

## 一种双基地MIMO雷达快速多目标定位方法

陈金立 顾红 苏卫民

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

**摘要:** 该文研究了双基地MIMO雷达测向交叉多目标定位方法,提出了一种基于传播算子的双基地MIMO雷达快速多目标定位算法。该方法避免了一般子空间方法中占主要运算量的协方差矩阵估计和奇异值分解,不需要二维谱峰搜索,在保证二维方位角估计性能的基础上,降低了运算复杂度。利用矩阵的初等变换以及矩阵、矩阵特征值和特征值对应的特征向量三者之间的关系,该算法所估计二维方位角参数能自动配对,不需要额外的配对运算。最后仿真结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** MIMO雷达; 双基地; 传播算子; 矩阵初等变换

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)07-1664-05

## A Method for Fast Multi-target Localization in Bistatic MIMO Radar System

Chen Jin-li Gu Hong Su Wei-min

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology,  
Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** The direction finding cross localization using bistatic MIMO radar system is studied in this paper, and a fast multi-target localization algorithm based on propagator method is proposed. The new method avoids the estimation and SVD (Singular Value Decomposition) of the covariance matrix of the received signals which are the main computational burden in traditional subspace method, and does not need two-dimensional (2-D) spectrum peak searching. Thus, the computational complexity of the proposed algorithm is reduced with the maintenance of good performance for two-dimensional angle estimation. According to the elementary matrix transformation and the tripartite relationship among matrix, the eigenvalue of the matrix and the eigenvector corresponding to the eigenvalue, the estimated parameters of the proposed algorithm are automatically paired with the additional pairing computation eliminated. The simulation results demonstrate its effectiveness and robustness.

**Key words:** MIMO radar; Bi-static; Propagator method; Elementary matrix transformation

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达<sup>[1-4]</sup>是国际上近几年发展起来的一种新体制雷达,借鉴了在通信领域取得巨大成功的多输入多输出技术,有着广泛的应用前景。MIMO雷达按其发射/接收天线的配置方式可分为两种类型:统计MIMO雷达<sup>[1,2]</sup>和单(双)基地MIMO雷达<sup>[3-5]</sup>。统计MIMO雷达的阵元间距满足空间分集条件,通过合并不同观测角度的回波信号以抑制目标的RCS闪烁,来获得较大的空间分集增益,提高了雷达的检测性能<sup>[1,2]</sup>。单(双)基地MIMO雷达的发射/接收阵列与传统相位阵列类似,因此不具有空间分集特点,与传统阵列雷达不同,单(双)基地MIMO雷达可形成大的虚拟阵列孔径,能提高雷达

的角度分辨力,以及能增加系统可检测的目标数量等<sup>[3-5]</sup>,这对MIMO雷达在轨探测空间碎片具有良好的应用前景。

双基地MIMO雷达的发射和接收阵列均为等距均匀线阵,其回波信号中包含了目标相对发射和接收阵列的方位角信息,可通过这些方位角的测量来对目标交叉定位。文献[5]基于Capon二维谱峰搜索实现了双基地MIMO雷达测向交叉多目标定位,然而二维谱峰搜索运算量巨大,很难得到实际应用。文献[6]采用旋转不变子空间方法解决了这个问题,该文把双基地MIMO雷达的二维方位角参数同时估计问题转化为两个一维方位角参数估计问题,分别采用两次ESPRIT方法同时估计出目标相对发射和接收阵列的方位角,不需要二维谱峰搜索,因此与二维Capon方法相比,它具有较好的实时性,其缺点是需要估计信号协方差矩阵并对其进行特征分

解,当快拍数较大时,其运算量也会相当大,另外它还需要一个额外的二维方位角参数配对过程。文献[7]结合了传播算子与ESPRIT方法的优点,提出一种改进的传播算子方法,其运算复杂度与常规传播算子方法相当,能避免协方差矩阵的估计及其特征分解,而且参数估计性能要好于常规传播算子方法。本文对双基地MIMO雷达提出了一种基于传播算子<sup>[7]</sup>的快速测向交叉多目标定位方法,根据矩阵的初等变换以及矩阵、矩阵特征值和特征值对应的特征向量三者之间的关系,使所估计的两维方位角参数能够自动配对,不需要额外的配对运算。该算法避免了协方差矩阵的计算及其特征值分解、二维谱峰搜索和参数配对过程,在保证二维方位角参数估计性能的基础上,降低了算法运算复杂度,利于工程实现。仿真结果证明了该算法的有效性。

