

脉冲噪声环境下基于分数低阶循环相关的 MUSIC 算法

吴华佳^① 赵晓鸥^① 邱天爽^{①*} 查代奉^②

^①(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116024)

^②(九江学院电子工程学院 九江 332005)

摘要: 该文以 α 稳定分布作为噪声模型, 研究了脉冲噪声环境下循环平稳信号的波达方向估计问题。针对在脉冲噪声环境中基于传统 2 阶循环相关的算法效果显著退化的问题, 该文提出了基于分数低阶循环相关的分数低阶循环 MUSIC 算法(FLOCC-MUSIC)。将分数低阶循环相关与 MUSIC 算法相结合, 可以有效抑制脉冲噪声的同频带干扰。计算机仿真表明了此算法可有效完成高斯噪声和脉冲噪声条件下的波达方向估计, 其性能优于传统的基于 2 阶循环相关的 Cyclic-MUSIC。

关键词: 信号处理; 波达方向估计; 循环平稳; α 稳定分布; 分数低阶循环统计量; Cyclic-MUSIC 算法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)09-2269-05

A MUSIC Algorithm Based on the Fractional Lower Order Cyclic Correlation in Impulsive Noise Environment

Wu Hua-jia^① Zhao Xiao-ou^① Qiu Tian-shuang^① Zha Dai-feng^②

^①(School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

^②(School of Electronic Engineering, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China)

Abstract: This paper takes the α -stable distribution as the noise model and works on the Direction of Arrival (DOA) estimation problem of the cyclostationary signals in the impulsive-noise environment. Since the conventional algorithms based on the classical second order cyclic statistics degenerate severely in the impulsive-noise environment, this paper adopts the fractional lower order cyclic correlation and presents a new algorithm called fractional lower order cyclic MUSIC(FLOCC-MUSIC). It combines the fractional lower order cyclic correlation and MUSIC algorithm, for suppressing the impulse noise and interference in the same frequency band. Simulation results show that the proposed algorithm can give accurate DOA estimation under both Gaussian and impulsive-noise conditions, and its performance is superior to the Cyclic-MUSIC based on second order cyclic correlation.

Key words: Signal processing; DOA estimation; Cyclic stable; α -stable distribution; Fractional lower order cyclic statistics; Cyclic-MUSIC algorithm

1 引言

信号的波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理的一个重要研究内容。DOA 估计的任务是确定同时处在空间某一区域内多个感兴趣信号的空间位置, 广泛应用于雷达、声纳、地震波、心电图等信号处理领域。在通信、天文、海洋等信号中, 存在着一类特殊的非平稳信号, 它们的非平稳性表现为周期平稳性, 即统计特性呈周期或多周期性变化(各周期不能通约)^[1]。鉴于此, 基于循环平稳特性的 DOA 估计方法综合考虑了信号的时

域和空域信息, 具有很多传统 DOA 估计方法所不具备的优点: 一方面可以抑制循环互不相关的干扰和噪声, 另一方面在阵元数少于信源数时仍然有效。2 阶循环相关是利用信号循环平稳特性的有力工具^[2]。基于 2 阶循环相关的 DOA 估计方法有两大类: 循环 MUSIC 算法类和循环 ESPRIT 算法类。

在高斯噪声环境下, 基于 2 阶循环相关的算法可以有效抑制包括同频带干扰在内的随机噪声, 提取有用信号信息。但是, 当环境中存在较严重的脉冲性噪声时, 基于 2 阶循环相关算法的性能显著退化。根据实际测量和文献报道, 自然界以及许多工程领域的确存在着脉冲噪声, 可以采用具有厚拖尾的 α 稳定分布^[3]过程来描述。本文依据分数低阶循环相关的概念^[4], 提出了分数低阶循环 MUSIC

2008-07-30 收到, 2009-05-11 改回

国家自然科学基金(60872122, 30570475, 60772037)和教育部博士点基金(20050141025)资助课题

*通信作者

(FLOCC-MUSIC)算法,并用此算法实现了脉冲噪声环境下的可靠 DOA 估计。计算机仿真表明分数低阶循环 MUSIC 算法可同时抑制脉冲性随机噪声与同频带干扰,其性能显著优于传统的循环 MUSIC 算法(Cyclic-MUSIC)^[5]。

