

表面纹理对反射面天线电性能的影响

李 鹏 郑 飞 李 娜

(西安电子科技大学机电科技研究所 西安 710071)

摘 要: 反射面天线面板的加工质量包括加工精度和表面质量, 两者都会影响天线的电性能。论文针对研究较少的表面加工质量, 利用分形函数建立表面纹理的数学模型, 并通过相位差将微观表面纹理引入天线的远场方向图计算公式, 利用三角形单元的 Gauss 积分公式数值求解。通过仿真, 分析了不同的表面纹理幅度、密度和粗糙程度对天线远场方向图的影响。研究发现: 表面纹理的幅度越大, 对方向图的影响越大; 密度越大、越粗糙, 影响越小。而且, 幅度的影响最大, 密度其次, 粗糙程度影响最小。仿真的结果与模型定性分析的结论符合。所提出的模型和方法为研究面板表面加工质量对反射面天线电性能的影响提供了新的思路, 得出的结论也可供工程实践参考。

关键词: 反射面天线; 机电耦合; 表面纹理; 分形函数; 远场方向图

中图分类号: TN823

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)09-2278-05

Effects of Surface Texture on Far Field Patterns of Reflector Antennas

Li Peng Zheng Fei Li Na

(Research Institute on Mechatronics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The machining quality of reflector antenna panels includes machining accuracy and surface quality, both of them will effect electrical performance of the antenna. For the surface quality which is studied less, surface texture is modeled by fractal function. Microscopic surface texture is introduced in the formula of antenna's far field patterns by phase difference. Gaussian integral formula in triangular element is used in numerical solution of the formula. By simulation experiment, the effects of different amplitude, density and roughness of the antenna panels' surface texture on antenna's far field patterns is studied. Research shows that with the increase of amplitude, the far field pattern changes more; with the increase of density and roughness, the far field pattern change less. And the effect degree of amplitude is the first, the density is the second, the roughness is the least. A new way of studing the effects of surface texture on far field patterns of the reflector antenna is proposed, and the conclusion can be referenced in practice.

Key words: Reflector antenna; Electromechanical coupled; Surface texture; Fractal function; Far field pattern

1 引言

面天线是通信、雷达等领域广泛采用的天线形式。现代反射面天线的口径更大, 频段更高, 对于反射面安装加工质量的要求也更高。反射面板的加工质量包括加工精度和加工表面质量。关于加工精度对天线电性能的影响, 已经有大量的文献研究, 文献[1,2]就随机表面误差对反射面天线电性能的影响做了研究; 文献[3, 4]研究了表面变形的系统误差对天线电性能的影响。但是目前的文献都没有考虑加工表面质量的影响。

本文就表面加工质量对天线电性能的影响做了初步研究。针对不同的表面纹理幅度、密度、和粗

糙程度, 利用分形函数建立表面纹理的数学模型; 将微观的表面起伏转换为天线的相位差, 代入天线的远场方向图计算公式中; 利用三角形单元的 Gauss 积分公式数值求解。得出了表面加工质量对天线电性能影响的一些初步规律。

2 表面纹理的数学模型

加工表面质量包括加工表面的几何特征和表面层物理力学性能两个方面。但对于反射面天线, 表面存在的微观几何形状偏差, 即表面的几何特征对天线电性能的影响更加明显。

从机械结构的角度看, 表面纹理的微观几何特征可以分为表面粗糙度、表面波纹度和形状误差 3 部分。划分的依据是波距, 波距小于 1 mm 的表面微小波纹称为表面粗糙度; 波距小于 10 mm 的称为

表面波纹度; 波距大于 10 mm 的称为形状误差。也有依据波距波高比划分的, 小于 50 的为表面粗糙度, 小于 1000 的为表面波纹度, 大于 1000 的为形状误差。表面粗糙度主要是由刀具的形状以及切削过程中塑性变形和振动等因素引起的, 表面波纹度主要由加工过程中工艺系统的低频振动引起的。

从电磁场的角度看, 通常只要求天线表面加工精度, 一般是表面均方根误差, 而不考虑具体的表面加工质量。但是, 同样的加工精度, 不同的加工工艺会导致不同的表面加工质量, 其表面纹理差异较大。图1即为使用表面粗糙度测量仪测得的金属加工件表面形貌, 横坐标为轮廓长度, 取值约为4 mm, 纵坐标为轮廓高度, 取值范围±15 μm [5]。可见在同样的均方根误差时, 加工表面的纹理密度不同, 纹理粗糙程度也不同。

