

## 基于 Chirp Scaling 的双基 SAR 成像 PFA 算法研究

王 昕 朱岱寅 朱兆达

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

**摘 要:** 该文研究了基于 Chirp Scaling 原理实现双基聚束 SAR 成像的极坐标格式算法(Polar Format Algorithm, PFA)。PFA 通过两个一维插值来实现数据的极坐标格式转换,插值计算量较大。该文基于发射信号的线性调频特性,在距离向对极坐标格式数据进行变标处理,仅包含信号复乘和 FFT,从而避免了插值运算。文中对于接收 Chirp 信号和 Dechirp 信号分别进行了讨论,依照不同流程实现了极坐标格式算法。同插值方法相比,二者聚焦结果相当,但是 CS(Chirp Scaling)的方法速度有显著提高。点目标仿真验证了此方法的有效性。

**关键词:** 双基 SAR; 极坐标格式算法; Chirp Scaling(CS)

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)07-1674-05

## Research of Polar Format Algorithm for Bistatic SAR Imaging Based on Chirp Scaling

Wang Xin Zhu Dai-yin Zhu Zhao-da

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210026, China)

**Abstract:** This paper investigates an implementation of Polar Format Algorithm(PFA) in Bistatic SAR imaging based on the principle of Chirp Scaling(CS). PFA realizes data's Polar Coordinate Transformation by two 1-D interpolations, which is computationally expensive. Based on the linear frequency modulation characteristic of emission signal, the paper uses Chirp Scaling methodology to process data in range dimension, which only includes signal multiplications and FFTs, thereby avoiding interpolation. The chirped and dechirped signals are discussed separately. Compared with interpolation, the results are equivalent, but the method of CS has increased speed significantly. The experimental simulation results with the point target validate the validity of this method.

**Key words:** Bistatic SAR; Polar Format Algorithm(PFA); Chirp Scaling(CS)

### 1 引言

对于双基 SAR 成像,已经提出的算法有 PFA<sup>[1]</sup>, BPA<sup>[2]</sup>, RMA<sup>[3]</sup>, CSA<sup>[4]</sup> 等。极坐标格式算法作为一种经典的聚束 SAR 成像算法应用到双基中,其流程同单基情况下类似:将极坐标格式存储数据通过两个一维插值转化为直角坐标格式,而后 IFFT 得到图像。PFA 实现步骤较为简单,但是需要进行插值运算,计算量很大;并且插值精度会影响聚焦效果,可能产生虚假目标。在文献[5]中提到基于固定场景方向极坐标格式转换的 Scaling 方法,本文基于此方法对于距离向对极坐标格式数据进行变标处理。通过信号复乘和 FFT 来实现极坐标格式转换,从而避免了插值运算。

本文第 2 节介绍了双基聚束 SAR 数据采集几何空间关系;第 3 节描述了双基聚束 SAR 极坐标格式算法流程;第 4 节对于 Chirp 信号和 Dechirp 信号分别讨论了 Scaling 处理;第 5 节给出了对于 Chirp

信号和 Dechirp 信号基于 PCS 仿真结果并通插值结果比较;第 6 节给出结论。

### 2 空间几何坐标关系

图 1 给出了双基聚束 SAR 的空间几何关系。假定发射机和接收机均以恒定高度匀速飞行,其各自的航迹如图 1 所示,发射机沿着平行于  $y$  轴的方向飞行,接收机沿与  $x$  轴角度为  $\theta$  的方向飞行。成像场景中心位于坐标系的原点,地面为  $x$ - $y$  平面,场

