

基于高阶累积量矩阵组正交联合对角化的高分辨方位估计方法

宋海岩 朴胜春

(哈尔滨工程大学水声技术国家级重点实验室 哈尔滨 150001)

摘要: 该文提出了一种基于高阶累积量矩阵组正交联合对角化的高分辨方位估计方法。该方法构造了一组高阶累积量矩阵共同来辨识阵列流型矩阵的列空间, 进而进行 DOA 估计。并通过对高阶累积量矩阵组进行联合对角化, 得到联合对角化矩阵和对角化后的矩阵组, 并重新定义了空间谱。新方法可以处理相干声源, 适用于有色噪声环境, 且较仅使用单个高阶累积量矩阵的算法具有更高的分辨力, 更低的均方根误差和更高的鲁棒性。

关键词: 信号处理; 水声信号; 高阶累积量矩阵; 正交联合对角化; Jacobi 旋转; 方位估计

中图分类号: TN911.7; TB566

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)04-0967-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2008.01176

DOA Estimation Method Based on Orthogonal Joint Diagonalization of High-order Cumulant

Song Hai-yan Piao Sheng-chun

(National Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: A new DOA estimation method based on orthogonal joint diagonalization of high-order cumulant is proposed. The high-order cumulant matrices are jointly utilized to DOA. Through processing high-order cumulant matrices by the new technique of orthogonal joint diagonalization, the spatial spectrum can be defined by both joint diagonalization matrix and a set of diagonal matrices. This method is also proved to process the coherent sources, and can be used in the colored noise environment. Compared to cumulant-based method using single high-order cumulant matrix, the proposed method has the higher resolution, lower RMSE and stronger robust.

Key words: Singal processing; Underwater acoustic signal; High-order cumulant matrices; Orthogonal joint diagonalization; Jacobi rotation; DOA estimation

1 引言

联合对角化最早是为了解决盲信号分离而提出的^[1-6]。这一新的数学问题广泛存在于时延估计、频率估计、盲波束形成、近场多参数联合估计^[7]以及多输入多输出(MIMO)盲均衡以及盲 MIMO 系统辨识中, 并已获得诸多成功的应用。

本文利用正交联合对角化这一数学工具, 提出了一种新的相干源空间谱估计方法。传统方法仅是对单一高阶累积量矩阵进行处理, 而该方法则是构造了多个高阶累积量矩阵共同来辨识阵列流型矩阵的列空间, 进而进行 DOA 估计。新方法的突出优点在于: 对一组高阶累积量矩阵同时进行联合对角化, 可有效地抑制高斯噪声的影响。进一步研究了针对联合对角化结构的平滑方法, 使新方法适用于相干声源。该方法具有更高的分辨率, 更低的

均方根误差, 更好的鲁棒性。文中通过数值仿真及实验数据分析证明了该方法的正确性和有效性。

2 联合对角化结构分析

2.1 信号模型

考虑 M 元均匀线列阵, 阵元间距为 d , 接收空间 N 个频率为 f_n , 波达方向为 θ_n ($n = 1, 2, \dots, N$) 的远场窄带平面波信号, 水中声速为 c 。接收信号的复信号表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$ 和 $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 分别表示 t 时刻的基阵接收信号矢量、信号矢量和噪声矢量。 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)]$ 为 $M \times N$ 维基阵方向矢量矩阵, $\mathbf{a}(\theta_n) = [1, e^{j2\pi f_n d \sin \theta_n / c}, \dots, e^{j2\pi f_n (M-1)d \sin \theta_n / c}]^T$ 为 $M \times 1$ 维方向矢量。 $(\cdot)^T$ 表示转置运算。

2.2 高阶累积量矩阵组联合对角化结构

本文应用的高阶累积量矩阵组是由四阶累积量

来定义的, 由四阶累积量的定义可知:

$$\begin{aligned} \kappa_x(i, j, k, l) = \text{Cum}(x_i, x_j, x_k, x_l) = & E[x_i x_j^* x_k x_l^*] \\ & - E[x_i x_j^*]E[x_k x_l^*] - E[x_i x_l^*]E[x_j x_k^*] \\ & - E[x_i x_k]E[x_l^* x_j^*], \quad (1 \leq i, j, k, l \leq M) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $(\bullet)^*$ 表示共轭运算。

