

一种基于信道估计的MIMO雷达空时信号设计方法

赵瑞丽 刘 峥

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 多输入多输出雷达的新颖之处在于它利用空间分集和波形分集来改善雷达的性能。合理的波形设计可以更好地实现空间分集,该文在杂波统计特性已知的条件下,提出了一种基于信道参数估计的MIMO雷达空时信号设计方法。该方法在推导出信道参数的线性贝叶斯估计之后,通过最小化贝叶斯估计均方误差的方法来优化发射信号。该方法设计的优化信号为杂波协方差矩阵的函数,论文从信息论的角度验证了该结论的正确性。仿真结果表明MIMO雷达发射该方法设计的信号可改善目标的检测性能。

关键词: MIMO 雷达; 目标检测; 空时信号设计; 线性贝叶斯估计; 最小均方误差

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)09-2065-04

A Method of Spatio-Temporal Signal Design for MIMO Radar Based on Channel Estimation

Zhao Rui-li Liu Zheng

(National Lab of Radar Signal Processing, Xi'an University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The novelty of MIMO radar is to improve the performance of radar utilizing spatial diversity and waveform diversity. To achieve full diversity, this paper considers the problem of spatio-temporal signal design for MIMO radar based on channel estimation with the clutter statistical properties known. The method obtains the optimized spatio-temporal signal though minimizing the mean-square error of the channel's linear Bayes estimation. It shows that the optimized spatio-temporal signal is a function of the clutter covariance matrix, which is verified from information theoretical point of view. Finally the simulation results show that the optimized spatio-temporal signal improves the target detection performance.

Key words: MIMO radar; Target detection; Spatio-temporal signal design; Linear Bayes estimation; Minimum mean-square error

1 引言

MIMO雷达^[1,2]是最近几年提出的一种新体制雷达,它借鉴通信领域的MIMO技术,利用空间分集和波形分集来改善雷达的性能,突破了传统阵列雷达空间相干处理的概念,极大地提高了雷达系统各方面的性能,如目标检测性能^[3]、参数估计性能^[4]等。事实上,在MIMO雷达术语提出之前,综合脉冲孔径雷达(Synthetic Impulse and Aperture Radar, SIAR)就采用了MIMO这种思想,并在实验系统上得到验证^[5]。

MIMO雷达发射天线间距很大,且各发射天线发射互不相同信号,以提高系统的自由度,更好地实现空间分集增益。MIMO雷达各发射信号互不相同也即各发射天线发射的信号在空间、时间、频率、极化以及调制上存有差异,而MIMO雷达空时频资

源丰富,使得MIMO雷达的波形设计具有很大的灵活性,可根据雷达系统所要实现的性能合理地选择设计标准,以获得优化的波形,提高雷达的性能。例如,为了得到好的距离分辨力,Deng^[6]根据发射信号的非周期自相关和互相关特性来设计正交信号;为了提高目标参数的估计性能,文献[7]给出了基于目标参数估计Cramer-Rao Bound(CRB)的优化波形设计;已知期望的发射方向图,通过选择发射信号的互相关矩阵,可使发射波束图尽可能逼近期望方向图^[8]。

假设MIMO雷达有 s 个发射天线, r 个接收天线,则可以形成 $s \times r$ 个通道。若发射天线和接收天线的布阵合理,可使各信道参数互不相关,并服从高斯分布^[3]。其中,信道参数为信号从发射天线到接收天线的幅度变化,包含了目标反射系数和传输过程中信道的影响。从而,该雷达系统相当于 $s \times r$ 个单天线雷达系统独立工作,进而克服目标角闪烁的影响,提高目标的检测性能。当目标存在时,各信

道参数的估计越精确,目标的检测性能越好。为了改善MIMO雷达的目标检测性能,本文以提高信道参数的估计性能为突破点,在杂波的统计特性已知的条件下,提出了一种基于信道参数估计的MIMO雷达空时信号设计方法。该方法选择信道参数估计的最小均方误差为代价函数,通过最小化代价函数来优化发射信号,以提高信道参数的估计精度,进而改善目标的检测性能。本文在信号设计时认为发射间距和接收间距都很大,各信道参数互不相关并服从高斯分布。