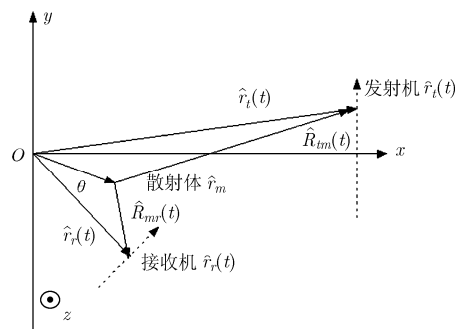


图 1 双基 SAR 空间几何关系示意图

景中的散射体位置为  $\hat{\mathbf{r}}_m = (x_m, y_m, z_m)$ 。在给定时间  $t$  发射机坐标为  $\hat{\mathbf{r}}_t(t) = (x_t(t), y_t(t), z_t(t))$ , 接收机坐标为  $\hat{\mathbf{r}}_r(t) = (x_r(t), y_r(t), z_r(t))$ 。

发射线性调频信号, 回波信号为

$$S(\tau, t) = \text{rect}\left(\frac{t - t_c}{T_a}\right) \text{rect}\left(\frac{\tau - \frac{R_t + R_r}{c}}{T_r}\right) \cdot \exp\left(j\pi k \left(\tau - \frac{R_t + R_r}{c}\right)^2\right) \exp\left(-j2\pi f_c \frac{R_t + R_r}{c}\right) \quad (1)$$

其中  $k$  为调频斜率,  $f_c$  为载频,  $T_r$ ,  $T_a$  分别为距离向和方位向持续时间, 发射机到场景中散射体的距离为  $R_t = |\hat{\mathbf{R}}_{tm}(t)|$ , 从散射体到接收机的距离  $R_r = |\hat{\mathbf{R}}_{rm}(t)|$ 。

对于回波信号的处理一般分为 Dechirp 和直接采样两种方式。Dechirp 并去除 RVP(Residual Video Phase)后的信号同直接采样并距离向脉冲压缩、运动补偿后的信号具有相同表达形式, 如下式:

$$S_{re}(f_r, t) = \sum_m A_m \exp\left\{-j \frac{2\pi f_r \Delta R(t)}{c}\right\} \quad (2)$$

其中  $A_m$  表示点目标反射系数,  $\Delta R(t) = R_t - R_{t-\text{ref}} + R_r - R_{r-\text{ref}}$  为差分距离项,  $R_{\text{ref}} = R_{t-\text{ref}} + R_{r-\text{ref}}$  为参考距离。对应 Dechirp 处理方式有  $f_r = k(f_c/k + \tau - R_{\text{ref}}/c)$ , 直接采样并距离脉冲压缩处理则有  $f_r = f_t + f_c$ ,  $f_r$  为距离向频率。

### 3 PFA 算法

聚束 SAR 在数据采集过程中, 天线波束始终照射固定成像区域, 可以获得较长的合成孔径及较大的多普勒带宽, 从而改进其方位向分辨率。在单基情况下, PFA 已经发展成为一种经典的聚束 SAR 成像算法。该算法的实现步骤较为简单<sup>[6]</sup>, 将运动补偿后信号以极坐标格式存储, 而后通过两个一维插值实现数据极坐标格式转换, 最后做二维 IFFT 生成二维图像。

双基 PFA 算法<sup>[7]</sup>流程和单基 PFA 流程类似, 如图 2 所示。将差分距离项  $\Delta R(t)$  泰勒展开<sup>[1]</sup>, 并取其线性项代入相位表达式。这种近似通常称为远场近似, 在场景较大的情况下近似误差会变大, 使得成像结果出现散焦, 因而 PFA 算法的应用对聚焦场景的大小有限制<sup>[6,7]</sup>。

$$\begin{aligned} \Delta R(t) \approx & -x \cos \phi_t(t) \cos \theta_t(t) - y \sin \phi_t(t) \cos \theta_t(t) \\ & - z \sin \theta_t(t) - x \cos \phi_r(t) \cos \theta_r(t) \\ & - y \sin \phi_r(t) \cos \theta_r(t) - z \sin \theta_r(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\phi_t(t), \theta_t(t)$  是发射机的俯仰角和方位角,  $\phi_r(t),$