则 $M \times M$ 维高阶累积量矩阵组中的 (k, l) 号矩阵 $\mathbf{C}_{k,l}(i, j)$ 的第 i 行第 j 列的元素定义为

$$\mathbf{C}_{k,l}(i, j) = \kappa_x(i, j, k, l) = \text{Cum}(x_i, x_j^*, x_k, x_l^*) \quad (3)$$

则总共可以构造出 $M \times M$ 个 $M \times M$ 维的高阶累积量矩阵, 且只有 $M(M+1)/2$ 个含有不同统计信息, 则完整的高阶累积量矩阵组可以表示为 $\{\mathbf{C}_{k,l} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 。

为了更清晰的分析这一算法, 在此忽略噪声的影响。由于四阶累积量可以完全抑制高斯噪声, 因此这一假设是合理的。则基阵信号 \mathbf{X} 和源信号 \mathbf{S} 之间存在以下的关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{k,l}(i, j) = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} \kappa_s(\alpha, \beta, \gamma, \delta) a_{i,\alpha} a_{j,\beta}^* a_{k,\gamma} a_{l,\delta}^* \\ (1 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq N) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $a_{i,\alpha}$ 为 \mathbf{A} 中第 i 行第 α 列的元素。

进一步写成矩阵形式为

$$\mathbf{C}_{k,l}(i, j) = \mathbf{A} \mathbf{G}_{k,l}(i, j) \mathbf{A}^H \quad (5)$$

$$\mathbf{G}_{k,l}(\gamma, \delta) = \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \delta} a_{k,\alpha} \kappa_s(\alpha, \beta, \gamma, \delta) a_{l,\delta}^* \quad (6)$$

其中 $(\bullet)^H$ 表示共轭转置运算。

由式(5)可知, 所有的高阶累积量矩阵组中的每个矩阵与阵列方向矢量矩阵 \mathbf{A} 张成相同的列空间。因此可以同时由多个累积量矩阵来辨识阵列流型矩阵 \mathbf{A} 的列空间, 进而进行 DOA 估计。由于高阶累积量矩阵组利用了更多的统计信息, 因此可以获得比仅使用单个高阶累积量矩阵的算法更好的性能。

式(5)可以写作以下的联合对角化结构^[8]:

$$\mathbf{C}_{k,l} = \mathbf{U} \mathbf{D}_{k,l} \mathbf{U}^H \quad (7)$$

其中 $\{\mathbf{C}_{k,l} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 为 $M \times M$ 维高阶累积量矩阵组, $\{\mathbf{D}_{k,l} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 为 $M \times M$ 维对角矩阵组, \mathbf{U} 为 $M \times M$ 维联合对角化矩阵。

2.3 相干源联合对角化结构

在水声信道中, 由于声散射和多途效应等因素的影响, 相干信号普遍存在。由于信号源相关将导致 $\mathbf{C}_{k,l}$ 的秩亏缺, 解决秩亏缺的有效方法是采用空间平滑。

设分块子阵数目为 p , 每个子阵的阵元数为 m , 即有 $m = M - p + 1$ 。空间平滑本质上是对各子阵相关矩阵的平均处理, 因此空间平滑处理并未破坏数

据的子空间结构。

本文采用双向空间平滑算法对拥有总共 $M(M+1)/2$ 个子矩阵的 $M \times M$ 维高阶累积量矩阵组 $\{\mathbf{C}_{k,l} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 进行解相干处理。假设分块子阵数目的选择使得空间平滑后的高阶累积量矩阵组 $\{\mathbf{C}_{k,l}^{fb} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 满足满秩条件, 有

$$\mathbf{C}_{k,l}^{jf} = \frac{1}{p} \sum_{q=1}^p \mathbf{C}_{k,l}^{(q)} \quad (8)$$

$$\mathbf{C}_{k,l}^{fb} = \frac{1}{p} \sum_{q=1}^p \mathbf{J}_m (\mathbf{C}_{k,l}^{(q)})^* \mathbf{J}_m \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{k,l}^{fjb} = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_{k,l}^{jf} + \mathbf{C}_{k,l}^{fb}) \quad (10)$$