过去的研究中, 一般利用周期函数或者随机函数来建立粗糙表面的数学模型 [6,7]。近几年, 分形函数被大量用于各种粗糙表面的数学建模 [8-10]。分形具有某种自相似性, 这一特点和粗糙表面的实际情况比较吻合。

工程中广泛应用的一种分形函数是经过修正的 WM 函数 [9,10]。1 维的 WM 函数为

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= C \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-2)n} \sin(k_0 b^n x + \varphi_n) \\ C &= \left[2(1 - b^{2(D-1)}) / (1 - b^{2N(D-2)}) \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, $f(x)$ 为表面轮廓高度, C 为幅度控制因子, D 为分形维数, b 为表征 $f(x)$ 幅度的特征尺度参数, k_0 表示轮廓的空间频率, φ_n 是每一谐波的初始随机相位。其中分形维数 D 值大, 表面纹理粗糙、细节丰富; D 值小, 表面纹理光滑、细节简单。

对 1 维 WM 函数归一化处理, 并乘以公差带 T , 得到 1 维分形表面纹理模型。

$$Z(x) = |T/2| f(x) / \max(f(x)) \quad (2)$$

使用式(2)模型模拟图 1 所示的 4 种微观表面纹理, 可得图 2 所示的纹理示意图。

可见通过改变分形维数 D 和空间频率 k_0 , 1 维分形表面纹理模型可以较好的模拟不同加工工艺的微观表面纹理。

2 维的 WM 函数如下:

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= C \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-2)n} \\ &\cdot \sum_{m=1}^M \sin \left\{ k_0 b^n \left[x \cos \left(\frac{2\pi m}{M} \right) + y \sin \left(\frac{2\pi m}{M} \right) \right] + \varphi_n \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中各个变量的含义同式(1)。同样对 2 维 WM 函数归一化处理, 并乘以公差带 T , 得到 2 维分形表面纹理模型:

$$Z(x, y) = |T/2| f(x, y) / \max(f(x, y)) \quad (4)$$

可见, 分形函数模型可以表征表面纹理的幅度 T , 密度 k_0 , 粗糙程度 D 。尤其是对粗糙程度的模拟, 这是周期函数和随机函数难以实现的。

综合式(3)、式(4), 幅度 T 直接决定表面纹理的起伏大小, 密度 k_0 决定表面纹理单位长度起伏的数目和随机性, 粗糙程度 D 决定表面纹理每个起伏局部的大小和随机性。

3 电性能的计算模型及数值求解

方向图是天线电性能的重要指标。反射面的微观变形导致天线口径面的相位差, 从而影响天线远场方向图。方向图可表示为 [11]

$$T(\theta, \phi) = \iint_A f(\xi, \phi') e^{j\delta} e^{jk\rho' \sin(\theta) \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi' \quad (5)$$

其中 T 表示无限远处某点的场值, $f(\xi, \phi)$ 表示天线口径场分布函数; δ 表示反射面上的微小变形导致的相位差; $k = 2\pi \cdot \text{freq}/c$, c 为光速, freq 是天线频率。各变量如图 3 所示。