## 2 双基地MIMO雷达信号模型

图1为双基地MIMO雷达的系统结构图<sup>[5]</sup>,发射阵列和接收阵列均采用等距均匀线阵,有 $M$ 个发射阵元和 $N$ 个接收阵元,发射和接收阵元间距分别为 $d_t$ ,  $d_r$ 。各发射阵元同时发射同频相互正交的重复周期相位编码信号,其中发射信号满足 $\frac{1}{L} \sum_{n=1}^L s_i(n)s_j^*(n)=0$ ,  $\frac{1}{L} \sum_{n=1}^L s_i(n)s_i^*(n)=1, i \neq j=1,2,\dots,M$ ,  $s_i$ ,  $s_j$ 分别表示第 $i$ 和第 $j$ 个发射阵元的信号, $L$ 为在每个重复周期内的相位编码个数。假设在每个重复周期内目标的RCS保持不变,而在不同重复周期之间目标的RCS是独立变化的,并且不同目标的RCS波动是不相关的。

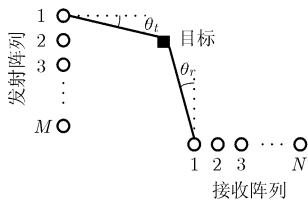


图1 双基地MIMO雷达结构

假设在相同距离分辨单元上存在 $P$ 个目标, $\theta_{t1}, \theta_{t2}, \dots, \theta_{tP}$ 分别表示 $P$ 个目标相对发射阵列的方位角, $\theta_{r1}, \theta_{r2}, \dots, \theta_{rP}$ 分别表示 $P$ 个目标相对接收阵列的方位角,其中 $(\theta_{ti}, \theta_{ri})$ 表示第 $i(i=1,2,\dots,P)$ 个目标的位置。接收阵列的回波信号可表示为<sup>[5]</sup>

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{A}(\theta_r) \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{B}^T(\theta_t) \mathbf{S}(n) + \mathbf{w}(n) \quad (1)$$

式中 $(\cdot)^T$ 表示矩阵或矢量的转置, $\mathbf{r}(n)=[r_1(n), r_2(n), \dots, r_N(n)]^T$ 为接收阵列的输出信号矢量; $\mathbf{S}(n)=[s_1(n), s_2(n), \dots, s_M(n)]^T$ 为发射阵列在时刻 $n$

的发射信号矢量; $\boldsymbol{\alpha}=[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P]$ ,其中 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P$ 分别为 $P$ 个目标的散射系数,假设散射系数 $\alpha_i$ 服从零均值复高斯分布,即 $\alpha_i \sim N^C(0, \sigma_i^2)$ ,  $i=1,2,\dots,P$ ;  $\text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ 表示由矢量 $\boldsymbol{\alpha}$ 构成的对角矩阵; $\mathbf{A}(\theta_r)=[\mathbf{a}(\theta_{r1}), \mathbf{a}(\theta_{r2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_{rP})]$ ,其中 $\mathbf{a}(\theta_r)=[1, e^{-j(2\pi/\lambda)d_r \sin \theta_r}, \dots, e^{-j(2\pi/\lambda)(N-1)d_r \sin \theta_r}]^T$ 是一 $N \times 1$ 维矢量,称之为接收导引矢量, $\lambda$ 为载波波长; $\mathbf{B}(\theta_t)=[\mathbf{b}(\theta_{t1}), \mathbf{b}(\theta_{t2}), \dots, \mathbf{b}(\theta_{tP})]$ ,其中 $\mathbf{b}(\theta_t)=[1, e^{-j(2\pi/\lambda)d_t \sin \theta_t}, \dots, e^{-j(2\pi/\lambda)(M-1)d_t \sin \theta_t}]^T$ 是一 $M \times 1$ 维矢量,称之为发射导引矢量; $\mathbf{w}(n)$ 是一 $N \times 1$ 维的噪声矢量, $\mathbf{w}(n) \sim N^c(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$ 。接收阵列在 $Q$ 个重复周期内的输出信号分别与 $M$ 个发射信号相关(设相关长度为 $L$ ),那么相关接收机组的输出可表示为<sup>[5]</sup>

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{K}_r(\theta_r, \theta_t) \mathbf{H} + \mathbf{v}_r \quad (2)$$