其中 $q = 1, 2, \dots, p$ 为子阵标号, 上标 fb 表示双向空间平滑, 上标 f 表示前向平滑, 上标 b 表示后向平滑, \mathbf{J}_m 为 $m \times m$ 维反对角线为 1 的置换矩阵。

仅考虑矩阵运算的性质, 空间平滑后的高阶累积量矩阵组的联合对角化结果相当是式(7)的降维结构, 且空间平滑后得到的对角化矩阵仍然包含了信号子空间和噪声子空间的全部信息。忽略具体的空间平滑方法并省略上标, 得到表征空间平滑后的高阶累积量矩阵组的联合对角化问题的简化数学表达式:

$$\mathbf{C}_{k,l}^i = \mathbf{U}^i \mathbf{D}_{k,l}^i \mathbf{U}^{iH} \quad (11)$$

其中 $\{\mathbf{C}_{k,l}^i \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 为 $m \times m$ 维高阶累积量矩阵组, $\{\mathbf{D}_{k,l}^i \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 为 $m \times m$ 维对角矩阵组, \mathbf{U}^i 为 $m \times m$ 维联合对角化矩阵。

3 正交联合对角化方法

本文应用基于 Jacobi 旋转的正交联合对角化方法求解 \mathbf{U}^i , 将 $m \times m$ 维矩阵组的联合对角化问题转化一系列 $m \times m$ Jacobi 旋转问题, \mathbf{U}^i 最终可表示为一系列 $m \times m$ Jacobi 旋转矩阵的乘积^[9]。

考虑式(11)所示的联合对角化问题, 可以通过求解以下的优化问题得到联合对角化矩阵 \mathbf{U}^i 和对角矩阵组 $\{\mathbf{D}_{k,l}^i \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 。该优化问题是使以下目标函数最小化:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{U}^i, \{\mathbf{D}_{k,l}^i \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}) \\ = \sum_{k,l} \|\mathbf{D}_{k,l}^i - \mathbf{U}^{iH} \mathbf{C}_{k,l}^i \mathbf{U}^i\|_F^2 \end{aligned} \quad (12)$$

可以证明, 联合对角化问题等价于求解以下的约束最大化问题^[10,11]:

$$\left. \begin{aligned} \max \sum_{k,l} \|\text{diag}(\mathbf{D}_{k,l}^i = \mathbf{U}^{iH} \mathbf{C}_{k,l}^i \mathbf{U}^i)\| \\ \text{s.t. } \mathbf{U}^{iH} \mathbf{U}^i = \mathbf{U}^i \mathbf{U}^{iH} = \mathbf{I} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

考虑编号为 (ς, ξ) 的某一次 Jacobi 旋转, 其中 $\varsigma = 1, 2, \dots, m-1$, $\xi = \varsigma + 1, \varsigma + 2, \dots, m$ 。设 $m \times m$ Jacobi 旋转矩阵 $\mathbf{g}(\varsigma, \xi, \theta)$ 表示为

$$\mathbf{g}(\varsigma, \xi, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c & \cdots & s & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -s & \cdots & c & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \varsigma \\ \xi \end{matrix} \quad (14)$$

其中 θ 为旋转角度, $\varsigma = \cos \theta$, $\xi = \sin \theta$ 。

对应于 $\mathbf{C}'_{k,l}$ 中相应第 ς 行第 ξ 列的元素表示为

$$\mathbf{C}'_{k,l}(\varsigma, \xi) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} & \cdots & a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} & \cdots & a_{k,l}^{(\xi\xi)} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \varsigma \\ \xi \end{matrix} \quad (15)$$