2 信号模型与噪声模型

图1为DOA估计的阵列信号模型。

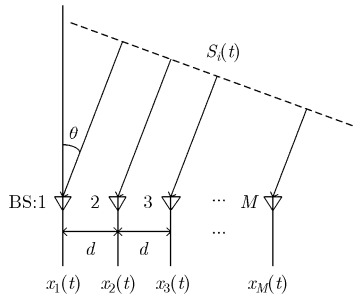


图1 阵列模型

如图1所示,设阵元数为 M 的天线阵列为线性均匀阵列^[6],各相邻阵元间的距离为 d , $d \leq \lambda_0/2$, $\lambda_0 = (2\pi c)/\omega_0$,其中, ω_0 为信号的中心频率。 l 个入射信号,入射角分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l$ 。其阵列信号矩阵为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 为天线阵列接收到的信号矢量, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_l(t)]^T$ 为入射信号矢量,假定 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_l(t)$ 均为2阶循环平稳信号且为非相干源; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_l)]$ 为天线阵列的方向矩阵,其中 $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j\omega_k}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_k}]^T$, $\omega_k = 2\pi(d/\lambda_0)\sin(\theta_k)$ 。将 $\mathbf{A}(\theta)$ 写成 Vandermonde 矩阵形式,有

$$\mathbf{A}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\omega_1} & e^{-j\omega_2} & \dots & e^{-j\omega_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\omega_1} & e^{-j(M-1)\omega_2} & \dots & e^{-j(M-1)\omega_l} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{V}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_M(t)]$ 为天线阵列接收到的噪声矢量,假定各个阵元接收噪声均服从 α 稳定分布,且与信号循环互不相关。

α 稳定分布是唯一一类满足广义中心极限定理的分布^[3,7]。与高斯分布相比, α 稳定分布具有更厚的统计拖尾,因此其时域实现具有显著的脉冲特性。 α 稳定分布并没有闭合的表达式,但我们可以用它的特征函数来方便的表示 α 稳定分布

$$\phi(t) = \exp\{jat - \gamma|t|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)\omega(t, \alpha)]\} \quad (3)$$

式中

$$\omega(u, \alpha) = \begin{cases} \tan(\pi\alpha/2), & \alpha \neq 1 \\ (2/\pi)\log|t|, & \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\operatorname{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中 $-\infty < a < \infty, \gamma > 0, 0 < \alpha \leq 2, -1 \leq \beta \leq 1$ 。

由式(4)可见, α 稳定分布的特征函数由 α, β, γ, a 4个参数即可确定。 α 为特征指数,它决定该分布脉冲特性的程度。 α 越小,所对应的分布拖尾越厚,脉冲特性越显著。 β 为对称参数, $\beta=0$ 对应于对称分布,简称 S α S 分布。 γ 为分散系数,类似于高斯分布中的方差。 a 称为位置参数,对于 S α S 分布, a 表示中值或均值。当 $\alpha=2$ 时,其特征函数与均值为 a , 方差为 $2\sigma^2$ 的高斯分布相同,即高斯分布是 α 稳定分布的一个特例。定义 $0 < \alpha < 2$ 的非高斯稳定分布为分数低阶 α 稳定分布。

3 分数低阶循环MUSIC算法

对于分数低阶 α 稳定分布随机过程 $x(t)$, 其 2 阶及其以上各阶统计量不再有意义。因此,定义其分数低阶自相关 ($0 \leq p < \alpha$) 为

$$R_{xx}^{(p)}(t; \tau) = \langle x(t + \tau/2)[x^*(t - \tau/2)]^{<p-1>} \rangle_t \quad (5)$$