式中 $\mathbf{Y}_r=[\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_Q]$ 为 $MN \times Q$ 的矩阵,其中 $\boldsymbol{\eta}_q$ 为接收阵列在第 $q(q=1,2,\dots,Q)$ 个重复周期内的回波信号通过相关接收机组后得到的 $MN \times 1$ 维矢量; $\mathbf{K}_r(\theta_r, \theta_t)=[\mathbf{k}_r(\theta_{r1}, \theta_{t1}), \dots, \mathbf{k}_r(\theta_{rP}, \theta_{tP})]$ 是大小为 $MN \times P$ 的矩阵,其中 $\mathbf{k}_r(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{a}(\theta_r) \otimes \mathbf{b}(\theta_t)$ ,  $\otimes$ 表示Kronecker乘积; $\mathbf{v}_r=[\mathbf{v}_{r1}, \mathbf{v}_{r2}, \dots, \mathbf{v}_{rQ}]$ ,其中 $\mathbf{v}_{rq}(q=1,2,\dots,Q)$ 为 $MN \times 1$ 维矢量, $\mathbf{v}_{rq} \sim N^c\left(0, \frac{1}{L} \sigma_w^2 \mathbf{I}_{MN}\right)$ ;

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1Q} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2Q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{P1} & \alpha_{P2} & \dots & \alpha_{PQ} \end{bmatrix}, \text{ 其中, } \alpha_{ij}(i=1,2,\dots,P, j=1,$$

$2, \dots, Q)$ 是第 $i$ 个目标在第 $j$ 个重复周期内的散射系数。由式(2)可知,接收阵列可等效为一阵元数为 $MN$ 的虚拟阵列,其输出数据的快拍数为 $Q$ 。

## 3 一种快速多目标定位方法

把虚拟阵列的输出信号矩阵 $\mathbf{Y}_r$ 进行有限次初等行变换<sup>[8]</sup>得到一新矩阵 $\mathbf{Y}_t$ ,即

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{T} \mathbf{Y}_r = \mathbf{K}_t(\theta_r, \theta_t) \mathbf{H} + \mathbf{v}_t \quad (3)$$

式中 $\mathbf{T}$ 为转换矩阵,对应有有限次行变换操作; $\mathbf{K}_t(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{T} \mathbf{K}_r(\theta_r, \theta_t) = [\mathbf{k}_t(\theta_{r1}, \theta_{t1}), \dots, \mathbf{k}_t(\theta_{rP}, \theta_{tP})]$ ,其中 $\mathbf{k}_t(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{b}(\theta_t) \otimes \mathbf{a}(\theta_r)$ ;  $\mathbf{v}_t = \mathbf{T} \mathbf{v}_r$ 。虚拟阵列 $\mathbf{Y}_r$ 的前 $M(N-1)$ 个阵元和后 $M(N-1)$ 个阵元的输出数据分别是大小为 $M(N-1) \times Q$ 的矩阵,分别记为 $\mathbf{X}_{r1}$ 和 $\mathbf{X}_{r2}$ ,则有 $\mathbf{X}_{r1} = \mathbf{A}_{r1}(\theta_r, \theta_t) \mathbf{H} + \mathbf{v}_{r1}$ ,  $\mathbf{X}_{r2} = \mathbf{A}_{r2}(\theta_r, \theta_t) \mathbf{H} + \mathbf{v}_{r2}$ ,其中 $\mathbf{A}_{r1}(\theta_r, \theta_t)$ 和 $\mathbf{A}_{r2}(\theta_r, \theta_t)$ 分别由 $\mathbf{K}_r(\theta_r, \theta_t)$ 的前 $M(N-1)$ 行和后 $M(N-1)$ 行元素组成,则 $\mathbf{A}_{r2}(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{A}_{r1}(\theta_r, \theta_t) \boldsymbol{\Phi}_r$ ,  $\boldsymbol{\Phi}_r = \text{diag}[e^{-j2\pi d_r \sin \theta_{r1} / \lambda}, e^{-j2\pi d_r \sin \theta_{r2} / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_r \sin \theta_{rP} / \lambda}]$ 。虚拟阵列 $\mathbf{Y}_t$ 的前 $N(M-1)$ 个阵元和后 $N(M-1)$ 个阵元的