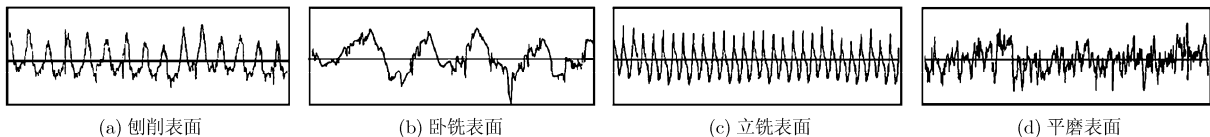


图 1 不同加工工艺的微观表面纹理

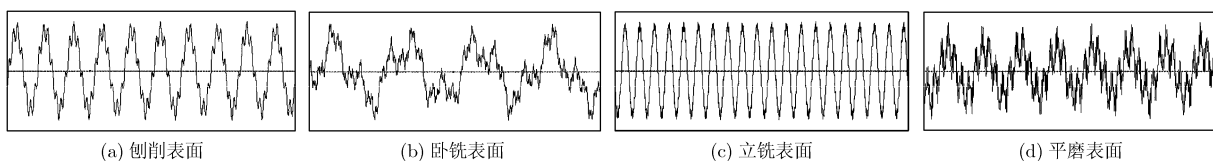


图 2 分形函数模拟的图 1 中的微观表面纹理

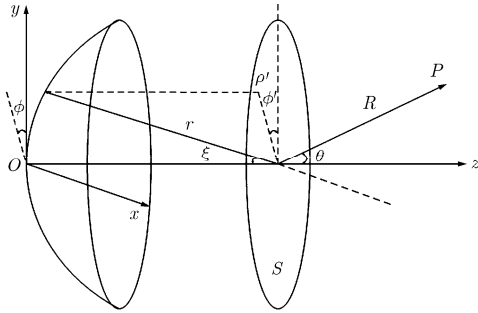


图3 反射面天线变量示意图

相位差 $\delta = 4\pi\Delta n \cos(\xi/2)/\lambda$ ， Δn 是反射面表面的法向偏差， λ 是波长。通过相位差 δ 将机械结构的微小变形体现在天线远场方向图公式中，将结构分析和电磁分析耦合在一起，是一种机电耦合的分析模型。

反射面天线的方向图式(5)可简化表示为

$$T = \iint_s f(x, y) e^{j\varphi(x, y)} e^{j\delta(x, y)} ds \quad (6)$$

通常不直接求解式(6)的二重积分，而是通过拟合将 $\delta(x, y)$ 变成 $\delta(x)$ ，得到一个新的曲面，再利用对称性，引入 Bessel 函数，简化为一重积分，最终写成某种级数累加求和的形式^[2]。如果是标准的抛物面，引入 Bessel 函数计算出来的结果可以认为是精确的理论值。

由于拟合会导致反射面变形细节描述的不精确，故通常将反射面的积分区域划分成 N 个单元网格，使用数值积分求解^[1,3]，如式(7)所示：

$$T = \sum_{i=1}^N f(x_i, y_i) e^{j\varphi(x_i, y_i)} e^{j\delta_i} \Delta x \Delta y \quad (7)$$

最常用的复化梯形积分要求划分的网格边长与波长相当。对于式(7)，可以写成

$$T = \sum_{i=1}^N f(x_i, y_i) e^{j\varphi(x_i, y_i)} e^{j\delta_i} \Delta x \Delta y = \sum_{i=1}^N T_i \quad (8)$$

考虑单个三角形单元上的积分 T_i ，引入面积坐标 (L_1, L_2) ，并考虑单位微元 $dA = 2SdL_1dL_2$ 后，可以写成如下的形式^[12]：

$$T_i = \iint_A f(L_1, L_2) dA = \int_0^1 \int_0^{1-L_1} 2Sf(L_1, L_2) dL_1 dL_2 \quad (9)$$

S 为三角形单元面积，利用任意区间的 Gauss 积分公式，构建三角形单元上面积坐标的数值 Gauss 积分公式：

$$T_i = \iint_A f(L_1, L_2) dA = \sum_{k=1}^{n \times m} 2S\omega_k f(L_{1k}, L_{2k}) \quad (10)$$

其中， $[\omega_k]_{n \times m} = \left[\frac{1-\alpha_i}{8} A_i \right]'_n [A_j]_m$ ， $[L_{1k}]_{n \times m} =$

$$\left[\frac{1+\alpha_i}{2} \right]'_n [1, \dots, 1]_m, [L_{2k}]_{n \times m} = \left[\frac{1-\alpha_i}{2} \right]'_n \left[\frac{1+\beta_j}{2} \right]_m。$$

α, β 方向的高斯点数目分别为 n, m ， α_i, β_j 和 A_i, A_j 分别为标准 Gauss 积分公式中的高斯点和权值， $i = 1 \sim n, j = 1 \sim m, k = 1 \sim n \times m$ 。即可完成式(5)的计算。