则式(13)的优化问题等价于在每一次的 $m \times m$ Jacobi 旋转中使得

$$\begin{aligned} & \max \sum_{k,l} \|\text{diag}(\mathbf{D}'_{k,l}(\varsigma, \xi))\| \\ & = \max \sum_{k,l} \|\text{diag}(\mathbf{g}^H(\varsigma, \xi, \theta) \mathbf{C}'_{k,l}(\varsigma, \xi) \mathbf{g}(\varsigma, \xi, \theta))\| \end{aligned} \quad (16)$$

记 $\mathbf{C}'_{k,l}(\varsigma, \xi)$ 中的元素为 $a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)}$, $a_{k,l}^{(\varsigma\xi)}$, $a_{k,l}^{(\xi\varsigma)}$ 和 $a_{k,l}^{(\xi\xi)}$, $\mathbf{D}'_{k,l}(\varsigma, \xi)$ 中的元素为 $b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)}$, $b_{k,l}^{(\varsigma\xi)}$, $b_{k,l}^{(\xi\varsigma)}$ 和 $b_{k,l}^{(\xi\xi)}$ 。则式(16)等价于:

$$\max \sum_{k,l} \left(\left(b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} \right)^2 + \left(b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right)^2 \right) \quad (17)$$

由于 $2 \left(\left| b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} \right|^2 + \left| b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right|^2 \right) = \left| b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right|^2 + \left| b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} + b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right|^2$, 并且迹 $b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} + b_{k,l}^{(\xi\xi)}$ 是相对于酉不变的, 所以最优化问题等价于

$$\max \left(Q = \sum_{k,l} \left| b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right|^2 \right) \quad (18)$$

经过旋转后 $b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)}$ 和 $b_{k,l}^{(\xi\xi)}$ 有以下关系式:

$$b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} = c^2 a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} + s^2 a_{k,l}^{(\xi\xi)} - c s a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} - c s a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \quad (19)$$

$$b_{k,l}^{(\xi\xi)} = c^2 a_{k,l}^{(\xi\xi)} + s^2 a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} + c s a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} + c s a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \quad (20)$$

式(19)减去式(20)后得到

$$\begin{aligned} b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - b_{k,l}^{(\xi\xi)} & = \left(a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - a_{k,l}^{(\xi\xi)} \right) (c^2 - s^2) \\ & \quad - \left(a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} + a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \right) 2cs \\ & = \left(a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - a_{k,l}^{(\xi\xi)} \right) \cos(2\theta) - \left(a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} + a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \right) \sin(2\theta) \\ & = \left[- \left(a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} + a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \right), \left(a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - a_{k,l}^{(\xi\xi)} \right) \right] \begin{bmatrix} \sin(2\theta) \\ \cos(2\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{若令 } \mathbf{u}_{k,l}(\varsigma, \xi) = \begin{bmatrix} - \left(a_{k,l}^{(\xi\varsigma)} + a_{k,l}^{(\varsigma\xi)} \right) \\ \left(a_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - a_{k,l}^{(\xi\xi)} \right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}(\varsigma, \xi) =$$

$\begin{bmatrix} \sin(2\theta) \\ \cos(2\theta) \end{bmatrix}$, 则有

$$\begin{aligned} \sum_{k,l} \left| b_{k,l}^{(\varsigma\varsigma)} - b_{k,l}^{(\xi\xi)} \right|^2 & = \sum_{k,l} \mathbf{v}^T(\varsigma, \xi) \mathbf{u}_{k,l}(\varsigma, \xi) \mathbf{u}_{k,l}^H(\varsigma, \xi) \mathbf{v}(\varsigma, \xi) \\ & = \mathbf{v}^T(\varsigma, \xi) \mathbf{G} \mathbf{G}^H \mathbf{v}(\varsigma, \xi) \end{aligned} \quad (22)$$