其中 $\langle \cdot \rangle_t$ 表示时间平均,对于复数过程, $Y^{<p>} = |Y|^{p-1} Y^*$ 。

若随机过程 $x(t)$ 的分数低阶自相关函数周期为 T_0 , 则考虑信号 $x(t)$ 如下形式的分数低阶时变自相关函数, $R_{xx}^{(p)}(t; \tau) \triangleq \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N [x(t + \tau/2 + nT_0)] [x^*(t - \tau/2 + nT_0)]^{<p-1>}$, 其中 N 为参与计算的数据点数。为消除随机性,可令 N 趋于无穷,从而 $R_{xx}^{(p)}(t; \tau)$

$\triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N [x(t + \tau/2 + nT_0)] [x^*(t - \tau/2 + nT_0)]^{<p-1>}$, 表明 $R_{xx}^{(p)}(t; \tau)$ 是关于时间 t 的周期为 T_0 的周期函数, 即有 $R_{xx}^{(p)}(t; \tau) = R_{xx}^{(p)}(t + T_0; \tau)$ 。将其展开成傅里叶级数, 有 $R_{xx}^{(p)}(\varepsilon; \tau) = \langle R_{xx}^{(p)}(t; \tau) e^{-j2\pi k t / T_0} \rangle_t = \langle R_{xx}^{(p)}(t; \tau) e^{-j2\pi \varepsilon t} \rangle_t$, 其中 $\varepsilon = k/T_0$ 为循环频率。若信号 $x(t)$ 存在至少一个不为零的循环频率 ε , 则其对应的分数低阶循环自相关函数为

$$R_{xx}^{(p)}(\varepsilon; \tau) = \langle x(t + \tau/2)[x^*(t - \tau/2)]^{<p-1>} e^{-j2\pi \varepsilon t} \rangle_t \quad (6)$$

有 $R_{xx}^{(p)}(\varepsilon; \tau)$ 不等于零。当 $p=2$ 时, 有

$$R_{xx}(\varepsilon; \tau) = \langle x(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)e^{-j2\pi \varepsilon t} \rangle_t \quad (7)$$

即此时分数低阶循环相关退化为 2 阶循环相关。

针对在 S α S 噪声环境下基于 2 阶循环统计量性能退化甚至失效的问题, 本文基于分数低阶循环自相关的概念, 提出了分数低阶循环 MUSIC 算法(简称为 FLOCC-MUSIC)。

对于 $M \times 1$ 天线阵列接收信号向量 $\mathbf{X}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$, 其分数低阶循环自相关矩阵为一个 $M \times M$ 的矩阵, 定义为

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau) = \left\langle \mathbf{X}(t + \tau/2) [\mathbf{X}^H(t - \tau/2)]^{<p-1>} e^{-j2\pi\varepsilon t} \right\rangle_t \quad (8)$$

式中 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。分数低阶循环自相关矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau)$ 的第 i 行第 j 列的元素为

$$\begin{aligned} [\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau)]_{ij} &= R_{x_i x_j}^{(p)}(\varepsilon; \tau) \\ &= \left\langle x_i(t + \tau/2) [x_j^*(t - \tau/2)]^{<p-1>} e^{-j2\pi\varepsilon t} \right\rangle_t \end{aligned} \quad (9)$$

可见, 矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau)$ 的第 i 行第 j 列的元素就等于向量 $\mathbf{X}(t)$ 中的第 i 个信号与第 j 个信号的分数低阶循环互相关。将 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau)$ 表示成矩阵形式可得^[8]

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{A} \mathbf{A}^H(\theta) + \eta \mathbf{I} \quad (10)$$

其中 \mathbf{A} 中元素为 $A_{kj} = \delta_{kj}$

$$\cdot \left\langle s_k(t + \tau/2) \left[\sum_{q=1}^l s_q(t - \tau/2) + v_j(t - \tau/2) \right]^{* <p-1>} e^{-j2\pi\varepsilon t} \right\rangle_t$$

δ_{kj} 为克罗内克符号, $\eta = \left\langle v_j(t + \tau/2) \right.$

$$\cdot \left. \left[\sum_{q=1}^l s_q(t - \tau/2) + v_j(t - \tau/2) \right]^{* <p-1>} e^{-j2\pi\varepsilon t} \right\rangle_t$$

