left[x((mN + p)T_s) e^{-j\pi\alpha(mN+p)T_s} \right]_f \\ &\quad \cdot \mathbf{F}^* \left[y((mN + p)T_s) e^{j\pi\alpha(mN+p)T_s} \right]_f \\ &= \frac{1}{MN^2} \sum_{m=1}^M \sum_{p=0}^{N-1} x((mN + p)T_s) e^{-j\pi\alpha(mN+p)T_s} \\ &\quad \cdot e^{-j2\pi fpT_s} \sum_{n'=0}^{N-1} y^*((mN + p')T_s) e^{-j\pi\alpha(mN+p')T_s} \\ &\quad \cdot e^{j2\pi fp'T_s} \\ &= \frac{1}{MN^2} \sum_{m=1}^M \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{p'=0}^{N-1} x((mN + p)T_s) y^* \\ &\quad \cdot ((mN + p')T_s) e^{-j\pi\alpha(2mN+p+p')T_s} e^{-j2\pi f(p-p')T_s} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{F}[\bullet]_f$ 表示变量的 Fourier 变换在频率 f 处的取值。

循环频率分别为 α_1 , α_2 , 谱频率分别为 f_1 , f_2

处噪声谱相关函数互相关的期望为

$$\begin{aligned} E\{\hat{S}_n^{\alpha_1}(f_1)\hat{S}_n^{\alpha_2*}(f_2)\} &= \frac{1}{M^2N^4} \\ &\cdot E \left\{ \sum_{m_1=1}^M \sum_{p_1=0}^{N-1} \sum_{p_1'=0}^{N-1} n((m_1N + p_1)T_s) n^*((m_1N + p_1')T_s) \right. \\ &\cdot e^{-j\pi\alpha_1(2m_1N+p_1+p_1')T_s} e^{-j2\pi f_1(p_1-p_1')T_s} \\ &\cdot \sum_{m_2=1}^M \sum_{p_2=0}^{N-1} \sum_{p_2'=0}^{N-1} n^*((m_2N + p_2)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \\ &\left. \cdot e^{j\pi\alpha_2(2m_2N+p_2+p_2')T_s} e^{j2\pi f_2(p_2-p_2')T_s} \right\} \\ &= \frac{1}{M^2N^4} \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{p_1=0}^{N-1} \sum_{p_1'=0}^{N-1} \sum_{p_2=0}^{N-1} \sum_{p_2'=0}^{N-1} E \left\{ n((m_1N \right. \\ &+ p_1)T_s) n^*((m_1N + p_1')T_s) n^* \\ &\cdot ((m_2N + p_2)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \left. \right\} \\ &\cdot e^{-j\pi\alpha_1(2m_1N+p_1+p_1')T_s} e^{-j2\pi f_1(p_1-p_1')T_s} \\ &\cdot e^{j\pi\alpha_2(2m_2N+p_2+p_2')T_s} e^{j2\pi f_2(p_2-p_2')T_s} \end{aligned} \quad (8)$$

对于通常遇到的零均值高斯分布的复圆白噪声, 其 4 阶矩可展开为

$$\begin{aligned} E\left\{ n((m_1N + p_1)T_s) n^*((m_1N + p_1')T_s) n^* \right. \\ \left. \cdot ((m_2N + p_2)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \right\} \\ = E \left\{ n((m_1N + p_1)T_s) n^*((m_1N + p_1')T_s) \right\} \\ \cdot E \left\{ n^*((m_2N + p_2)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \right\} \\ + E \left\{ n((m_1N + p_1)T_s) n^*((m_2N + p_2)T_s) \right\} \\ \cdot E \left\{ n^*((m_1N + p_1')T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \right\} \\ + E \left\{ n((m_1N + p_1)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \right\} \\ \cdot E \left\{ n^*((m_1N + p_1')T_s) n^*((m_2N + p_2)T_s) \right\} \\ = \sigma^4 \delta(p_1 - p_1') \delta(p_2 - p_2') + \sigma^4 \delta(m_1 - m_2) \\ \cdot \delta(p_1 - p_2) \delta(p_1' - p_2') \end{aligned} \quad (9)$$