其中 \mathbf{G} 为 $2 \times K$ 矩阵, 且有 $K = M(M+1)/2$, $\mathbf{v}^T(i, j) \mathbf{v}(i, j) = 1$ 。则目标函数 Q 等价于

$$Q = \frac{\mathbf{v}^T(\varsigma, \xi) \mathbf{G} \mathbf{G}^H \mathbf{v}(\varsigma, \xi)}{\mathbf{v}^T(\varsigma, \xi) \mathbf{v}(\varsigma, \xi)} \quad (23)$$

当 $\mathbf{v}(\varsigma, \xi)$ 是与矩阵 $\mathbf{G} \mathbf{G}^H$ 的最大特征值对应的特征向量时, Q 取最大值。并且由特征向量 $\mathbf{v}(\varsigma, \xi)$ 可以求解 Jacobi 旋转角 θ , 同时可以得到该次迭代的 Jacobi 旋转矩阵 $\mathbf{g}(\varsigma, \xi, \theta)$, 以及每一步迭代后的最优对角矩阵组。

对时空矩阵组 $\{\mathbf{C}'_{k,l} \mid 1 \leq k \leq l \leq M\}$ 实施一系列的 $m \times m$ Jacobi 旋转, 即可实现对该矩阵组的联合对角化, 所有 $m \times m$ Jacobi 旋转矩阵的乘积即是联合对角化矩阵 \mathbf{U}' , 迭代收敛时最后一步的 $\mathbf{D}'_{k,l}$ 即为最优 $m \times m$ 维对角矩阵组。由于 \mathbf{U}' 中包含了信号子空间和噪声子空间的全部信息, 因此可以利用 \mathbf{U}' 和 $\mathbf{D}'_{k,l}$ 进行方位估计。

设时空相关矩阵的联合特征值估计为

$$\lambda_l = \sum_{k,l} |D'_k(l, l)| / K, \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (24)$$

若 \mathbf{u}'_l 表示第 l 个特征值对应的特征向量, 最终得到联合对角化空间谱表示为

$$P(\theta_0) = \frac{1}{\mathbf{a}'^H(\theta_0) \sum_{l=1}^m \frac{1}{\lambda_l} \mathbf{u}'_l \mathbf{u}'_l^H \mathbf{a}'(\theta_0)} \quad (25)$$

4 仿真及实验研究

4.1 数值仿真分析

数值仿真 1 考察空间方位角靠的很近的双相干声源的分辨能力。等间距阵 $M = 4$, 双相干声源频率为 1 kHz, 阵元间距 $d = 0.75$ m, 瑞利限约

为 30° 。双目标方向角 $\theta_1 = -5^\circ$ 和 $\theta_2 = 5^\circ$ ，信噪比 8 dB(以下均指阵列输入信噪比)，快拍数为 500。图 1(a)和 1(b)分别为白噪声和色噪声下，空间平滑 MVDR 方法与本文方法的空间谱估计效果对比图。

由仿真结果可知，阵元数较少，目标靠得很近的情况下，一般基于单一高阶累积量的方位估计方法已无能为力，而本文研究的方法在白噪声及色噪声背景下，均能正确估计目标方位，分辨力有了很大的提高。

数值仿真 2 200 次 Monte Carlo 实验统计不同信噪比条件下的双相干源方位估计的均方根误差。阵元个数 $M = 4$ ，双目标方向角 $\theta_1 = -10^\circ$ 和 $\theta_2 = 10^\circ$ ，快拍数为 500，信噪比从 -5 dB 到 15 dB 变化。图 2(a)和 2(b)分别为白噪声和色噪声下，不同信噪比下的双相干源方位估计均方根误差的计算结果。

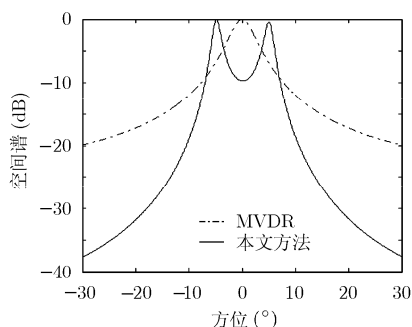
数值仿真 3 200 次 Monte Carlo 实验统计不同快拍数下的双相干源方位估计的均方根误差。阵元个数 $M = 4$ ，双目标方向角 $\theta_1 = -10^\circ$ 和 $\theta_2 = 10^\circ$ ，信噪比 10 dB，快拍数从 10 到 500 变化。图 3(a)和 (b)分别为白噪声和色噪声下，不同快拍数下的双相干源方位估计均方根误差的计算结果。