其中 $k = 1, 2, \dots, l$, $j = 1, 2, \dots, M$ 。由于噪声不存在非零的循环频率, 因此 η 为零。可得

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{A} \mathbf{A}^H(\theta) \quad (11)$$

在 $\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau)$ 的 M 个正实特征值中, 与信号相关的特征值只有 l 个, 而其余的 $M - l$ 个特征值是与噪声相关的特征值, 由于噪声不具有循环平稳性, 所以其对应的特征值为零。这 $M - l$ 个零特征值所对应的特征向量在循环频率为 ε 时张成的噪声子空间为 $\mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon)$, 即

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{(p)}(\varepsilon; \tau) \mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon) = \mathbf{0} \quad (12)$$

由文献[8]中可得 \mathbf{A} 满秩, 而且 $\mathbf{A}(\theta)$ 线性不相关^[6], 由式(11), 式(12)可得

$$(\mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon))^H \mathbf{a}(\theta_k) = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, l \quad (13)$$

式(13)中是信号向量和噪声矩阵的内积, 当 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 与 $\mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon)$ 的各列正交时, 该式的值为零。据此定义 FLOCC-MUSIC 方法的空间谱表达式为

$$P_{\text{FLOCC-MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon) (\mathbf{E}_V^{(p)}(\varepsilon))^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (14)$$

通过对式(14)寻找谱峰(即 $P_{\text{FLOCC-MUSIC}}(\theta)$ 的最大值), 即可得到基于分数低阶循环相关的 DOA 估计。

4 仿真

本文采用“混合信噪比”的概念来描述 S α S 过程的信噪比^[9], 其定义式为 $\text{MSNR} = 10 \lg(\sigma_s^2/\gamma)$, 其中 σ_s^2 表示信号功率, $\gamma(\gamma > 0)$ 表示 S α S 噪声的分散系数。

实验 1 本文的 FLOCC-MUSIC 算法和基于 2 阶循环相关的 Cyclic-MUSIC 算法的比较

阵元为 8 元直线阵, 入射信号为 3 个 AM 信号, 入射角分别为 10° , 45° 和 75° , 波特率(即它们的循环频率)分别为 2.2 kHz, 3.7 kHz 和 4.7 kHz。图 2 是在信噪比为 15 dB 的高斯噪声和广义信噪比为 15 dB、 $\alpha = 1.6$ 的 S α S 噪声环境下两种算法的比较。

由图2可以看出, 在高斯噪声条件下, 二者性能相当, 都可以准确地估计出源信号的 DOA(图2(a), 图2(b), 图2(c)), 但在 S α S 噪声条件下, Cyclic-MUSIC 算法已基本失效, 而 FLOCC-MUSIC 算法则很好的抑制了 α 稳定分布噪声, 准确的估计出了 3 个源信号的 DOA(图2(d), 图2(e), 图2(f))。即 FLOCC-MUSIC 算法是一种韧性方法, 同时适用于高斯和脉冲噪声环境。

实验 2 本文的 FLOCC-MUSIC 算法抗噪性能分析

8 个阵元的均匀直线阵, 特征指数 α 从 1.4 增大至 2.0, 其它条件同实验 1。在 $p = 1.2$ 的条件下, 对 FLOCC-MUSIC 算法进行 1000 次独立运行, 并作误差分析如图 3 所示。

图 3 中, 定义均方误差 $\text{MSE} = \frac{1}{3N} \sum_{n=1}^N [(\hat{\theta}_{1n} - \theta_{1n})^2 + (\hat{\theta}_{2n} - \theta_{2n})^2 + (\hat{\theta}_{3n} - \theta_{3n})^2]$, 其中 N 为 FLOCC-MUSIC 独立运行的次数, θ_{1n} , θ_{2n} 和 θ_{3n} 分别为 3 个波达方向的实际值, $\hat{\theta}_{1n}$, $\hat{\theta}_{2n}$ 和 $\hat{\theta}_{3n}$ 分别为 3 个波达方向的估计值。由图 3 可以得出, FLOCC-MUSIC 算法的误差随着 α 值和混合信噪比的增大而迅速减小。