2 信号模型

若MIMO雷达有 s 个发射天线, r 个接收天线,每个发射天线发射的波形包含 N 个连续子脉冲,子脉冲的持续时间为 T_p ,则第 i 个发射天线发射的基带信号为

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} p[t - (j-1)T_p], \quad i = 1, \dots, s \quad (1)$$

式中 $p(t) = \begin{cases} 1/\sqrt{T_p}, & 0 \leq t \leq T_p \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $\mathbf{a}_i = [a_{i1}, \dots, a_{iN}]^T$

为第 i 个天线发射的编码信号。其中, $N > s$,即编码信号长度大于发射天线个数; $(\cdot)^T$ 为转置操作。那么,第 i 个接收天线接收到的基带信号为

$$y_i(t) = \sum_{l=1}^s h_{il} \sum_{j=1}^N a_{lj} p[t - \tau - (j-1)T_p] + n_i(t), \quad i = 1, \dots, r \quad (2)$$

式中 τ 为双向延时, h_{il} 为信道参数,且 $h_{il} \sim cN(0, \delta_h^2)$ 。 $n_i(t)$, $i = 1, \dots, r$ 为零均值互不相关的复高斯随机过程,它包含了噪声和各种干扰,称其为杂波信号,并且其统计特性已知。

对各接收信号用子脉冲 $p(t)$ 进行匹配滤波,并在 $\tau + (k-1)T_p$ 时刻进行采样, $y_i(k)$ 表示采样信号,则

$$y_i(k) = \sum_{l=1}^s h_{il} a_{lk} + n_i(k), \quad k = 1, \dots, N \quad (3)$$

式中 $n_i(k)$ 为滤波后杂波的采样,令 $\mathbf{n}_i = [n_i(1), \dots, n_i(N)]^T$, $E(\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H) = \mathbf{M}$,则 \mathbf{M} 已知。其中, $(\cdot)^H$ 为共轭转置操作。

定义 $\mathbf{y}_i = [y_i(1), \dots, y_i(N)]^T$, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_s]$, $\mathbf{h}_i = [h_{i1}, \dots, h_{is}]^T$, 则

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A} \mathbf{h}_i + \mathbf{n}_i, \quad i = 1, \dots, r \quad (4)$$

若 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_r^T]^T$, $\mathbf{X} = \mathbf{I}_r \otimes \mathbf{A}$, $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_r^T]^T$, $\mathbf{n} = [\mathbf{n}_1^T, \dots, \mathbf{n}_r^T]^T$, 则

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (5)$$

其中, \otimes 为直积, \mathbf{I}_r 为 r 阶单位阵。

3 波形设计

由贝叶斯高斯-马尔可夫定理^[9]可知,对于具有贝叶斯线性模型的数据,最佳线性估计量是存在的。在信号模型中已将接收信号写成贝叶斯线性模型的形式 $\mathbf{y} = \mathbf{X} \mathbf{h} + \mathbf{n}$,那么, \mathbf{h} 的最佳线性估计量为

$$\hat{\mathbf{h}} = E(\mathbf{h}) + \mathbf{C}_h \mathbf{X}^H (\mathbf{X} \mathbf{C}_h \mathbf{X}^H + \mathbf{C}_n)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X} E(\mathbf{h})) \\ = \delta_h^2 \mathbf{X}^H (\delta_h^2 \mathbf{X} \mathbf{X}^H + \Sigma)^{-1} \mathbf{y} \quad (6)$$