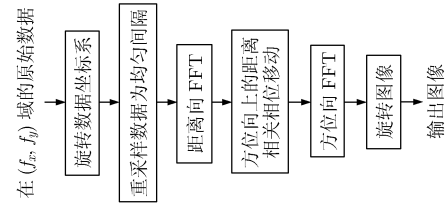


图 2 双基 PFA 算法流程

$\theta_r(t)$  是接收机的俯仰角和方位角, 将式(3)代入式(2)并定义双基数据采集空间的空间频率样本为

$$\left. \begin{aligned} f_x(f_r, t) &= \frac{f_r}{2} [\cos \phi_t(t) \cos \theta_t(t) + \cos \phi_r(t) \cos \theta_r(t)] \\ f_y(f_r, t) &= \frac{f_r}{2} [\sin \phi_t(t) \cos \theta_t(t) + \sin \phi_r(t) \cos \theta_r(t)] \\ f_z(f_r, t) &= \frac{f_r}{2} [\sin \theta_t(t) + \sin \theta_r(t)] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则信号表示为

$$S_{re}(f_r, t) = \sum_m A_m \exp\left\{j \frac{4\pi}{c} [x f_x(f_r, t) + y f_y(f_r, t) + z f_z(f_r, t)]\right\} \quad (5)$$

其中  $A_m$  为点散射体的反射系数, 对于地面目标  $z=0$ , 信号可以看作是地面点散射体坐标的二维傅里叶变换。将回波数据插值为直角坐标格式, 并进行二维傅里叶逆变换, 就可求出地面点散射体的反射系数  $A_m$ 。 $f_x, f_y$  在地平面的投影为倾斜扇形区域, 为提高数据的利用率, 将坐标系旋转一个角度  $\phi_b$  然后插值为均匀间隔的平行四边形区域。定义坐标旋转后空间频率样本点为  $f_{x1}, f_{y1}$ , 重采样后为  $f_{x2}, f_{y2}$ , 二维插值后在  $x$  方向做 FFT 后乘以线性相位函数补偿, 而后在  $y$  方向 FFT 得到图像。

### 4 基于 CS 原理的算法改进

PFA 通过先距离向插值而后方位向插值来实现数据的极坐标格式转换, 但是插值的计算量很大, 并且插值精度会影响最后的聚焦结果。考虑到距离向插值的输入输出均为均匀间隔, 其本质是数据间隔和位置的变化, 可通过 CS 方法使信号自变量变标达到重采样目的。CS 方法仅通过信号复乘和 FFT 来实现极坐标格式转换, 从而避免了插值运算。基于 PCS(Principle of Chirp Scaling), 本文研究了在双基成像中 Chirp Scaling 方法实现的极坐标格式算法。

在文献[8]中有 PCS 的推导过程, 其最初是用于时域, 称为时域 Scaling 原理。CSA 首先应用了 PCS, 使得 Chirp SAR 信号的空变 RCM 变为非空变。由于算法实现是在离散域, 要求运算中回波信号频谱一直在信号带宽范围内。为避免信号频谱移出频带

而造成混叠,在文献[5]中提出了一个修正 PCS 用于基于固定场景方向极坐标格式转换。在双基 PFA 中,方位向输入输出是非均匀间隔的,故本文仅基于这个流程来实现双基 PFA 成像中距离向的重采样。下面对 Dechirp 和 Chirp 信号的距离向 Scaling 分别进行讨论。与插值相比,二者聚焦结果相当,但是 CS 方法速度得到显著提高。

#### 4.1 Dechirp 信号的距离重采样

当聚束 SAR 系统对于接收信号进行 Dechirp 并去除 RVP 后,距离向信号就进入了波数域。重采样信号即是将信号采样点由  $f_{x1}$  变为  $f_{x2}$ ,  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$  均为均匀间隔,对其分析如下:

$$f_{x1} = \frac{f_r}{2} \Delta_t = \frac{k}{2} \left( \frac{f_c}{k} + \tau - \frac{R_{\text{ref}}}{c} \right) \Delta_t \quad (6)$$