输出数据分别为大小为  $N(M-1) \times Q$  的矩阵, 分别记为  $\mathbf{X}_{t1}$  和  $\mathbf{X}_{t2}$ , 则有  $\mathbf{X}_{t1} = \mathbf{A}_{t1}(\theta_r, \theta_t)\mathbf{H} + \mathbf{v}_{t1}$ ,  $\mathbf{X}_{t2} = \mathbf{A}_{t2}(\theta_r, \theta_t)\mathbf{H} + \mathbf{v}_{t2}$ , 其中  $\mathbf{A}_{t1}(\theta_r, \theta_t)$  和  $\mathbf{A}_{t2}(\theta_r, \theta_t)$  分别由  $\mathbf{K}_t(\theta_r, \theta_t)$  的前  $N(M-1)$  行和后  $N(M-1)$  行元素组成, 则  $\mathbf{A}_{t2}(\theta_r, \theta_t) = \mathbf{A}_{t1}(\theta_r, \theta_t)\mathbf{\Phi}_t$ ,  $\mathbf{\Phi}_t = \text{diag}[e^{-j2\pi d_t \sin \theta_{t1}/\lambda}, e^{-j2\pi d_t \sin \theta_{t2}/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_t \sin \theta_{tP}/\lambda}]$ 。因此各目标相对接收阵列和接收阵列的方位角估计问题归结到求对角矩阵  $\mathbf{\Phi}_r$  和  $\mathbf{\Phi}_t$  的问题。对  $\mathbf{X}_{r1}$  和  $\mathbf{X}_{r2}$  的阵列数据处理如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_r &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{r1} \\ \mathbf{X}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} \\ \mathbf{A}_{r1}\mathbf{\Phi}_r \end{bmatrix} \mathbf{H} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{r1} \\ \mathbf{v}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r11} \\ \mathbf{A}_{r12} \\ \mathbf{A}_{r11}\mathbf{\Phi}_r \\ \mathbf{A}_{r12}\mathbf{\Phi}_r \end{bmatrix} \mathbf{H} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{r1} \\ \mathbf{v}_{r2} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B}_r \mathbf{H} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{r1} \\ \mathbf{v}_{r2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{A}_{r11}$  和  $\mathbf{A}_{r12}$  分别为  $\mathbf{A}_{r1}$  的前  $P$  行和后  $M(N-1)-P$  行。设  $\mathbf{B}_{r1}$  为  $\mathbf{B}_r$  的前  $P$  行,  $\mathbf{B}_{r2}$  为  $\mathbf{B}_r$  的后  $2M(N-1)-P$  行, 则存在矩阵  $\mathbf{V}_r^H$  ( $2M(N-1)-P \times P$  维) 使得下式成立,

$$\mathbf{V}_r^H \mathbf{B}_{r1} = \mathbf{B}_{r2} \quad (5)$$

称  $\mathbf{V}_r^H$  为传播算子<sup>[7]</sup>。  $\mathbf{Z}_r$  的前  $P$  行和后  $2M(N-1)-P$  行分别记为  $\mathbf{Z}_{r1}$  和  $\mathbf{Z}_{r2}$ 。不考虑噪声时, 有

$$\mathbf{Z}_{r1} = \mathbf{B}_{r1}\mathbf{H}, \quad \mathbf{Z}_{r2} = \mathbf{B}_{r2}\mathbf{H} \quad (6)$$

对  $\mathbf{Z}_{r1}$  左乘  $\mathbf{V}_r^H$  得

$$\mathbf{V}_r^H \mathbf{Z}_{r1} = \mathbf{V}_r^H \mathbf{B}_{r1}\mathbf{H} = \mathbf{B}_{r2}\mathbf{H} = \mathbf{Z}_{r2} \quad (7)$$

有噪声时, 式(7)不再成立, 但  $\mathbf{V}_r^H$  可由构造如下的代价函数估计得到

$$J(\mathbf{V}_r^H) = \arg \min_{\mathbf{V}_r^H} \|\mathbf{Z}_{r2} - \mathbf{V}_r^H \mathbf{Z}_{r1}\|^2 \quad (8)$$

式中  $\|\cdot\|$  表示Frobenius范数。解上式可得  $\mathbf{V}_r^H =$

$$\mathbf{Z}_{r2} \mathbf{Z}_{r1}^H (\mathbf{Z}_{r1} \mathbf{Z}_{r1}^H)^{-1}。令 \tilde{\mathbf{V}}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ \mathbf{V}_r^H \end{bmatrix}, \mathbf{I}_P 为 P 阶单位阵,$$