由数值仿真 2 和 3 可知，本文研究的联合对角化方法，不论是在白噪声还是色噪声背景下，较一般的方位估计方法性能均有了很大的提高，尤其是在小快拍数和低信噪比条件下优势更加明显。在较低信噪比条件下，新方法的均方根误差下降速度明显改善，且新方法在 5 dB 信噪比时已具有和常规方法在 12 dB 信噪比时相同的方位估计均方根误差。在不同快拍条件下，新方法的均方根误差要低于常规方法 0.4° 左右。

数值仿真 4 200 次 Monte Carlo 实验统计算法对阵列模型误差的鲁棒性。阵列模型误差的定义为

$$10 \lg \left(\frac{\|\delta_A\|_F^2}{\|\mathbf{A}^{\text{true}}\|_F^2} \right) \quad (26)$$

双目标方向角 $\theta_1 = -10^\circ$ 和 $\theta_2 = 10^\circ$ ，信噪比 10



(a) 白噪声背景下的空间谱输出对比效果图

dB，阵列模型误差从 -35 dB 到 -20 dB 变化。图 4(a)和 4(b)分别为白噪声和色噪声下，不同阵列模型误差下的双相干源方位估计的均方根误差。

由图 4 可知，白噪声和色噪声下，本文中的方法的鲁棒性在不同信噪比条件下较一般的方位估计方法均有了一定的改善。在阵列模型误差为 -20 dB 时，新方法的方位估计的均方根误差要小于常规方法约 1.3° ，且误差的上升趋势较缓。

4.2 实验数据处理结果

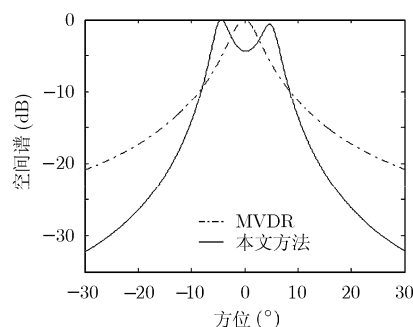
处理来自 16 基元水下前视成像系统的湖试数据。信号频率 200 kHz，阵元间距为半波长，距离基阵约 7.5 m 处设置两个反射体，利用两个目标的回波信号进行空间谱估计。图 5 为湖试数据的时域波形。图 6 为常规前视成像系统输出扇面。

由图 6 可知，常规方法分辨力不足，无法区分挨得很近的两个目标。进一步截取双目标位置处的信号进行处理，对 MVDR 及本文研究的高阶累积量联合对角化方法的方位估计性能进行对比研究。

图 7 为 MVDR 及本文研究的空间谱输出对比效果图，MVDR 仍无法区分双目标方位，而本文研究的高阶累积量联合对角化方法可得到的双目标方位角分别为 $\theta_1 = -6.1^\circ$ 和 $\theta_2 = 2.5^\circ$ ，这与实际布放情况吻合较好。

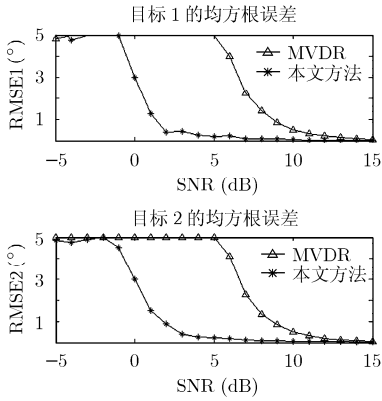
5 结论

本文研究了一种基于高阶累积量矩阵组正交联合对角化的高分辨方位估计方法。该方法构造了多个高阶累积量矩阵共同来辨识阵列流型矩阵的列空间，进而进行 DOA 估计。该方法充分利用了联合对角化矩阵包含方位矢量矩阵的全部子空间信息的特性，由联合对角化矩阵和对角化后的矩阵组重新定义空间谱。该方法具有更高的分辨力，更低的均方根误差，更高的鲁棒性，并适用于色噪声环境。本文得到了空间平滑下的联合对角化公式，使得该方法能够对相干源进行处理。数值仿真及实验数据分析证明了该方法的正确性和有效性。