将式(4)的 $Z(x, y)$ ，作为天线表面的法向偏差，代入天线相位差的计算公式：

$$\delta(x, y) = 4\pi Z(x, y) \cos(\xi/2)/\lambda \quad (11)$$

可将微观的表面纹理，引入到天线的相位差计算中。相位差是导致天线电性能变化的主要因素，如果相位差 $\delta(x, y)$ 在口径面上是均匀分布的，例如为一常量，相当于天线整体移动，口径面仍然是等相位面，天线方向图不会变化。如果相位差 $\delta(x, y)$ 是位置坐标的函数，天线口径面不再是等相位面，方向图就会发生变化。 $\delta(x, y)$ 的分布决定方向图变化的情况，由于方向图上任意一点的场值受到天线表面所有点的影响，所以规则的 $\delta(x, y)$ 分布，使得方向图式(8)中的 $e^{j\delta}$ 累加，导致方向图上某点产生明显的变化；而随机 $\delta(x, y)$ 分布，式(8)中的 $e^{j\delta}$ 可能正好抵消，方向图变化反而不明显。

4 仿真实验与分析

对于某 3 m 口径的标准反射面天线，工作频率 2 GHz，按照三分之一波长划分三角形网格，网格数目为 5400，每个三角形单元内取 2500 个高斯点。改变表面纹理的幅度、密度和粗糙程度，分别研究它们对天线电性能的影响。

4.1 表面纹理幅度对电性能的影响

表面纹理的幅度其实也体现了表面加工精度。加工精度一般用均方根误差 σ 表示，表面纹理幅度多用公差带 T 表示。均方根误差 σ 与公差带 T 的关系是 $T > 6\sigma$ 。反射面天线设计时天线频率越高，要求均方根误差越小，一般是天线工作波长的 1/30 到 1/60。现代工程实践中，对于大中型反射面天线可以达到单块面板零点几个毫米的精度，例如 C 波段一般取 0.5 mm，Ku 波段取 0.3 mm，Ka 波段取 0.15 mm。对表 1 中的几种均方根误差，分别计算天线的电性能，绘制的天线远场方向图如图 4 所示。图中给出了纹理幅度为天线波长 1/10, 1/30, 1/50

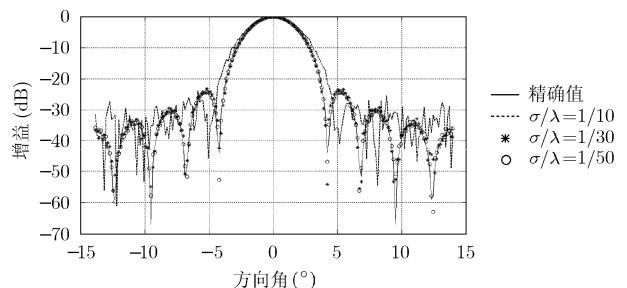


图4 不同纹理幅度时的反射面天线方向图度

表 1 不同纹理幅度的天线方向图计算误差

均方根误差 σ (mm)	15	5	3	1.5	0.5	0.3	0.15
σ/λ	1/10	1/30	1/50	1/100	1/300	1/500	1/1000
公差带 $\pm T/2$ (mm)	± 50	± 15	± 10	± 5	± 1.5	± 1	± 0.5
方向图误差(dB)	6.4876	1.4036	0.8527	0.4799	0.1540	0.0985	0.0436

以及未考虑表面纹理时的精确值的方向图。

由图可见, 纹理幅度为波长的 1/10 时方向图的误差很大; 纹理幅度减小到 1/30 时, 主瓣和近副瓣的误差明显减小, 但远区副瓣误差还是较大; 纹理幅度更进一步减小时, 图上的差异减小到难以分辨了。具体的计算误差值如表 1 所示。

其中方向图误差指的是与未考虑表面纹理时的方向图对比的平均误差, 可见随着纹理幅度的减小, 方向图的误差也在减小。这一结论与众多研究表面加工精度对电性能影响的文章的结论是一致的。

4.2 表面纹理密度对电性能的影响

考虑表面纹理密度对天线电性能的影响, 利用分形函数中的空间频率参数 k_0 , 其物理含义是: 每个波长范围内, 出现波峰或者波谷的数目。

同样针对 3 m、2 GHz 的反射面天线。对表 2 中的不同 k_0 取值, 计算天线的电性能, 并绘制方向图如图 5 所示。均方根误差取 1.5 mm。图中给出了 k_0 取值 0.1, 0.5, 1 时以及未考虑表面纹理时天线的方向图, 可见随着 k_0 取值的增大, 方向图的差异在逐渐减小, 当取值大于 1 时, 这种差异在图上已经很难分辨了。具体计算的方向图平均误差值如表 2 所示。