其中, $E(\mathbf{h}) = \mathbf{0}$ 为 \mathbf{h} 的均值, $\mathbf{C}_h = \delta_h^2 \mathbf{I}_{rs}$ 为 \mathbf{h} 的协方差矩阵, $\mathbf{C}_n = \mathbf{I}_r \otimes \mathbf{M} \triangleq \Sigma$ 为 \mathbf{n} 的协方差矩阵。若估计误差用 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}$ 来表示,其均值为零,协方差矩阵为

$$\mathbf{C}_\varepsilon = \mathbf{C}_h - \mathbf{C}_h \mathbf{X}^H (\mathbf{X} \mathbf{C}_h \mathbf{X}^H + \mathbf{C}_n)^{-1} \mathbf{X} \mathbf{C}_h \\ = \delta_h^2 \mathbf{I}_{rs} - \delta_h^2 \mathbf{X}^H (\delta_h^2 \mathbf{X} \mathbf{X}^H + \Sigma)^{-1} \delta_h^2 \mathbf{X} \\ = (\delta_h^{-2} \mathbf{I}_{rs} + \mathbf{X}^H \Sigma^{-1} \mathbf{X})^{-1} \quad (7)$$

式(7)的推导中套用了矩阵求逆公式 $(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{C}^{-1})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1}$ 。

\mathbf{C}_ε 矩阵对角线上的元素即为各参数估计的最小均方误差,若估计性能用 $E \|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|^2$ 量度,则 $E \|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|^2 = \text{trace}(\mathbf{C}_\varepsilon)$ 。本文在平均信杂比为定值的条件下,通过最小化 $\text{trace}(\mathbf{C}_\varepsilon)$ 的方法来设计编码信号。由于

$$\text{SCR} = \frac{1}{Nr s} E \left\{ \sum_{i=1}^r \mathbf{h}_i^H \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{h}_i \right\} \\ = \frac{\delta_h^2}{Ns} \text{trace}(\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}) = p_0 \quad (8)$$

$$E \|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|^2 = \text{trace}(\delta_h^{-2} \mathbf{I}_{rs} + \mathbf{X}^H \Sigma^{-1} \mathbf{X})^{-1} \\ = r \text{trace} \left\{ (\delta_h^{-2} \mathbf{I}_s + \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \right\} \quad (9)$$

因此,波形设计可描述为

$$\min_{\mathbf{A}} \text{trace} \left\{ (\delta_h^{-2} \mathbf{I}_s + \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \right\} \\ \text{s.t. } \text{trace}(\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}) = \frac{Ns}{\delta_h^2} p_0 \quad (10)$$

对 $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}$ 进行特征分解, $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{U}^H \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}$, \mathbf{U} 为特征向量构成的酉矩阵, $\boldsymbol{\Lambda}$ 为特征值组成的对角矩阵,其中有 s 个非零元素。则

$$\text{trace} \left\{ (\delta_h^{-2} \mathbf{I}_s + \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \right\} = \sum_{i=1}^s \frac{1}{\delta_h^{-2} + \Lambda_i} \quad (11)$$

因此,波形设计可转化为

$$\min_{\mathbf{A}} \sum_{i=1}^s \frac{1}{\delta_h^{-2} + \Lambda_i} \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^s \Lambda_i = \frac{Ns}{\delta_h^2} p_0 \quad (12)$$

应用Lagrange乘数法来求解约束最小问题,可

得

$$A_{ii} = Np_0\delta_h^{-2}, \quad i = 1, \dots, s \quad (13)$$

由于 $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} = (\mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{A})^H \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{A} = \mathbf{A}$, $\mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{A}$ 的一般解为: $\mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{A} = \psi \mathbf{A}^{1/2}$, 其中, $\psi^H \psi = \mathbf{I}_s$, $\psi_{N \times s}$ 为任意列正交矩阵。所以:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{1/2} \psi \mathbf{A}^{1/2} \quad (14)$$

$$\text{MMSE} = \frac{rs\delta_h^2}{1 + Np_0} \quad (15)$$

杂波的协方差矩阵决定了编码信号的最优形式, 当杂波为高斯白噪声时, $\mathbf{M} = \delta_n^2 \mathbf{I}$, $\mathbf{A}^H \mathbf{A} = \delta_n^{-2} \mathbf{I}$, 优化编码信号为正交信号。当杂波为非高斯白噪声时, $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} = Np_0\delta_h^{-2} \mathbf{I}$, 编码信号为杂波协方差矩阵的函数。