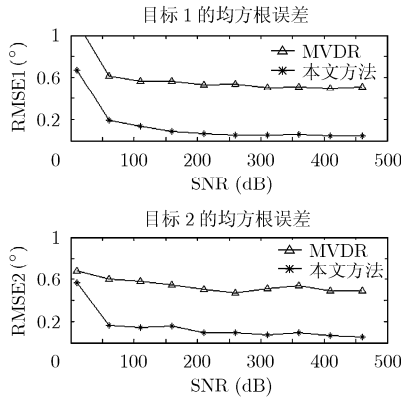


(b) 色噪声背景下的空间谱输出对比效果图

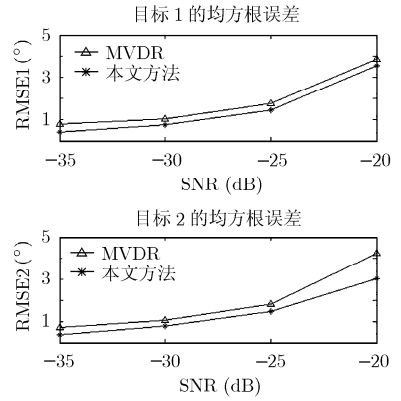
图 1 空间谱输出对比效果图



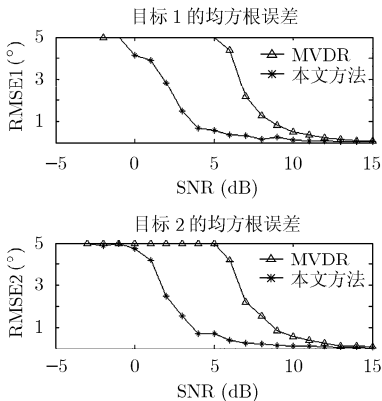
(a) 白噪声背景下的均方根误差曲线



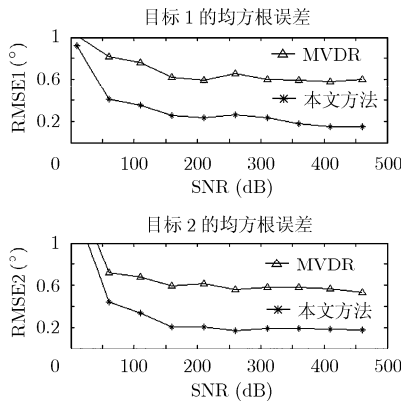
(a) 白噪声背景下的均方根误差曲线



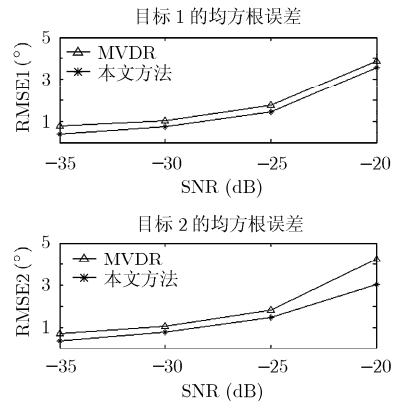
(a) 白噪声背景下的均方根误差曲线



(b) 色噪声背景下的均方根误差曲线



(b) 色噪声背景下的均方根误差曲线



(b) 色噪声背景下的均方根误差曲线

图 2 不同信噪比下的双相干源方位估计均方根误差曲线

图 3 不同快拍数下的双相干源方位估计均方根误差曲线

图 4 不同阵列模型误差下的双相干源方位估计的均方根误差曲线

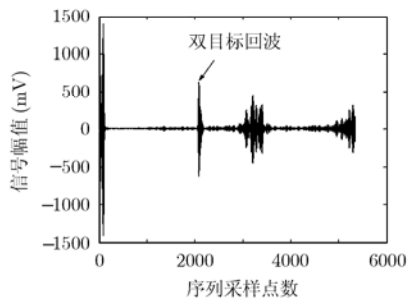


图 5 湖试数据时域波形

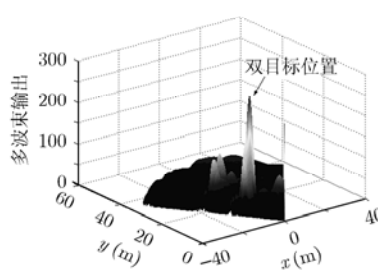


图 6 常规前视成像系统输出扇面

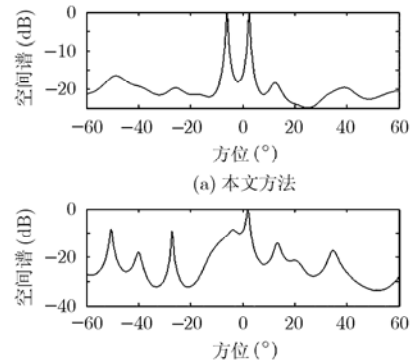


图 7 MVDR 与本文方法对比效果图

致谢 感谢曾文俊老师在论文思想及方法上的指导和无私的帮助。

参考文献

[1] 张华, 冯大政, 聂卫科, 徐先峰. 非正交联合对角化盲源分离算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(1): 27-31.
Zhang Hua, Feng Da-zheng, Nie Wei-ke, and Xu Xian-feng. Non-orthogonal joint diagonalization for blind source separation[J]. *Journal of Xidian University*, 2008, 35(1): 27-31.

[2] Li Xi-lin and Zhang Xian-da. Nonorthogonal joint diagonalization free of degenerate solution[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 1803-1814.
[3] Wang Fu-xiang, Liu Zhong-kan, and Zhang Jun. A new joint diagonalization algorithm with application in blind source separation[J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2006, 13(1): 41-44.
[4] Feng Da-zhang, Zhang Xian-da, and Bao Zheng. An efficient multistage decomposition approach for independent

- components[J]. *Signal Processing*, 2003, 83(1): 181-197.
- [5] 聂卫科, 冯大政, 刘建强. 二维波达方向估计的非酉联合对角化方法[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(6): 747-750.