其中  $\Delta_t = [\cos \phi_t(t) \cos \theta_t(t) + \cos \phi_r(t) \cos \theta_r(t)] \cdot \cos(\phi_b) + [\sin \phi_t(t) \cos \theta_t(t) + \sin \phi_r(t) \cos \theta_r(t)] \sin(\phi_b)$ ,  $f_{x1}$ ,  $f_{x2}$  间隔比为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f_{x2}}{\Delta f_{x1}} &= \delta_r = \frac{f_{x2}(f_{r1}, t) - f_{x2}(f_{r0}, t)}{f_{x1}(f_{r1}, t) - f_{x1}(f_{r0}, t)} \Rightarrow \Delta f_{x2} \\ &= \Delta f_{x1} \cdot \delta_r = \frac{\Delta f_r}{2} \cdot \Delta_t \cdot \delta_r = \frac{\Delta f_r'}{2} \cdot \Delta_t \quad (7) \end{aligned}$$

其中  $f_{x1}(f_{r1}, t)$  为坐标旋转后距离向的第 1 个采样点,  $f_{x2}(f_{r1}, t)$  为重采样后距离向的第 1 个采样点。即  $f_{x2}$  与  $f_{x1}$  相比,有两个变化:样本间隔由  $\Delta f_r = k \cdot \tau$  变为  $\Delta f_r' = \Delta f_r \cdot \delta_r = k \tau \delta_r$ ,样本中心由  $f_{x1}(f_c, t)$  变为了  $f_{x2}(f_c, t)$ 。对  $\tau$  变标处理为  $\tau \cdot \delta_r$  可以使输入间隔变为输出间隔;利用傅里叶变换的性质乘以线性相位函数,可以将数据移到所需要的样本中心位置上。

定义输入样本间隔的重采样比例因子为  $\delta_r$ ,  $\delta_r$  是慢时间相关的,距离向重采样后信号为

$$\begin{aligned} y(\tau, t) &= S_{if} \left( \frac{2r_c}{c} + \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{k}, t \right) \\ &+ \delta_r \left( \tau - \frac{\text{OC}}{c}, t \right) \quad (8) \end{aligned}$$

其中 OC 对应数据存储中心距离,重采样后信号距离向变量以  $\left\{ \frac{2r_c}{c} + \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{k} \right\}$  为中心。输入信号为

$$p(f_r) = F_r \{ S_{if}(\tau, t) \} \Leftrightarrow p(\tau) = S_{if}(\tau, t) \quad (9)$$

选取滤波器  $H_1(f_r)$  为

$$H_1(f_r) = \exp \left\{ -j \frac{\pi^2}{\alpha} f_r^2 \right\} = \exp \left\{ j \frac{\pi f_r^2}{k} \right\} \quad (10)$$

则信号经过滤波器后为

$$\begin{aligned} S_{\text{in}}(\tau, t) &= F_r^{-1} \left\{ F_r [ S_{if}(\tau, t) ] \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi f_r^2}{k} \right\} \right\} \\ &= S_{if}(\tau, t) \exp \left\{ j \frac{\pi k}{c^2} \Delta R(t)^2 \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

即为接收的 Dechirp 信号,则去除 RVP 操作和滤波器操作相抵消,令输入信号为  $S_{\text{in}}(\tau, t)$ ,则重采样流程如图 3 所示,流程推导略。其中各滤波器函数和 Scaling 函数如下:

$$\phi_{\text{scl}}(\tau) = \exp \left\{ j \pi k (1 - \delta_r) \left[ \tau - \frac{R_{\text{ref}}}{c} \right]^2 \right\} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} H_2(f_r) &= \exp \left\{ -j \frac{\pi}{k \delta_r} f_r^2 \right\} \\ &\cdot \exp \left\{ j 2 \pi \left[ \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{\delta_r k} + \frac{R_{\text{ref}} - \text{OC}}{c} \right] f_r \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