下面从信息论的角度来验证该方法的正确性。

在 \mathbf{X} 给定的条件下, \mathbf{y} 与 \mathbf{h} 的互信息量 (Mutual Information, MI) 为

$$\mathbf{I}(\mathbf{h}, \mathbf{y}) = \mathbf{H}(\mathbf{y}) - \mathbf{H}(\mathbf{y}/\mathbf{h}) \quad (16)$$

其中, $\mathbf{H}(\mathbf{y})$ 为随机矩阵 \mathbf{y} 的熵, $\mathbf{H}(\mathbf{y}/\mathbf{h})$ 为给定 \mathbf{h} 的情况下 \mathbf{y} 的条件熵。因为 \mathbf{h} 与 \mathbf{n} 统计独立, 所以有

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\mathbf{h}, \mathbf{y}) &= \mathbf{H}(\mathbf{y}) - \mathbf{H}(\mathbf{n}) \\ &= \lg[\det(\delta_n^2 \mathbf{X} \mathbf{X}^H + \boldsymbol{\Sigma})] - \lg[\det(\boldsymbol{\Sigma})] \\ &= r \lg[\det(\mathbf{I}_N + \delta_n^2 \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1/2})] \\ &= r \lg[\det(\mathbf{I}_s + \delta_n^2 \mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})] \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)用到了公式 $\det(\mathbf{I}_r + \mathbf{A} \mathbf{B}) = \det(\mathbf{I}_s + \mathbf{B} \mathbf{A})$, 其中 \mathbf{A} 为 $r \times s$ 矩阵, \mathbf{B} 为 $s \times r$ 矩阵。

由文献[10]可知, 当 $\mathbf{A}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A}$ 为对角阵时, $\mathbf{I}(\mathbf{h}, \mathbf{y})$ 有最大值, 也就是说最小化信道参数估计的均方误差所获得的优化信号使接收信号与信道参数的互信息量最大, 这一点是很容易理解的, 互信息量越大, 获得信道的信息越多, 信道估计的均方误差也就越小。因此, 从信息论的角度说明基于信道参数估计的空时编码信号设计方法是正确的。此时,

$$\mathbf{I}(\mathbf{h}, \mathbf{y}) = rs \lg(1 + Np_0) \quad (18)$$

4 目标检测

在进行仿真前, 先讨论目标检测问题, 以便于分析编码信号的性能。

首先, 对接收杂波进行预白化处理, 于是有

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{X}} \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (19)$$

式中 $\bar{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{X}$, $\mathbf{w} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{n} \sim cN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{rN})$ 。

用贝叶斯线性模型的相关器—估计器^[10]来对接收数据进行判决, 检测器统计量为

$$T(\bar{\mathbf{y}}) = (\bar{\mathbf{y}})^T \bar{\mathbf{X}} \hat{\mathbf{h}} \quad (20)$$

式中 $\hat{\mathbf{h}}$ 为 \mathbf{h} 的贝叶斯估计。若统计量 $T(\bar{\mathbf{y}}) > \gamma$, 则

判断为目标存在。 γ 可由下式求出^[10]:

$$P_{fa} = \int_{\gamma}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=0}^{M-1} \frac{1}{\sqrt{1-2j l_i \omega}} \exp(-j\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} dt \quad (21)$$

其中, P_{fa} 为目标的虚警概率, 相应的检测概率为

$$P_d = \int_{\gamma}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=0}^{M-1} \frac{1}{\sqrt{1-2j \lambda_i \omega}} \exp(-j\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} dt \quad (22)$$

式中 $l_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + 1}$, $\lambda_i, i = 0, \dots, M-1$ 为 $\mathbf{E}[\bar{\mathbf{X}} \mathbf{h} (\bar{\mathbf{X}} \mathbf{h})^H]$