Nie Wei-ke, Feng Da-zheng, and Liu Jian-qiang. Non-unitary joint diagonalization method for estimating two-dimension direction of arrival[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2008, 42(6): 747-750.
- [6] 王鼎, 吴瑛. 基于改进遗传算法的矩阵联合对角化[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(3): 578-581.
Wang Ding and Wu Ying. Joint diagonalization of matrix based on improved genetic algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(3): 578-581.
- [7] 周祎, 冯大政, 刘建强. 基于联合对角化的近场源参数估计[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(10): 1766-1769.
Zhou Yi, Feng Da-zheng, and Liu Jian-qiang. Parameter estimation of near field sources using joint diagonalization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(10): 1766-1769.
- [8] Lie Su, Leyman A Ra, and Chew Yo H. Fourth-order and weighted mixed order direction-of-arrival estimators[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, 12(11): 691-695.
- [9] Weiss A J and Friedlander B. Array processing using joint diagonalization[J]. *Signal Processing*, 1996, 50(3): 205-222.
- [10] Cardoso J F and Souloumiac A. Jacobi angles for simultaneous diagonalization[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. 1996, 17(1): 161-163.
- [11] Wax M and Sheinvald J. A least-squares approach to joint diagonalization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1997, 4(2): 52-53.
- 宋海岩: 男, 1981 年生, 博士, 研究方向为水下阵列信号处理及海底声学参数反演.
- 朴胜春: 男, 1968 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为海洋声场分析和水声信号处理.