第 31 卷第 8 期 电 子 与 信 息 学 报 Vol.31No.8
2009 年 8 月 Journal of Electronics & Information Technology Aug. 2009

基于非合作博弈论的多小区 OFDMA 系统动态资源分配算法研究

仲崇显　　李春国　　杨绿溪
(东南大学信息科学与工程学院　南京　210096)

摘　要：该文采用非合作博弈论的方法研究了多小区 OFDMA 系统中的动态资源分配问题，首先将各基站的发射功率平均分配给各子载波，然后由所有小区在每个子载波上独立地进行资源分配博弈，给出了用户调度与功率分配联合博弈框架。为了进一步简化，将用户调度和资源分配分开完成，通过将信道增益引入到定价函数中，提出了一种新的定价机制，建立了用户确定时的非合作功率分配博弈模型，分析了其纳什均衡的存在性和唯一性，并设计了具体的博弈算法。仿真结果表明，所提算法在保证吞吐量性能的同时，进一步提升了系统的公平性。

关键词：无线通信；动态资源分配；多小区 OFDMA 系统；非合作博弈论；小区间干扰

中图分类号：TN92　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2009)08-1935-06

Dynamic Resource Allocation Algorithm for Multi-cell OFDMA Systems Based on Noncooperative Game Theory

Zhong Chong-xian　　Li Chun-guo　　Yang Lu-xi
(*School of Information Science and Engineering*, *Southeast University*, *Nanjing* 210096, *China*)

Abstract: Dynamic resource allocation algorithms are investigated for multi-cell Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) systems based on noncooperative game theory where the maximal power of each Base Station (BS) is assigned equally to all subcarriers and all BSs operate noncooperative user scheduling and resource allocation game at each subcarrier independently. Firstly, a joint noncooperative game framework is proposed for user scheduling and power allocation. Secondly, to simplify further, the whole procedure is divided into two steps where a noncooperative power allocation game model is formulated by introducing channel gain of each scheduled user into its pricing function. Thirdly, the existence and uniqueness of Nash equilibrium of the proposed game model are analyzed. Finally, a specific algorithm is developed accordingly. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm improves system level fairness with good performance in terms of system throughput.

Key words: Wireless communication; Dynamic resource allocation; Multi-cell OFDMA systems; Noncooperative game theory; Inter-Cell Interference (ICI)

1　引言

大量有关正交频分多址(OFDMA)系统动态资源分配问题的研究主要集中在单小区系统中，通常不考虑来自其他小区的同信道干扰，或者直接作为背景噪声处理。然而，实际的蜂窝系统通常是干扰受限的[1]，小区间干扰(ICI)成为影响系统性能的关键因素，简单地进行上述处理是不合理的。在多小区系统中，任一小区用户调度和资源分配的变化都会影响到其他小区的性能。此外，由于不同用户之间无法共享信道状态信息(CSI)，难以相互协作，每个用户只能以分布式的方式最大化自身的性能。这种相互影响、相互制约、相互竞争式的资源分配问题采用传统方案难以得到有效解决。

博弈论作为数学领域的一个重要分支在解决资源调度问题方面具有独特的优势，近年来在无线通信领域得到了日益广泛应用。文献[2, 3]分别研究了单天线和多天线系统中的分布式功率控制问题，文献[4, 5]分别研究了单小区和多小区系统中的功率控制问题，但上述文献都是针对码分多址(CDMA)系统设计的，难以直接应用到 OFDMA 系统中。文献[6]将用户级的非合作功率控制博弈与系统级的非合作吞吐量博弈相互结合，获得了最优性能。文献[7]提出了一种分布式非合作资源竞争博弈方案，对多小区 OFDMA 系统进行子信道分配、自适应调制和功率分配。虽然文献[6]和文献[7]提出的方案获得了较好的系统性能，但都具有较高的实现复杂度。另外，文献[8]基于博弈论的思想提出了一种用于 OFDMA 系统下行链路的多小区功率协调分配算法，并讨论了定价因子对系统性能的影响，但是没有深入探讨用户调度问题。