因此

$$\begin{aligned} E\{\hat{S}_n^{\alpha_1}(f_1)\hat{S}_n^{\alpha_2*}(f_2)\} \\ = \frac{1}{M^2N^4} \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{p_1=0}^{N-1} \sum_{p_1'=0}^{N-1} \sum_{p_2=0}^{N-1} \sum_{p_2'=0}^{N-1} E \left\{ n((m_1N \right. \\ + p_1)T_s) n^*((m_1N + p_1')T_s) n^* \\ \cdot ((m_2N + p_2)T_s) n((m_2N + p_2')T_s) \left. \right\} \\ \cdot e^{-j\pi\alpha_1(2m_1N+p_1+p_1')T_s} e^{-j2\pi f_1(p_1-p_1')T_s} \\ \cdot e^{j\pi\alpha_2(2m_2N+p_2+p_2')T_s} e^{j2\pi f_2(p_2-p_2')T_s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sigma^4}{M^2 N^2} \sum_{m_1=1}^M \sum_{m_2=1}^M \sum_{p_1=0}^{N-1} \sum_{p_2=0}^{N-1} e^{-j2\pi\alpha_1(m_1 N + p_1)T_s} \\
&\quad \cdot e^{j2\pi\alpha_2(m_2 N + p_2)T_s} \\
&+ \frac{\sigma^4}{MN^2} \sum_{m_1=1}^M \sum_{p_1=0}^{N-1} \sum_{p_2=0}^{N-1} e^{-j2\pi\alpha_1(m_1 N + p_1)T_s} e^{j2\pi\alpha_2(m_1 N + p_2)T_s} \\
&= \frac{\sigma^4}{M^2 N^2} \sum_{m_1=1}^M e^{-j2\pi\alpha_1 m_1 N T_s} \sum_{m_2=1}^M e^{j2\pi\alpha_2 m_2 N T_s} \\
&\quad \cdot \sum_{p_1=0}^{N-1} e^{-j2\pi\alpha_1 p_1 T_s} \sum_{p_2=0}^{N-1} e^{j2\pi\alpha_2 p_2 T_s} \\
&+ \frac{\sigma^4}{MN^2} \sum_{m_1=1}^M e^{-j2\pi(\alpha_1 - \alpha_2)m_1 N T_s} \sum_{p_1=0}^{N-1} e^{-j2\pi\alpha_1 p_1 T_s} \\
&\quad \cdot \sum_{p_2=0}^{N-1} e^{j2\pi\alpha_2 p_2 T_s} \quad (10)
\end{aligned}$$

由于循环频域分辨力为 $\Delta\alpha = f_s/MN = \Delta f/M$ ，因而 $\alpha_1 = q_1\Delta\alpha = q_1 f_s/MN$, $\alpha_2 = q_2\Delta\alpha = q_2 f_s/MN$ ，且 q_1, q_2 为整数，所以

$$\begin{aligned}
\sum_{m_1=1}^M e^{-j2\pi\alpha_1 m_1 N T_s} &= \frac{1 - e^{-j2\pi\alpha_1 M N T_s}}{1 - e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}} e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s} \\
&= \frac{e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}}{1 - e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}} \left(1 - e^{-j2\pi(q_1 f_s/MN)M N T_s}\right) \\
&= \frac{e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}}{1 - e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}} \left(1 - e^{-j2\pi q_1}\right) = 0 \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{m_1=1}^M e^{-j2\pi(\alpha_1 - \alpha_2)m_1 N T_s} &= M\delta(\alpha_1 - \alpha_2) \\
&+ \frac{1 - e^{-j2\pi(\alpha_1 - \alpha_2)M N T_s}}{1 - e^{-j2\pi(\alpha_1 - \alpha_2)N T_s}} e^{-j2\pi(\alpha_1 - \alpha_2)N T_s} \\
&\cdot (1 - \delta(\alpha_1 - \alpha_2)) = M\delta(\alpha_1 - \alpha_2) \\
&+ \frac{e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}}{1 - e^{-j2\pi\alpha_1 N T_s}} \left(1 - e^{-j2\pi(q_1 - q_2)}\right) \\
&(1 - \delta(q_1 - q_2)) = M\delta(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (12)
\end{aligned}$$

因此，当 $\alpha_1 \neq \alpha_2$ 时， $E\{\hat{S}_n^{\alpha_1}(f_1)\hat{S}_n^{\alpha_2*}(f_2)\} = 0$ ，即不同循环频率处噪声的循环自相关函数估计误差之间互不相关。同时由式(7)可以看出，噪声的谱相关函数是由 $M(\gg 1)$ 段数据的谱相关函数的平均得到的，根据中心极限定理，单个循环频率处噪声的谱相关函数近似服从高斯分布，因此不同循环频率处噪声的循环自相关函数估计误差之间相互独立。