由表 2 可见, 随着表面纹理密度的增加, 方向图的误差在减小。故表面粗糙度、表面波纹度和形状误差对电性能的影响是逐渐增大的。对于 2 GHz 的天线, 表面粗糙度和表面波纹度的影响是很小的, 形状误差是主要的影响因素。

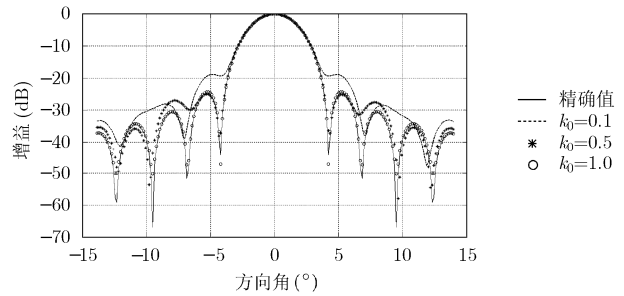


图 5 不同纹理密度时的反射面天线方向图

表 2 不同纹理密度的天线方向图计算误差

纹理密度 k_0	0.1	0.5	1	10	20
波距(mm)	1500	300	150	15	7.5
方向图误差 (dB)	4.7655	0.7840	0.4799	0.3023	0.2785

4.3 表面纹理粗糙程度对电性能的影响

考虑表面纹理粗糙程度对电性能的影响, 粗糙程度利用分形函数中的分形维数 D 表征。同样针对 3 m、2 GHz 的反射面天线。纹理密度 k_0 取 10, 均方根误差取 1.5 mm。2 维分形维数 D 的取值分别为 2.1, 2.5 和 2.8, 相应的粗糙表面局部细节如图 6 所示, 平面坐标为轮廓长度, 取值均为 3 cm, 纵坐标为轮廓高度, 取值范围 ± 5 mm。

计算天线的电性能, 与未考虑波纹时的计算结果相比, 由于误差的量级较小, 方向图上难于分辨, 故列出平均误差值如表 3 所示。

可见, 随着粗糙程度的增加, 误差在减小, 对

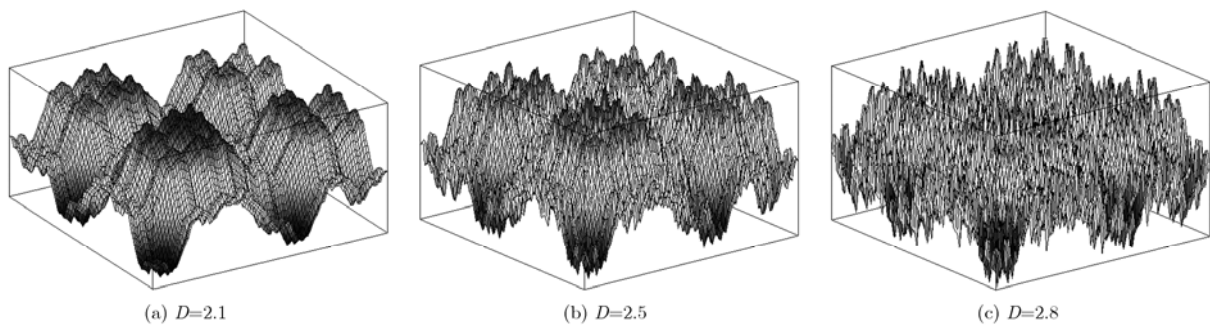


图 6 不同分形维数模拟的不同粗糙程度

表3 不同粗糙程度的天线方向图计算误差

纹理粗糙程度 D	2.1	2.5	2.8
方向图误差(dB)	0.4799	0.4023	0.3158

方向图的影响也在减小。说明在同样的加工精度和波纹密度下,相对粗糙的表面加工纹理更有利于天线的电性能。

5 结束语

仿真的数据表明:表面纹理的幅度越大,对电性能的影响也越大;表面纹理密度越大,对电性能的影响越小;表面纹理越粗糙,对电性能的影响越小。纹理密度和粗糙程度的增大,意味着表面纹理越是杂乱无章,如图6所示,也意味着相位差的分布是杂乱随机的,结合第3节的分析,其对电性能的影响应该是较小的。