则有<sup>[7]</sup>

$$\tilde{\mathbf{V}}_r \mathbf{B}_{r1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_P \\ \mathbf{V}_r^H \end{bmatrix} \mathbf{B}_{r1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{r1} \\ \mathbf{B}_{r2} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} \\ \mathbf{A}_{r1}\mathbf{\Phi}_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式(9)可知,  $\tilde{\mathbf{V}}_r$  可张成信号子空间。将  $\tilde{\mathbf{V}}_r$  按行平均分成两个矩阵, 前  $M(N-1)$  行记为  $\tilde{\mathbf{V}}_{r1}$ , 后  $M(N-1)$  行记为  $\tilde{\mathbf{V}}_{r2}$ , 有  $\tilde{\mathbf{V}}_{r1} \mathbf{B}_{r1} = \mathbf{A}_{r1}$ ,  $\tilde{\mathbf{V}}_{r2} \mathbf{B}_{r1} = \mathbf{A}_{r1}\mathbf{\Phi}_r$ , 可得

$$\tilde{\mathbf{V}}_{r2} \tilde{\mathbf{V}}_{r1}^\# \mathbf{A}_{r1} = \mathbf{\Psi}_r \mathbf{A}_{r1} = \mathbf{A}_{r1} \mathbf{\Phi}_r \quad (10)$$

式中  $\tilde{\mathbf{V}}_{r1}^\# = (\tilde{\mathbf{V}}_{r1}^H \tilde{\mathbf{V}}_{r1})^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_{r1}^H$ ;  $\mathbf{\Psi}_r = \tilde{\mathbf{V}}_{r2} \tilde{\mathbf{V}}_{r1}^\#$ 。由式(10)可知, 对  $\mathbf{\Psi}_r$  进行特征值分解,  $P$  个大特征值分别为  $\mathbf{\Phi}_r$  的对角元素估计<sup>[7]</sup>, 其对应的特征向量分别为  $\mathbf{A}_{r1}$  的各列。同理对阵列数据  $\mathbf{X}_{t1}$  和  $\mathbf{X}_{t2}$  也作同样的处

理, 可知传播算子  $\mathbf{V}_t^H = \mathbf{Z}_{t2} \mathbf{Z}_{t1}^H (\mathbf{Z}_{t1} \mathbf{Z}_{t1}^H)^{-1}$ , 其中  $\mathbf{Z}_{t1}$  和

$$\mathbf{Z}_{t2} \text{ 分别为 } \mathbf{Z}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{t1} \\ \mathbf{X}_{t2} \end{bmatrix} \text{ 的前 } P \text{ 行和后 } 2N(M-1)-P$$

行, 最后可得到  $\mathbf{\Psi}_t \mathbf{A}_{t1} = \mathbf{A}_{t1} \mathbf{\Phi}_t$ 。对  $\mathbf{\Psi}_t$  进行特征值分解,  $P$  个大特征值分别为  $\mathbf{\Phi}_t$  的对角元素估计<sup>[7]</sup>, 其对应的特征向量分别为  $\mathbf{A}_{t1}$  的各列。这里  $P$  可由AIC准则<sup>[9]</sup>估计得到。对矩阵  $\mathbf{\Psi}_r$  和  $\mathbf{\Psi}_t$  分别进行特征分解并取  $P$  个大特征值就可以得到包含角度信息的两个对角矩阵  $\mathbf{\Phi}_r$  和  $\mathbf{\Phi}_t$ 。理论上, 对  $\mathbf{\Psi}_r$  和  $\mathbf{\Psi}_t$  分解得到的  $P$  个大特征值是一一对应的。而在实际计算中这两个特征分解是独立进行的, 特征向量的排列顺序可能是不同的, 那么特征值并不是一一对应的。

矩阵  $\mathbf{A}_{r1}$  (其各列为  $\mathbf{\Psi}_r$  的特征向量) 和  $\mathbf{A}_{t1}$  (其各列为  $\mathbf{\Psi}_t$  的特征向量) 存在如下关系,

$$\mathbf{TK}_r = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} \\ \text{后 } M \text{ 行} \end{bmatrix} = \mathbf{K}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t1} \\ \text{后 } N \text{ 行} \end{bmatrix} \quad (11)$$

对矩阵  $\mathbf{\Psi}_r$  进行特征值分解, 由  $P$  个大特征值组成的对角矩阵记为  $\hat{\mathbf{\Phi}}_r$ , 以及由  $P$  个大特征值对应的特征向量组成的矩阵记为  $\hat{\mathbf{A}}_{r1}$ , 即满足  $\mathbf{\Psi}_r \hat{\mathbf{A}}_{r1} = \hat{\mathbf{A}}_{r1} \hat{\mathbf{\Phi}}_r$ 。

根据信号子空间  $\mathbf{K}_r$  的结构, 假设矩阵  $\mathbf{K}'_r = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{r1} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}$ ,