由于不同循环频率处角度估计误差取决于该循环频率处阵列观测数据的谱相关函数估计误差，因此由不同循环频率处谱相关函数估计误差的独立性可以得出不同循环频率处的角度估计误差之间相互独立，因此可以借助多循环频率融合的方法改善低信噪比条件下循环平稳信号的测向性能。

5 基于多循环频率聚焦的阵列测向方法

利用大多数信号通常所具有的多个离散的循环频率，可以从同一组原始采样数据中得到多组阵列循环谱相关函数，它们都能各自独立地估计出信号源的波达方向，多循环频率信息融合可以考虑在特征层或决策层进行。本文从特征层谱相关函数出发，借鉴常规宽带聚焦方法 CSM^[2]实现对多循环频率信息的综合。

假设基于原始采样数据得到了离散循环频率 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_I$ 处的阵列谱相关函数 $\mathbf{Y}(\alpha_1), \mathbf{Y}(\alpha_2), \dots, \mathbf{Y}(\alpha_I)$ ，每组数据中都包含有关于信号波达方向 θ 的信息，但同时又受到有限采样所引入的误差的影响，其统一的表示形式为

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{Y}}(\alpha_i) &= \mathbf{a}(\alpha_i, \theta) \left[G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{Fs}{2} \right), G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{N-1}{2N} Fs \right), \right. \\
&\quad \left. \dots, G_s^{\alpha_i} \left(\frac{Fs}{2} \right) \right] + \mathbf{N}_{\alpha_i} = \mathbf{Y}(\alpha_i) + \mathbf{N}_{\alpha_i}, \\
&\quad i = 1, 2, \dots, I \quad (13)
\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{a}(\alpha_i, \theta) = [1, e^{j2\pi\alpha_i\tau}, \dots, e^{j2\pi\alpha_i(K-1)\tau}]^T$ 为循环频率 α_i 处阵列对入射信号的响应函数， $G_s^{\alpha_i}(f)$ 为有用信号在循环频率 α_i ，谱频率 f 处的谱相关函数值， \mathbf{N}_{α_i} 为循环频率 α_i 处有限采样引入的谱相关函数估计误差。

前面的分析表明，不同循环频率处谱相关函数的估计误差之间相互独立，即

$$E\{\mathbf{N}_{\alpha_i}, \mathbf{N}_{\alpha_j}^H\} = \mathbf{0}, \quad i \neq j \quad (14)$$

因此，如果能够把不同循环频率处的阵列谱相关函数中有用信号的能量有效会聚起来，则误差能量也会同时因相互抵消而减弱，等效信噪比会因此而增大，最终达到改善角度估计性能的目的。

式(13)表明特定循环频率处不同通道之间理想谱相关函数的相位偏移量与对应的循环频率成正比，因此不同循环频率处谱相关函数的导向矢量各不相同，但它们之间同时也存在一种由循环频率和信号波达方向决定的线性依赖关系，即

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}(\alpha_i) &= \mathbf{a}(\alpha_i, \theta) \left[G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{Fs}{2} \right), G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{N-1}{2N} Fs \right), \right. \\
&\quad \left. \dots, G_s^{\alpha_i} \left(\frac{Fs}{2} \right) \right] = \mathbf{T}_{ij}(\theta) \mathbf{a}(\alpha_j, \theta) \left[G_s^{\alpha_j} \left(-\frac{Fs}{2} \right), \right. \\
&\quad \left. G_s^{\alpha_j} \left(-\frac{N-1}{2N} Fs \right), \dots, G_s^{\alpha_j} \left(\frac{Fs}{2} \right) \right] \mathbf{Q}_{ij} \\
&= \mathbf{T}_{ij}(\theta) \mathbf{Y}(\alpha_j) \mathbf{Q}_{ij} \quad (15)
\end{aligned}$$

其中 \mathbf{T}_{ij} 为相移变换矩阵， \mathbf{Q}_{ij} 为幅度变换矩阵，且

$$\mathbf{T}_{ij} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j2\pi(\alpha_i - \alpha_j)\tau}, \dots, e^{j2\pi(\alpha_i - \alpha_j)(K-1)\tau} \right\}$$

$$\mathbf{Q}_{ij} = \text{diag} \left\{ \left[G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{Fs}{2} \right) / G_s^{\alpha_j} \left(-\frac{Fs}{2} \right), \right. \right. \\ \left. \left. G_s^{\alpha_i} \left(-\frac{N-1}{2N} Fs \right) / G_s^{\alpha_j} \left(-\frac{N-1}{2N} Fs \right), \right. \right. \\ \left. \left. \dots, G_s^{\alpha_i} \left(\frac{Fs}{2} \right) / G_s^{\alpha_j} \left(\frac{Fs}{2} \right) \right] \right\}$$