实验 3 p 值对本文的 FLOCC-MUSIC 算法的影响

8 个阵元的均匀直线阵, 入射信号同实验 1。在 $\alpha = 1.6$ 的条件下, 对 FLOCC-MUSIC 算法进行 1000 次独立运行, 并作分析如图 4 所示。

由图 4 可以得出, 当 p 取值在 1 左右时, DOA 估计误差达到最小同时 DOA 估计的成功率最大。由于在 α 稳定分布噪声环境下不存在有限的 α 及以上阶

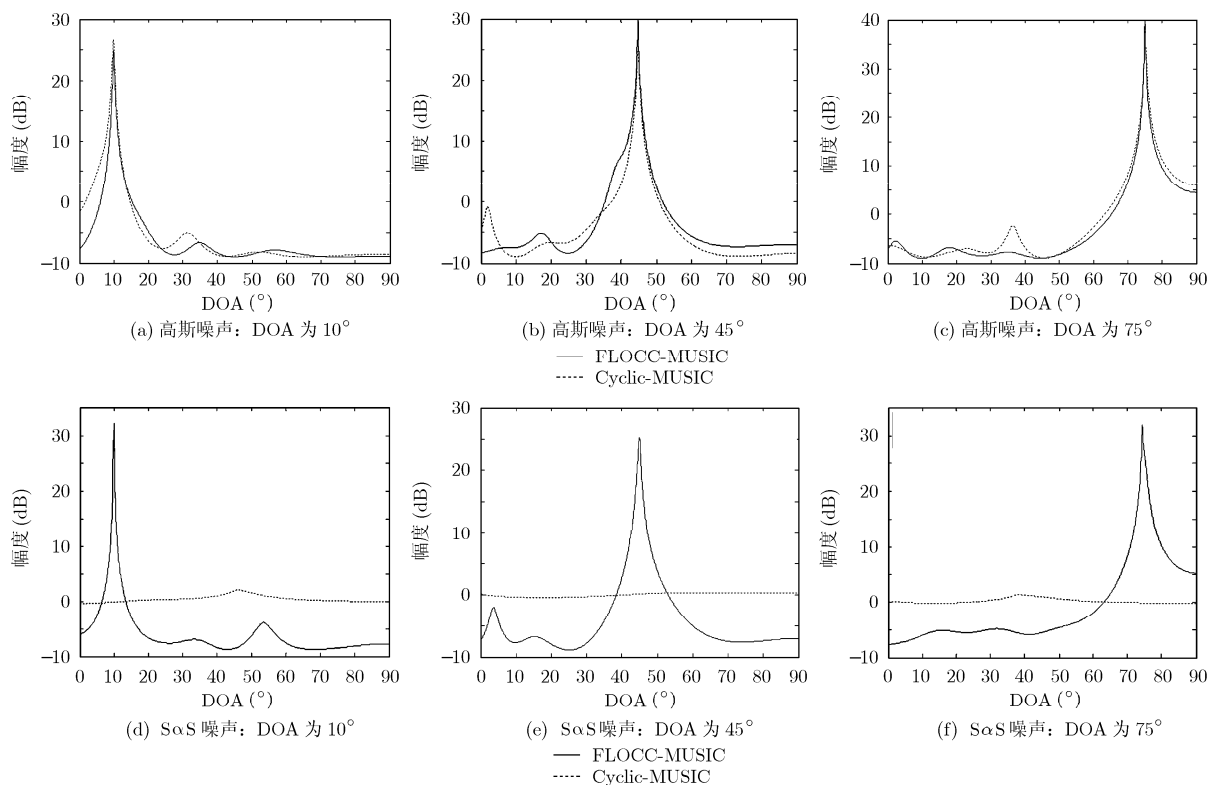


图2 脉冲噪声环境下Cyclic-MUSIC算法与FLOCC-MUSIC算法性能比较

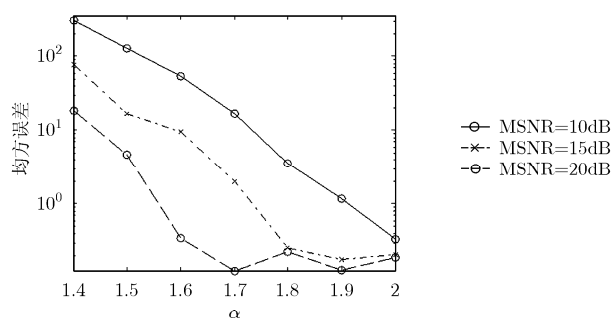
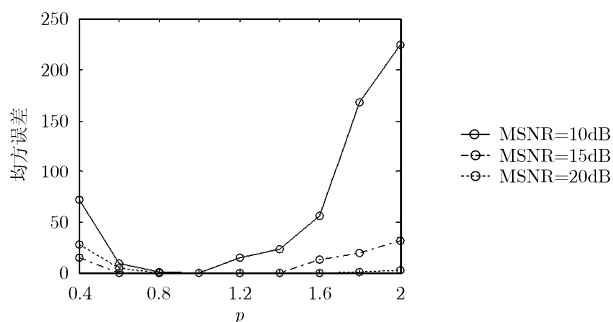


图3 FLOCC-MUSIC算法的抗噪性能分析

图4 p 取不同值时,对FLOCC-MUSIC算法的影响

统计量,故当 $p > \alpha$ 时DOA估计效果严重退化。当 $p = 2$ 时,FLOCC-MUSIC算法退化为Cyclic-MUSIC算法,估计误差较大。

5 结论

本文以 α 稳定分布作为噪声模型,提出了基于分数低阶循环相关的FLOCC-MUSIC算法,并用于解决无线定位中的DOA估计问题,得到了较好的结果。仿真结果表明,在分数低阶 α 稳定分布噪声环境下,FLOCC-MUSIC算法的效果和韧性均优于Cyclic-MUSIC算法。由于在自然界中,分数低阶 α 稳定分布噪声的广泛存在性,使得本文提出的FLOCC-MUSIC算法具有广泛的应用前景。

参考文献

- [1] 王宏禹. 非平稳随机信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 313-343.
Wang Hong-yu. Nonstationary Random Signal Analysis and Processing[M]. Beijing. National Defence Industry Press. 1998: 313-343.
- [2] Gardner W A, Napolitano A, and Paura L. Cyclostationarity: half a century of research[J]. *Elsevier Science Signal Processing*, 2006, 86(44): 639-697.
- [3] Nikias C L and Shao M. Signal Processing with Alpha Stable Distributions and Applications[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1995: 3-10.