其中第 2 个指数项将输出自变量移位,由此影响到逆 Scaling 函数由  $\phi'_{\text{ms}}$  变为  $\phi_{\text{ms}}(\tau)$ 。

$$\begin{aligned} \phi'_{\text{ms}} &= \exp \left\{ -j \pi k (\delta_r - \delta_r^2) \left( \tau - \frac{R_{\text{ref}}}{c} \right)^2 \right\} \\ \Rightarrow \phi_{\text{ms}}(\tau) &= \exp \left\{ -j \pi k (\delta_r - \delta_r^2) \right. \\ &\left. \cdot \left[ \tau + \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{\delta_r k} - \frac{\text{OC}}{c} \right]^2 \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

则对于 Dechirp 信号的 Scaling 流程如图 3 所示。

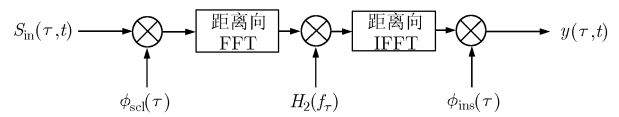


图 3 Dechirp 信号的距离向 Scaling 流程

#### 4.2 Chirp 信号的距离向重采样

在第 2 节已经分析过,信号直接采样接收信号并距离脉冲压缩和运动补偿后表达式如式(2),记

$$\begin{aligned} S_r(f_r, t) &= \text{rect} \left( \frac{f_r}{k T_r} \right) \text{rect} \left( \frac{t - t_c}{T_a} \right) \\ &\cdot \exp \left\{ -j \frac{2 \pi (f_r + f_c) \Delta R(t)}{c} \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

其中  $f_r = f_s / N_r (n - N_r / 2)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ 。类似于对 Dechirp 信号的分析,间隔变为  $\delta_r (f_s / N_r)$ ,样本中心变为  $f_{x2}(f_c, t)$ ,信号重采样后为

$$y(f_r, t) = S_r(f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t) + \delta_r f_r, t) \quad (16)$$

其中  $\{ f_{xi}(f_c, t) | i = 1, 2 \}$  表示重采样输入或输出距离向的中间采样点,  $\delta_r$  为变标因子定义如式(7)。令

$$\begin{aligned} H_1(f_r) &= \exp \left\{ -j \frac{\pi^2}{\alpha} f_r^2 \right\} \\ &= \exp \left\{ -j \frac{\pi f_r^2}{k} \right\} \Leftrightarrow \alpha = \pi k \quad (17) \end{aligned}$$

则  $S_r(f_r, t)$  通过滤波器  $H_1(f_r)$  后为

$$S_{in}(f_r, t) = F_r^{-1} \left[ S_r(f_r, t) \exp \left\{ -j \frac{\pi f_r^2}{k} \right\} \right]$$

$$= S_r(f_r, t) \exp \left\{ -j \frac{2\pi f_r}{c} r_c \right\} \exp \left\{ -j \frac{2\pi r_c}{\lambda} \right\} \quad (18)$$

可以看出, 滤波器函数和距离向脉冲压缩函数  $H_r(f_r) = \exp \left\{ j \frac{\pi f_r^2}{k} \right\}$  抵消, 将其加入到重采样流程中。令输入信号为  $S_{in}(f_r, t)$ ,  $\delta = 1/\delta_r$ , 重采样流程如图 4 所示, 对应各滤波器函数和 Scaling 函数如下:

$$\phi_{scl}(\tau) = \exp \left\{ -j\pi k \frac{\delta_r - 1}{\delta_r} \cdot \left[ \tau - \frac{2r_c}{c} \right]^2 \right\} \quad (19)$$

$$H_2(f_r) = \exp \left\{ j \frac{\pi \delta_r}{k} f_r^2 \right\} \quad (20)$$

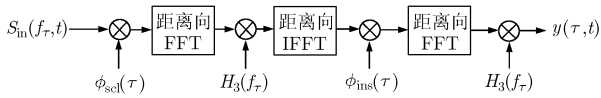


图 4 Chirp 信号的距离向 Scaling 流程

在前面的讨论中已知, 需要在距离向时域乘以一个线性相位函数, 则逆 Scaling 函数为下式:

$$\phi_{ins}(\tau) = \exp \left\{ j\pi k \frac{\delta_r - 1}{\delta_r} \left[ \tau - \frac{2r_c}{c} \right]^2 \right\}$$

$$\cdot \exp \left\{ -j2\pi \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{\delta_r} \tau \right\} \quad (21)$$