由于最终的测向过程一般是通过对阵列谱相关函数 $\mathbf{Y}(\alpha)$ 的协方差矩阵 $\mathbf{Y}(\alpha)\mathbf{Y}^H(\alpha)$ 作特征值分解完成, 因此单个通道上谱相关函数的具体相位不会影响多循环频率的能量融合, 只要能够实现不同循环频率处各通道相位偏移的对齐, 就能对其有用信号能量进行累积, 假设选取参考频率为 α_1 , 其实现过程为

$$\mathbf{R}_Y^{\text{FOC}}(\alpha_1, \theta) = \sum_{i=1}^I \mathbf{T}_i \mathbf{Y}(\alpha_i) \mathbf{Y}^H(\alpha_i) \mathbf{T}_i^H \\ = \mathbf{a}(\alpha_1, \theta) \sum_{i=1}^I P_{\alpha_i} \mathbf{a}^H(\alpha_1, \theta) \quad (16)$$

其中 P_{α_i} 为循环频率 α_i 处信号的谱相关能量。

从式(16)可以看出, 聚焦变换实现了不同循环频率处信号能量的累加, 最终可以达到改善阵列测向性能的目的。

实际应用中, 关于时间延迟 τ 的先验信息通常是不准确的, 只有通过预估得到。这里选取参考频率 α_0 , 聚焦角度 θ_0 由单个循环频率处角度估计值 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_I$ 得到, 对应的信号源到达相邻阵元之间的时间延迟为 τ_0 , 聚焦矩阵

$$\mathbf{T}_i(\alpha_0, \theta_0) = \text{diag} \left\{ \left[1, e^{j2\pi(\alpha_0 - \alpha_i)\tau_0}, \dots, e^{j2\pi(\alpha_0 - \alpha_i)(K-1)\tau_0} \right] \right\}, \\ i = 1, 2, \dots, I \quad (17)$$

聚焦得到的数据协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}}_Y^{\text{FOC}}(\alpha_0, \theta_0) = \sum_{i=1}^I \mathbf{T}_i(\alpha_0, \theta_0) \hat{\mathbf{Y}}(\alpha_i) \hat{\mathbf{Y}}^H(\alpha_i) \mathbf{T}_i^H(\alpha_0, \theta_0) \quad (18)$$

对协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_Y^{\text{FOC}}(\alpha_0, \theta_0)$ 作特征分解并借助窄带阵列子空间拟合方法就能实现对入射信号方向的高精度估计。

6 性能仿真

以下以 BPSK 信号为例, 利用其在 1 倍和 2 倍码速率处所体现出来的循环平稳特性, 验证低信噪比条件下基于多循环频率聚焦的阵列测向方法的性能。仿真实验中使用 20 阵元的均匀线阵, 阵元间距取为 BPSK 信号载频对应波长的 1/2; 信号载频为 20 MHz, 码速率对应信号带宽, 采用矩形波相位调制; 采样频率 100 MHz, 采样时间 0.16 ms。聚焦过程中预估角度为两个循环频率处各自的角度估计结果的均值, 聚焦参考频率取 2 倍码速率, 信号入

射方向偏离法线 10° 。下面所给参数统计结果由 300 次蒙特卡罗仿真得到。

(1) 测向性能随信噪比变化情况 取定码速率 4 MHz, 信噪比从 -16 dB 到 -10 dB 变化。图 1 中加圈的直线对应循环频率取 1 倍码速率时 SC-SSF 方法的性能, 加*直线对应循环频率取 2 倍码速率时 SC-SSF 方法的性能, 实线对应多循环频率聚焦方法性能。