其中  $\mathbf{C}$  为矩阵  $\mathbf{C}' = \hat{\mathbf{A}}_{r1} \hat{\mathbf{\Phi}}_r$  的后  $M$  行, 对  $\mathbf{K}'_r$  进行如式(3)的对调行操作, 可得

$$\mathbf{TK}'_r = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{r1} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \mathbf{K}'_t = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{t1} \\ \text{后 } N \text{ 行} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由于  $\hat{\mathbf{A}}_{r1}$  的各列是矩阵  $\mathbf{\Psi}_r$  的特征向量, 根据式(11)所示的  $\mathbf{A}_{r1}$  和  $\mathbf{A}_{t1}$  的对应关系, 可得  $\hat{\mathbf{A}}_{t1}$  的各列也为矩阵  $\mathbf{\Psi}_t$  的特征向量, 那么  $\mathbf{\Psi}_t \hat{\mathbf{A}}_{t1} = \hat{\mathbf{A}}_{t1} \hat{\mathbf{\Phi}}_t$ , 其中  $\hat{\mathbf{\Phi}}_t$  为对角矩阵, 其对角线元素即为矩阵  $\mathbf{\Psi}_t$  的  $P$  个大特征值, 即为矩阵  $\mathbf{\Phi}_t$  对角线元素的估计值。根据矩阵、矩阵的特征值及特征值对应的特征向量三者关系<sup>[10]</sup>, 可知在矩阵  $\hat{\mathbf{\Phi}}_t$  和  $\hat{\mathbf{\Phi}}_r$  中相同位置上的对角线元素对应着同一目标, 因此目标相对接收阵列和发射阵列的方位角的估计值能够自动配对。在实际操作中, 只需获得矩阵  $\hat{\mathbf{\Phi}}_t$  的对角元素值, 因此为了减小运算量, 可以采取下面的方法: 设  $\hat{\mathbf{A}}_{ti}$  为  $\hat{\mathbf{A}}_{t1}$  的第  $i$  ( $1 \leq i \leq P$ ) 列向量, 记  $\hat{\mathbf{A}}_{ti} = [\hat{\mathbf{A}}_{ti1}, \hat{\mathbf{A}}_{ti2}, \dots, \hat{\mathbf{A}}_{tiN(M-1)}]^T$ ,  $\mathbf{\Psi}_t \hat{\mathbf{A}}_{ti} = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iN(M-1)}]^T$ , 那么  $\hat{\mathbf{\Phi}}_t$  的第  $i$  个对角线元素为  $D'_i = \frac{1}{N(M-1)} \sum_{k=1}^{N(M-1)} \frac{w_{ik}}{\hat{\mathbf{A}}_{tik}^{(k)}}$ 。因此第  $p_1$  个目标相对发射阵列和接收阵列的方位角的估计值分别为

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{t_{p_1}} = \arcsin\left(-\lambda \cdot \text{angle}(D'_{p_1})/2\pi d_t\right) \\ \hat{\theta}_{r_{p_1}} = \arcsin\left(-\lambda \cdot \text{angle}(D_{p_1})/2\pi d_r\right) \end{cases} \quad (13)$$

式中  $D'_{p_1}$  和  $D_{p_1}$  分别为  $\hat{\Phi}_t$  和  $\hat{\Phi}_r$  中第  $p_1$  个对角元素 ( $p_1 = 1, 2, \dots, P$ ),  $\text{angle}$  表示取相角。