对应频谱移动后的滤波器  $H_3(f_r)$  如下式:

$$H_3(f_r) = \exp \left\{ j \frac{4\pi}{c} \left( f_r + \frac{f_{x2}(f_c, t) - f_{x1}(f_c, t)}{\delta_r} \right) r_c \right\}$$

$$\cdot \exp \left\{ j \frac{4\pi r_c}{\lambda} \right\} \quad (22)$$

### 5 仿真结果

实验仿真参数: 载频  $f_c = 10$  GHz, 带宽  $B = 100$  MHz, 信号调频斜率  $K_r = 0.75 \times 10^{13}$  Hz/s, 采样率为  $f_s = 1.2 \times B$ , 方位向点数  $N_a = 512$ , 距离向点数  $N_r = 2048$ , 由于在双基 PFA 流程中  $x$  方向乘以线性相位函数, 使得最后点目标响应频谱移动超出  $1.2 B_d$  范围, 所以在此取较大的 PRF 以满足点目标响应分析需要。飞机速度  $V_t = V_r = 150$  m/s, 接收机航迹与  $x$  轴成  $45^\circ$  夹角, 设置场景中为 9 个相距为 150 m 的点, 对于不同回波处理, 成像结果如下:

首先对 9 个点的回波 Dechirp 信号进行仿真, 仿真结果如图 5(a)所示, 经过坐标旋转后的图像如

图 5(b)所示。对于场景中心点目标响应进行分析, 得到点目标分别基于 Chirp Scaling 和插值的等高线图和二维剖面图, 其距离向的旁瓣倾斜是因为接收机和  $x$  轴成  $45^\circ$  飞行, 在两种方法的等高线图中都可看到。在图 5(e)-5(f)中, 虚线表示基于 CS 点目标响应剖面图, 实线表示基于插值的点目标响应剖面图, 二者基本重合, 可知两种方法的性能相当。Chirp 信号的仿真同 Dechirp 信号相比较, 结果类似。