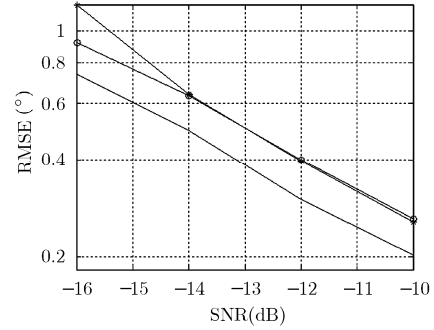


图 1 角度估计性能随信噪比变化情况

从图 1 可以看出, 对多个离散频率信息的综合利用极大地改善了低信噪比条件下的阵列测向性能。

(2) 测向性能随信号带宽变化情况 取定信噪比为 -13 dB, 码速率(即可取的最小离散循环频率)从 2 MHz 到 10 MHz 变化。图 2 中加圈的直线对应循环频率取 1 倍码速率时 SC-SSF 方法的性能, 加*直线对应循环频率取 2 倍码速率时 SC-SSF 方法的性能, 实线对应多循环频率聚焦方法性能。

从图 2 可以看出, 信号带宽变化时, 新方法的性能改善程度始终是很显著的。

7 结束语

本文针对宽带循环平稳信号的阵列测向问题, 通过分析有限采样条件下的阵列观测数据谱相关函数的估计误差模型以及不同循环频率处误差之间的

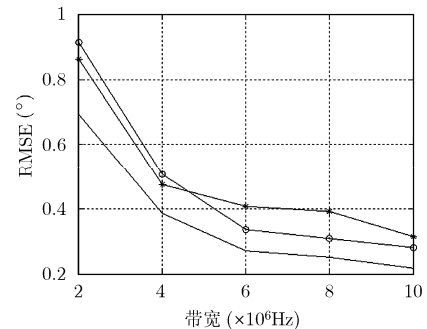


图 2 角度估计性能随信号带宽变化情况

相关性, 得出了低信噪比条件下不同循环频率处特征数据之间完全互补的结论, 因此不同循环频率处的信息融合可望获得优于只利用单个循环频率的参数估计性能。最后借助常规宽度信号聚焦的 CSM 方法思想实现了多循环频率信息融合, 并利用独立数据的 Fisher 信息的可加性特点得到了该信息融合所能带来的性能改善程度的上限。仿真结果较好地验证了文中关于多循环频率信息融合可行性和有效性的结论, 表明低信噪比条件下多循环频率波达方向估计方法具有比单循环频率估计方法更优良的性能。此外, 本文所给出的阵列信号处理中多循环频率信息融合的思路同样可以推广到信号循环平稳特性的其他应用领域。

参 考 文 献

- [1] Wax M and Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1984, ASSP-32(4): 817-827.
- [2] Wang H and Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, ASSP-33(4): 823-831.
- [3] Agrawal M and Prasad S. Estimation of directions of arrival of wideband and wideband spread sources. *Signal Processing*, 2007, 87(3): 614-622.
- [4] Wang L, Yin J, and Chen T. New direction of arrival estimation method for wideband coherent signals. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2008, 19(3): 473-478.
- [5] El-Keyi A and Kirubarajan T. Adaptive beamspace focusing for direction of arrival estimation of wideband signals. *Signal Processing*, 2008, 88(10): 2063-2077.
- [6] Gardner W A. Spectral correlation of modulated signals: Part I-analog modulation. *IEEE Transactions on Communications*, 1987, COM-35(6): 584-594.
- [7] Gardner W A, Brown W A, and Chen C K. Spectral correlation of modulated signals: Part II-digital modulation. *IEEE Transactions on Communications*, 1987, COM-35(6): 595-601.
- [8] Gardner W A, Napolitano A, and Paura L. Cyclostationarity: Half a century of research. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 639-697.
- [9] Gardner W A. Simplification of MUSIC and ESPRIT by exploitation of cyclostationarity. *Proceedings of the IEEE*, 1988, 76(7): 845-847.
- [10] Xu G H and Kailath T. Direction-of-arrival estimation via exploitation of cyclostationarity-A combination of temporal and spatial processing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(7): 1775-1785.
- [11] Huang Z T, Zhou Y Y, and Jiang W L. TDOA and Doppler estimation for cyclostationary signals based on multi-cycle frequencies. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(4): 1251-1264.
- [12] Schell S V. Asymptotic moments of estimated cyclic correlation matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1984, ASSP-32(4): 817-827.
- [13] Gardner W A. Measurement of spectral correlation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1986, ASSP-34(5): 1111-1123.

刘章孟: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理。
 黄知涛: 男, 1976年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为雷达/通信侦察信号处理、综合电子战系统与技术。
 周一宇: 男, 1948年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为综合电子战系统与技术、无源定位与跟踪技术、空间信息对抗技术等。