的 M 个非零特征值。

5 仿真与分析

基于信道参数估计设计的编码信号与杂波的协方差矩阵密切相关, 不同时刻接收的杂波可以互不相关, 也可以部分相关。下面就两种不同情况给出仿真, 以证明该设计方法的正确性。

当杂波为高斯白噪声时, 优化信号为正交信号。在收发天线 $r = s = 2$, 编码信号长度 $N = 16$, 信道参数的方差 $\delta_n^2 = 1$ 的仿真条件下, 图1(a)和1(b)分别给出了最小均方误差和互信息量随信噪比的变化曲线。可明显看出正交信号的估计性能要比随机编码信号和不编码信号(各发射信号的幅相都一致)好。图2为相同仿真条件下, $P_{fa} = 10^{-6}$ 时目标的检测概率随信杂比的变化曲线。需要说明的是检测门限随非零特征值的变化而变化, 图2对应的检测概率是在仿真条件下对式(21)和式(22)化简后得到的理论值(图4相同)。

若接收天线不同时刻接收的杂波部分相关, 设后延相关系数为0.6, 杂波的协方差矩阵 $(\mathbf{M})_{ij} = 0.6^{|i-j|}$ 。在 $r = s = 2$, $N = 16$, $\delta_n^2 = 1$ 的仿真条件下, 图3(a)和3(b)分别给出了最小均方误差和互信息量随信杂比变化曲线。图4为相同仿真条件下, $P_{fa} = 10^{-6}$ 时目标的检测概率随信杂比的变化曲线。可以看出正交信号不再是最优的编码信号, 基于信