基于上述分析，本文采用非合作博弈方法对多小区 OFDMA 系统中的动态资源分配问题进行了研究。首先描述了相应的优化模型，并将各基站的发

2008-06-02 收到，2009-04-20 改回
国家 973 计划项目(2007CB310603)，国家自然科学基金(60672093, 60496310)和国家 863 计划项目(2007AA01Z262)资助课题

射功率平均分配给各子载波，由所有小区在每个子载波上独立地进行资源分配博弈，给出了用户调度与功率分配联合博弈框架。为了进一步简化，将用户调度与功率分配分开完成，通过将用户的信道增益引入到定价函数中，提出了一种新的定价机制，建立了用户确定时的非合作功率分配博弈模型，分析了其纳什均衡的存在性和唯一性，并设计了具体的博弈算法。

2 系统模型与问题描述

考虑一个全复用多小区 OFDMA 系统，设系统中包含 K 个小区，第 k 个小区内包含 U_k 个用户，总带宽为 B，子载波数为 N，在各小区内部每个子载波至多分配给一个用户，从而有效地避免了小区内干扰，而同一个子载波可以分配给位于不同小区的多个用户，因此存在小区间干扰。假设各基站可以获知所辖小区内各用户的信息，但无法获得其他小区用户的信息。设小区 k 在子载波 n 上调度的用户为 u_k^n，则用户 u_k^n 在子载波 n 上接收到的信号为

$$\boldsymbol{Y}_{u_k^n} = \rho_{u_k^n,k} h_{u_k^n,k} \boldsymbol{X}_{u_k^n} + \sum\nolimits_{i=1,i\neq k}^{K} \rho_{u_k^n,i} h_{u_k^n,i} \boldsymbol{X}_{u_i^n} + \boldsymbol{Z}_{u_k^n} \quad (1)$$

其中 $\rho_{u_k^n,j}$ 和 $h_{u_k^n,j}$ 分别表示用户 u_k^n 在子载波 n 上与小区 j 的基站之间下行信道的大尺度衰落和瑞利衰落增益，$\boldsymbol{X}_{u_j^n}$ 表示用户 u_j^n 的发射信号，$\boldsymbol{Z}_{u_k^n}$ 表示用户 u_k^n 在子载波 n 上的加性高斯白噪声。用户 u_k^n 在子载波 n 上的接收信干噪比(Signal to Interference-plus-Noise Ratio, SINR)为

$$\gamma_{u_k^n} = \frac{G_{u_k^n,k} p_k^n}{\sigma^2 + \sum\nolimits_{i=1,i\neq k}^{K} G_{u_k^n,i} p_i^n} = \frac{G_{u_k^n,k} p_k^n}{I_{u_k^n}} \quad (2)$$

其中 $G_{u_k^n,j} = \rho_{u_k^n,j}^2 \mid h_{u_k^n,j} \mid^2$ 表示基站 j 与用户 u_k^n 之间下行链路的信道增益，p_j^n 表示基站 j 在子载波 n 上分配给用户 u_j^n 的发射功率，$I_{u_k^n,k} = \sigma^2 + \sum\nolimits_{i=1,i\neq k}^{K} G_{u_k^n,i} p_i^n$ 表示用户 u_k^n 接收到的干扰与噪声功率之和。当采用 M-QAM 调制方式时，在误码率(BER)给定的情况下，用户 u_k^n 在子载波 n 上的可达速率近似为 $R_{u_k^n} = B \cdot \log_2(1+\gamma_{u_k^n}/\Gamma_{u_k^n})/N$，其中 $\Gamma_{u_k^n} = -\ln(5\mathrm{BER}_{u_k^n})/1.5$，$\mathrm{BER}_{u_k^n}$ 表示用户 u_k^n 的误码率。令 $S^n = \{u_1^n,\cdots,u_K^n\}$ 表示子载波 n 在 K 个小区内所调度用户的集合，则系统的吞吐量为 $R = \sum\nolimits_{n=1}^{N} \sum\nolimits_{u_k^n \in S^n} R_{u_k^n}$。