#### 4 运算复杂度分析

本文算法和文献[6]的ESPRIT算法都是对一长度为  $MN$  的虚拟阵列的输出数据进行处理。由上面分析可知,本文算法的运算量主要集中在两次传播算子估计和一次特征值分解上。由矩阵  $\mathbf{Z}_r$  和  $\mathbf{Z}_t$  的构造可知(矩阵的每行元素称为行向量),  $\mathbf{Z}_{r_1}$ ,  $\mathbf{Z}_{r_2}$ ,  $\mathbf{Z}_{t_1}$  和  $\mathbf{Z}_{t_2}$  两两之间存在相同的行向量,因此在两次传播算子估计中相同的复乘操作可以合并,那么根据  $\mathbf{V}_r^H$  和  $\mathbf{V}_t^H$  的表达式可知,两次传播算子估计的运算量(次复乘)约为  $Q[PMN + (P-A)(MN-P)] + 2P^3 + P^2[2M(N-1) - P] + P^2[2N(M-1) - P]$ , 其中  $A$  为  $\mathbf{Z}_{r_1}$  和  $\mathbf{Z}_{t_1}$  之间存在相同行向量的个数,由文献[11]可知,一次特征值分解的运算量(采用QR分解算法)约为  $25[M(N-1)]^3$ , 因此本文算法的运算量约为  $Q[PMN + (P-A)(MN-P)] + 2P^3 + P^2[2M(N-1) - P] + P^2[2N(M-1) - P] + 25[M(N-1)]^3$ 。而文献[6]算法的运算量主要集中在一次协方差矩阵计算、一次奇异值分解和两次特征值分解上。由于一次协方差矩阵计算的运算量为  $QM^2N^2$ , 一次基于矩阵奇异值分解算法的运算量<sup>[12]</sup>大约需要  $21(MN)^3$ , 一次特征值分解的运算量<sup>[11]</sup>(采用QR分解算法,只需求特征值)约为  $10P^3$ , 因此文献[6]算法的运算量约为  $QM^2N^2 + 21(MN)^3 + 20P^3$ 。当快拍数  $Q \gg MN$  时,本文算法与文献[6]方法的运算量之比约为  $[PMN + (P-A)(MN-P)]/M^2N^2$ 。图2给出了两种算法的运算量比值与快拍数  $Q$  的变化关系,其中取  $M = N = 3$ ,  $P = 2$ 。由图2可知,此时本文算法的运算量要低于文献[6]方法,而且由于本文算法所估计二维方位角参数能自动配对,不需要额外的参数配对过程,因此能进一步降低本文算法所需的运行时间。

#### 5 实验结果与分析

为了验证本文提出方法的有效性,设计了3组仿真实验。双基地MIMO雷达结构如图1所示,发射阵元数  $M = 3$ , 接收阵元数  $N = 3$ , 它们的阵元间距都为半波长。发射阵列各阵元发射相互正交的Hadamard编码信号,在每个重复周期内的相位编码个数  $L = 256$ , 选取在  $Q = 500$  个重复周期内的回波信号。目标  $i$  的回波信噪比定义为  $\text{SNR}_i = 10\lg(\sigma_i^2/\sigma_w^2)$ 。

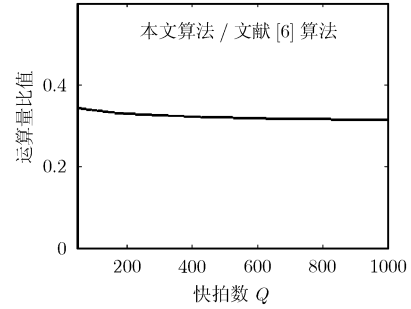


图2 两算法的运算量比值与  $Q$  的变化关系

**实验1** 存在4个目标,它们相对发射和接收阵列的方位角分别为  $(\theta_{t_1}, \theta_{r_1}) = (5, 10)^\circ$ ,  $(\theta_{t_2}, \theta_{r_2}) = (-15, 20)^\circ$ ,  $(\theta_{t_3}, \theta_{r_3}) = (25, -20)^\circ$ ,  $(\theta_{t_4}, \theta_{r_4}) = (-35, 40)^\circ$ , 其中4个目标的信噪比相等为  $\text{SNR} = 0$  dB, 进行200次Monte Carlo实验。图3为利用本文算法估计的参数星座图。从图中可以看出本文算法能对目标的二维方位角估计参数进行准确配对,即可对多个目标进行有效定位。

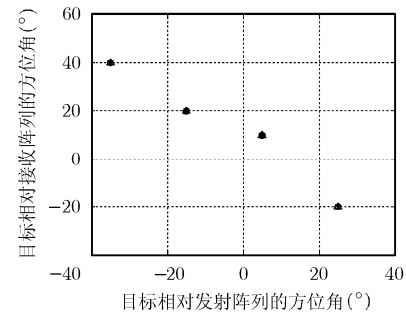


图3 利用本文算法估计参数的星座图

**实验2** 存在2个目标,它们相对发射和接收阵列的方位角分别为  $(\theta_{t_1}, \theta_{r_1}) = (0, 0)^\circ$ ,  $(\theta_{t_2}, \theta_{r_2}) = (30, 45)^\circ$ , 两个目标的信噪比相等。定义目标方位角估计的均方根误差为  $\text{RMSE} = [E(\hat{\theta}_r - \theta_r)^2 + E(\hat{\theta}_t - \theta_t)^2]^{1/2}$ , 其中  $\hat{\theta}_r$ ,  $\theta_r$  和  $\hat{\theta}_t$ ,  $\theta_t$  分别为目标相对接收阵列和发射阵列方位角的估计值和实际值。独立进行100次Monte-Carlo实验,不同算法的目标方位角估计均方根误差与信噪比  $\text{SNR}$  的变化关系如图4所示。