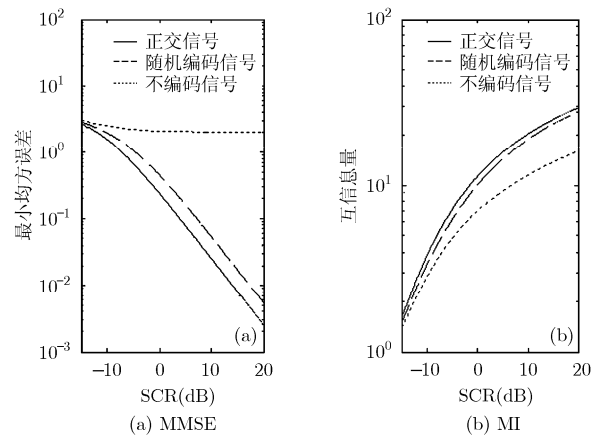


图1 杂波为高斯白噪声分布时, MMSE和MI随信杂比的变化曲线

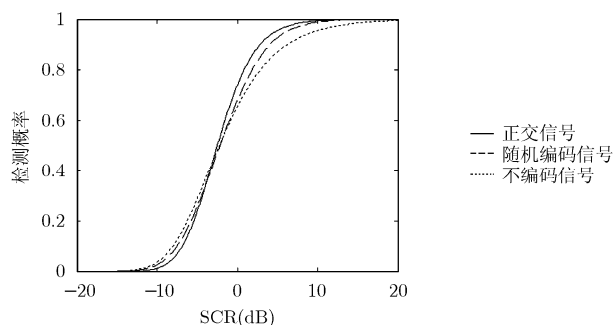


图2 杂波为高斯白噪声分布时, 目标的检测概率随信杂比的变化曲线

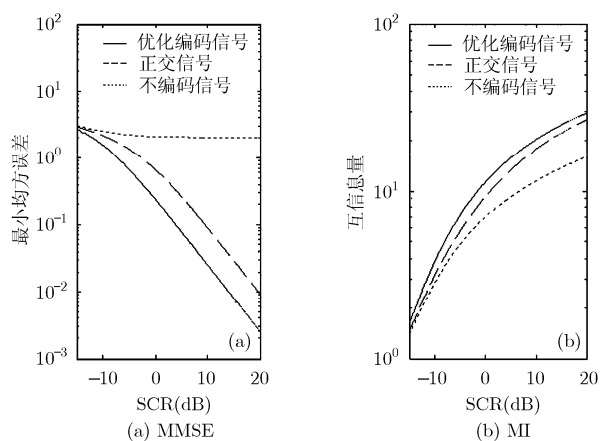


图3 杂波部分相关时, MMSE和MI随信杂比的变化曲线

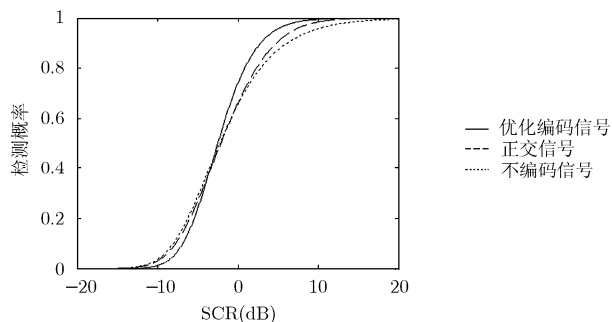


图4 杂波部分相关时, 目标的检测概率随信杂比的变化曲线

道参数估计设计的编码信号改善了目标的检测性能。当检测概率 $P_d = 0.9$, 优化信号比正交信号改善了 2 dB 左右的性能。

6 结束语

本文通过最小化信道参数贝叶斯估计的均方误差的方法来设计MIMO雷达的发射信号, 该方法设计的编码信号与杂波的统计特性密切相关, 是杂波协方差矩阵的函数。特别地, 在杂波为高斯白噪声分布时, 空时编码信号为正交信号, 而当杂波非高斯分布时, 基于信道参数估计设计的编码信号比正

交信号优越, 用贝叶斯线性模型的相关器—估计器进行目标检测时, 它改善了目标的检测性能。另外, 关于杂波统计特性的研究已经很成熟, 杂波的统计特性已知的假设是合理的。

参考文献

- [1] Fishler E, Haimovich A, and Blum R, *et al.* MIMO radar: An idea whose time has come [C]. Proceedings of 2004 IEEE Radar Conference, Philadelphia, PA, Apr. 2004: 71-78.
- [2] Rabideau D J and Parker P. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar [C]. Conference Record of the Thirty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, Nov. 2003, 1: 1057-1064.
- [3] Fishler E, Haimovich A, and Blum R. Spatial diversity in radars-models and detection performance [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
- [4] Tabrikian J. Barankin bounds for target localization by MIMO radars [C]. Proc. 4th IEEE Workshop on Sensor Array and Multi-Channel Processing, Waltham, MA, Jul. 2006: 278-281.
- [5] Xu L, Li J, and Stoica P. Adaptive techniques for MIMO radar [C]. Proc. 4th, IEEE Workshop on Sensor Array and Multi-Channel Processing, Waltham, MA, Jul. 2006: 258-262.
- [6] Dorey J and Garnier G, *et al.* RIAS, radar a impulsion et antenna synthetique [C]. Colloque International Sur Le Radar, Paris, Apr. 1989: 556-562.
- [7] Deng H. Polyphase code design for orthogonal netted radar system [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3126-3135.
- [8] Li J, Xu L, and Stoica P, *et al.* Range compression and waveform optimization for MIMO radar: A Cramér-Rao bound based study [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1): 218-232.
- [9] Li J, Stoica P, and Xie Y. On probing signal design for MIMO radar[C]. the 40th Asilomar Conf. Signals, Systems, Computers, Pacific Grove, CA, Oct. 2006: 31-35.
- [10] Steven M. Kay 著, 罗鹏飞等译. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 第一版, 北京: 电子工业出版社, 2003: 315, 596-597.

赵瑞丽: 女, 1983年生, 硕士生, 从事多输入多输出(MIMO)雷达发射波形优化设计的研究。

刘 峥: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向包括雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合等。