多小区 OFDMA 系统动态资源分配的目标是：在满足各基站功率约束和各用户服务质量(QoS)要求的前提下，通过合理的用户调度和资源分配，使得系统吞吐量达到最大。该问题可以描述如下：

$$\left.\begin{aligned}
&\max R = \max \sum_{n=1}^{N} \sum_{u_k^n \in S^n} \frac{B}{N} \log_2\left(1+\frac{\gamma_{u_k^n}}{\Gamma_{u_k^n}}\right)\\
&\text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum\limits_{n=1}^{N} p_k^n \le p_{\max} \\ \mathrm{BER}_{u_k^n} \le \mathrm{BER}_{u_k^n}^{\text{target}} \end{cases}\\
&\qquad \forall n \in \{1,2,\cdots,N\},\ k \in \{1,2,\cdots,K\}
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

其中第 1 个约束条件表示每个小区在所有子载波上的发射功率之和不超过其基站的最大发射功率 $p_{\max}$，第 2 个约束条件表示任意用户 u_k^n 的 BER 都不超过其目标值 $\mathrm{BER}_{u_k^n}^{\text{target}}$。通过对 K 个小区 N 个子载波进行集中式的联合优化获得式(3)的最优解，不仅需要极大的系统开销，而且具有很高的计算复杂度，通常难以实现。基于此，首先将各基站的最大发射功率平均分配给每个子载波，然后在满足各子载波功率约束和各用户 QoS 要求的前提下，对每个子载波独立地在所有小区内进行资源分配，通过最大化各子载波的吞吐量近似实现系统整体吞吐量的最大化，从而将式(3)简化为

$$\left.\begin{aligned}
&\max \sum_{u_k^n \in S^n} R_{u_k^n} = \sum_{u_k^n \in S^n} \frac{B}{N} \log_2\left(1+\frac{\gamma_{u_k^n}}{\Gamma_{u_k^n}}\right)\\
&\text{s.t.} \quad \begin{cases} p_k^n \le p_{k,\max}^n \\ \mathrm{BER}_{u_k^n} \le \mathrm{BER}_{u_k^n}^{\text{target}} \end{cases}
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

式中 $p_{k,\max}^n = p_{\max}/N$ 为用户 u_k^n 在子载波 n 上的最大可用发射功率

3 基于非合作博弈论的多小区 OFDMA 系统用户调度与功率分配

由于各基站仅仅已知自身所辖小区用户的信息，而无法获知其他小区用户的信息，考虑到小区间干扰的影响，在每个子载波上获得式(4)的最优解仍然比较困难。假设每个用户都是理性和自私的，竞争资源时只考虑如何最大化自身的效用，则式(4)所描述的资源分配问题可以描述为非合作博弈问题[9]。

3.1 用户调度与资源分配联合非合作博弈框架

设小区 k 在子载波 n 上调度的用户为 u_k^n，令可达速率 $R_{u_k^n}$ 作为其效用函数 $f_{u_k^n}(p_k^n, \boldsymbol{p}_{-k}^n)$，其中 $\boldsymbol{p}_{-k}^n = (p_1^n,\cdots,p_{k-1}^n,p_{k+1}^n,\cdots,p_K^n)$。对于子载波 n，用户调度和功率分配联合非合作博弈问题可以描述为

$$\max_{p_k^n, u_k^n} f_{u_k^n}(p_k^n, \boldsymbol{p}_{-k}^n), \qquad \text{s.t.} \quad \begin{cases} p_k^n \in P_k^n \\ \mathrm{BER}_{u_k^n} \le \mathrm{BER}_{u_k^n}^{target} \end{cases} \quad (5)$$

式中 $P_k^n = [0, p_{k,\max}^n]$ 表示用户 u_k^n 的策略空间。由于用户是完全理性和自私的，每个用户只追求自身效用的最大化，因为 $\dfrac{\partial f_{u_k^n}(p_k^n, \boldsymbol{p}_{-k}^n)}{\partial p_k^n} = \dfrac{B}{N \ln 2}$