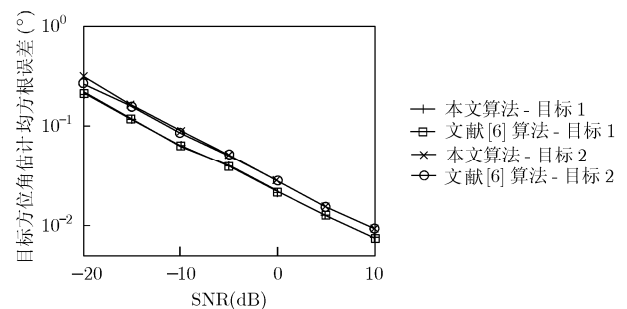


图4 方位角估计均方根误差与  $\text{SNR}$  的变化关系

**实验3** 设两个目标的信噪比相等为  $\text{SNR} = -10$  dB, 其他条件与实验2相同, 得到如图5所示的目标方位角估计均方根误差随快拍数  $Q$  变化的比较曲线。

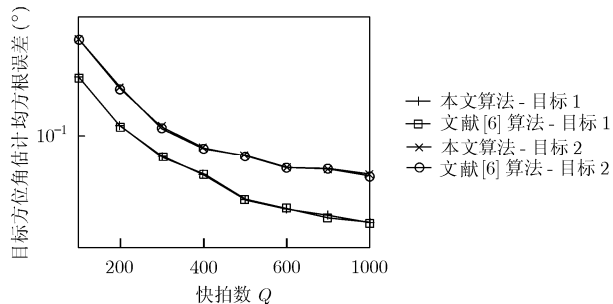


图5 方位角估计均方根误差与  $Q$  的变化关系

从实验2和实验3可知, 本文算法和文献[6]提出算法的方位角估计性能基本一致。与文献[6]的算法相比, 本文算法在保证方位角估计性能的基础上, 降低了运算复杂度, 在实验2中本文算法运算量约为文献[6]方法的1/3, 因此本文算法易于在工程中实时处理。

## 6 结束语

本文基于传播算子方法并结合双基地MIMO雷达信号模型特点, 提出了一种双基地MIMO雷达的测向交叉快速多目标定位算法。该算法避免了二维谱峰搜索、协方差矩阵的估计及其特征值分解, 所估计的二维参数能自动配对, 不需要额外的配对运算。仿真结果表明, 该算法在保证方位角估计性能的基础上, 降低了算法的运算复杂度, 能提高双基地MIMO雷达实时处理能力, 利于工程实现。

## 参考文献

- [1] Fisher E, Haimovich A, and Blum R S, *et al.* Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
- [2] Haimovich A M, Blum R S, and Leonard J, *et al.* MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [3] Bekkerman I and Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(10): 3873-3883.
- [4] Jian L and Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5):106-114.
- [5] Yan H, Li J, and Liao G. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 8(2): 1-8.
- [6] Duofang C, BaiXiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [7] 任勋立, 廖桂生, 曾操. 一种低复杂度的二维波达方向估计方法[J]. *电报科学学报*, 2005, 20(4): 526-530.  
Ren Xun-li, Liao Gui-sheng, and Zeng Cao. A low complexity method for estimating 2-D DOA[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2005, 20(4): 526-530.
- [8] 唐明, 王定江, 冯鸣,等. 线性代数[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2004: 50-56.  
Tang Ming, Wang Ding-jiang, and Feng Ming, *et al.* Linear Algebra[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2004: 50-56.
- [9] Wu H T, Yang J F, and Chen F K. Source number estimators using transformed gerschgorin radii[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1325-1333.
- [10] 刁鸣, 缪善林. 一种二维ESPRIT算法参数配对新方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(8): 1226-1229.  
Diao Ming and Miao Shan-lin. New method of parameter matching for 2-D ESPRIT algorithms[J]. *System Engineering and Electronics*, 2007, 29(8): 1226-1229.
- [11] Golub G H and VanLoan C F. Matrix Computations. 3rd ED[M]. Baltimore, MD: John Hopkins University Press, 1996: 359-360.
- [12] Golub G H and Reinsch C. Singular value decomposition and least squares solutions[J]. *Numerische Mathematik*, 1970, 14(4): 403-420.

陈金立: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达信号处理技术等。

顾红: 男, 1967年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为快速数字信号处理、随机信号雷达等。

苏卫民: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为自适应信号处理、外辐射源雷达等。