- [4] 里红杰, 栗娜, 邱天爽. 脉冲噪声条件下基于循环平稳特性的MIMO系统辨识[J]. *信号处理*, 2007, 23(4A): 356-364.
Li Hong-jie, Li Na, and Qiu Tian-shuang. MIMO system

- identification based on cyclostationarity under the impulsive noise condition[J]. *Signal Processing*, 2007, 23(4A): 356-364.
- [5] Schell S V, Calabretta R A, Gardner W A, and Agee B G. Cyclic music algorithms for signal-selective direction estimation[C]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Glasgow, UK, May 23-26, 1989, 4: 2278-2281.
- [6] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [7] Shao M and Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986-1010.
- [8] Liu Tsung-Hsien and Mendel J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(8): 1605-1613.
- [9] Zha Daifeng, Zheng Zuoshuang, and Gao Xiaoying. Robust time delay estimation method based on fractional lower order cyclic statistics[C]. *International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing 2007*, Shanghai, Sept 21-25, 2007: 1304-1307.
- 吴华佳: 女, 1985年生, 研究生, 研究方向为射频信号处理.
赵晓鸥: 男, 1986年生, 研究生, 研究方向为射频信号处理.
邱天爽: 男, 1954年生, 教授, 研究方向为信号与信息处理.
查代奉: 男, 1971年生, 副教授, 研究方向为信号与信息处理.