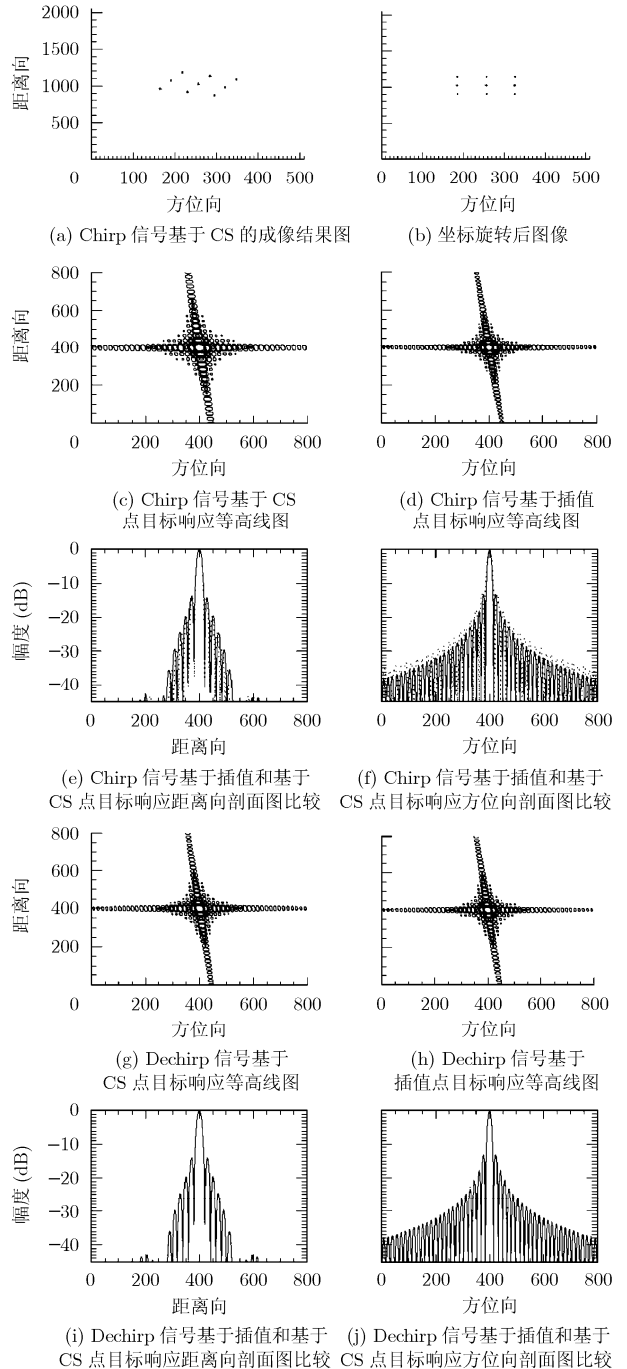


图 5 仿真结果图(剖面图中黑色虚线表示 CS 结果, 黑色实线表示插值结果, 距离向像素单元为 0.192 m, 方位向像素单元为 0.0083 m)

## 6 结论

本文将 Chirp Scaling 原理应用到了机载双基 SAR 成像中, 对于 Chirp 和 Dechirp 信号的距离向重采样分别进行讨论, 介绍了双基的基本空间几何关系和回波信号模型, 将 Chirp Scaling 原理应用到距离向重采样, 代替插值。从第 5 节的仿真结果图中可以看出, 距离向 Chirp Scaling 实现重采样后的结果和插值所得结果相当, 其优点在于避免了插值运算。PCS 利用信号线性调频的特性, 因而仅适用于 LFM 信号, 由于大多数 SAR 系统都采用这种信号, 因此其适用范围并未受到实质性的限制。

### 参考文献

- [1] Rigling B D. Signal processing strategies for bistatic synthetic aperture radar[D]. [Ph.D. dissertation], the Ohio State University, 2003.
- [2] Chen Juan, Xiong Jin-tao, and Huang Yu-lin, *et al.* Research on a novel fast backprojection algorithm for stripmap bistatic SAR imaging[C]. 1st Asian and Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, Anhui China, Nov. 5-9, 2007: 622-625.
- [3] Wu Jun-lie, Huang Yu-lin, and Xiong Jin-tao, *et al.* Range migration algorithm in bistatic SAR based on squint mode[C]. Radar Conference 2007 IEEE, Boston MA, April. 17-20, 2007: 579-584.
- [4] Li F, Li S, and Zhao Y. Focusing azimuth-invariant bistatic SAR data with chirp scaling [J]. *Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2008, 5(4): 484-486.
- [5] Zhu Dai-yin, Ye Shao-hua, and Zhu Zhao-da, *et al.* Polar format algorithm using chirp scaling for spotlight SAR imaging formation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(4): 1433-1448.
- [6] 肖靖. 聚束 SAR 极坐标格式算法研究[D]. [硕士论文], 南京航空航天大学, 2004.  
Xiao Jing. Research on the polar format algorithm in spotlight SAR[D]. [Master dissertation], Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [7] Rigling B D and Moses R L. Polar format algorithm for bistatic SAR[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(4): 1147-1159.
- [8] Papoulis A. Systems and Transforms with Application in Optics [M]. New York: McGraw-Hill, 1968: 203-204.

王 昕: 女, 1985 年生, 博士生, 研究方向为双基 SAR 成像.

朱岱寅: 男, 1974 年生, 教授, 研究方向为雷达成像与信号处理.

朱兆达: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号检测与处理.