同时,表面纹理的幅度、密度和粗糙程度三者之间对电性能的影响,难以定量的比较,但是从表1-表3中方向图误差的数值上还可以发现,表面纹理幅度的影响是最大的,纹理密度其次,纹理粗糙程度影响最小。结合文章第2节的分析,幅度决定表面纹理起伏的大小,而粗糙程度决定局部的起伏大小,故幅度的影响大于粗糙程度。同样。密度决定表面纹理起伏的数目和随机程度,而粗糙程度决定局部起伏的数目和随机性,故密度的影响也大于粗糙程度。可见,仿真模拟的结果与前文定性分析的结论是符合的。所以,对于反射面板的加工,在相同的精度要求下,选用的加工方法,加工纹理越密、越粗糙,随机性越强,对电性能的影响越小。

当然,实际的天线表面加工纹理很复杂,反射面板的加工也不是图1中的4种方法,要建立一个具体的天线面板表面纹理的数学描述模型也是很困难的,但是本文所提供的纹理模型和分析方法仍然可以借鉴,得出的定性的结论也可供工程实践中反射面天线加工制造时参考。

参考文献

- [1] Sinton Seeling and Rahmat-Samii Yahya. Radom surface error effects on offset cylindrical reflector antennas [J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 2003, 51(6): 1331-1337.
 - [2] 刘少东, 焦永昌, 张福顺. 表面误差对侧馈偏置卡塞格伦天线辐射场的影响[J]. *西安电子科技大学学报*, 2005, 32(6): 865-868.
Liu S D, Jiao Y C, and Zhang F S. Effects of random surface errors on radiation characteristics of the side-fed offset cassegrain antenna[J]. *Journal of Xidian University*, 2005, 32(6): 865-868.
 - [3] Bahadori K and Rahmat-samii Y. Characterization of effects of periodic and aperiodic surface distortions on membrane reflector antennas[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(9): 2782-2791.
 - [4] William T, Richard S, and Bastian J. An approximation of the radiation integral for distorted reflector antennas using surface error decomposition [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(4): 5-10.
 - [5] 李伯奎. 不同机械加工表面轮廓展开长度比的研究[J]. *北京工业大学学报*, 2002, 28(3): 271-273.
Li B K. Study on the ratio of outline expansion length of surface machined by different methods [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2002, 28(3): 271-273.
 - [6] Zou Ming-qing, Yu Bo-ming, and Feng Yong-jin, et al. A Monte Carlo method for simulating fractal surface [J]. *Physical A*, 2007, 386(01): 176-186.
 - [7] Toporkov J V and Brown G S. Numerical simulations of scattering from time-varying randomly rough surfaces [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(7): 1616-1625.
 - [8] Berizzi F. Fractal analysis of the signal scattered from the sea surface [J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 1999, 47(2): 324-338.
 - [9] Xie H P, Sun H Q, and Feng Z G. Study on generation of rock surface by using fractal interpolation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(5): 768-787.
 - [10] 王运华, 郭立新, 吴振森. 改进的一维分形模型在海面电磁散射中的应用[J]. *电子学报*, 2007, 35(3): 478-483.
Wang Y H, Guo L X, and Wu Z S. The application of an Improved 1D fractal model for EM scattering from sea surface [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(3): 478-483.
 - [11] 张祖稷, 金林, 束咸荣. 雷达天线技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
Zhang Z J, Jin L, and Su X R. Radar Antenna Technology [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006.
 - [12] Rathod H T, Nagaraja K V, and Venkatesudu B. Guass legendre quadrature over a triangle[J]. *Journal of Indian Institute of Science*, 2004, 84(1): 183-188.
- 李鹏: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为机电热多场耦合问题的建模与数值求解。
郑飞: 男, 1967年生, 教授, 研究方向为太空展开结构设计与分析、电子装备多学科综合集成分析。
李娜: 女, 1982年生, 博士生, 研究方向为机电多场耦合问题。