$\cdot\dfrac{G_{u_k^n,k}}{G_{u_k^n,k}p_k^n + I_{u_k^n,k}\varGamma_{u_k^n}} > 0$，所以 $f_{u_k^n}(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)$ 是 p_k^n 的严格单调增函数，要使用户 u_k^n 的效用达到最大，须有 $p_k^n = p_{k,\max}^n$，因此子载波 n 上的发射功率向量最终收敛为 $\boldsymbol{p}^n = (p_{1,\max}^n, p_{2,\max}^n, \cdots, p_{K,\max}^n)$。在多小区系统中，当小区半径确定时，每个基站都以最大功率发射意味着系统中存在着较大的小区重叠和较强的小区间干扰。可见，从系统的角度而言，该博弈模型具有较低的功率效率。

为了防止各用户过分提高自身功率对其他同信道用户造成较强的干扰，需要引入定价机制对其实施惩罚，促使其在竞争资源时折衷考虑所获效用和所付代价。一个有效的定价机制应使每个参与者在作出决策时考虑到系统整体性能的优化，而不是恶意的竞争[4]。基于此，为用户 u_k^n 设计如下定价函数：

$$c_{u_k^n}(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) = \alpha_k^n G_{u_k^n,k} p_k^n \tag{6}$$

式中 α_k^n 为用户 u_k^n 在子载波 n 上的定价因子。此时，用户 u_k^n 的净效用函数为

$$\begin{aligned} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) &= f_{u_k^n}(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) - c_{u_k^n}(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) \\ &= \frac{B}{N}\log_2\left(1+\frac{G_{u_k^n,k}p_k^n}{\varGamma_{u_k^n}\left(\sigma^2+\sum_{i=1,i\neq k}^{K} G_{u_k^n,i}p_i^n\right)}\right) \\ &\quad - \alpha_k^n G_{u_k^n,k} p_k^n \end{aligned} \tag{7}$$

与文献[4]中的线性定价函数不同，式(6)所示的定价函数不仅对功率 p_k^n 进行了定价，而且引入了信道增益 $G_{u_k^n,k}$，这主要是考虑到系统的公平性。由于文献[4]中只对功率 p_k^n 采用统一的定价因子进行定价，考虑到用户分布的随机性，将会出现不同小区调度到的用户信道条件的差异，从吞吐量最大化的角度来讲，系统倾向于为信道条件好的用户分配更多的资源，从系统级的角度而言显然是不公平的。设 $p_k^n = \tilde{p}_k^n$ 时式(7)给出的净效用函数 $f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)$ 达到最大，令 $\dfrac{\partial f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)}{\partial p_k^n} = \dfrac{B}{N\ln 2}\cdot\dfrac{G_{u_k^n,k}}{G_{u_k^n,k}p_k^n + I_{u_k^n,k}\varGamma_{u_k^n}}$ $-\alpha_k^n G_{u_k^n,k} = 0$，则 $\tilde{p}_k^n = \dfrac{1}{G_{u_k^n}}\left(\dfrac{B}{\alpha N\ln 2} - I_{u_k^n}\varGamma_{u_k^n}\right)$。由于在实际系统中 $\tilde{p}_k^n \geq 0$，即 $\alpha \leq B\Big/\left(N\varGamma_{u_k^n}I_{u_k^n}\ln 2\right)$ 成立，所以 $\tilde{p}_k^n$ 随着 $G_{u_k^n}$ 的增大而减小。可见，通过将 $G_{u_k^n,k}$ 引入定价函数，可以对信道条件好的用户实施更加严厉的惩罚，防止系统为其分配过多的功率资源，使得同一子载波上的不同用户之间的数据速率的偏差不会太大，从而可以提升系统的速率公平性。为了表征系统的公平性，定义公平因子 $\eta = \sum_{n=1}^{N}\eta_n\Big/N$，其中 $\eta_n = \left(\sum_{k=1}^{K}R_{u_k^n}\right)^2 \Big/\left(K\sum_{k=1}^{K}\left(R_{u_k^n}\right)^2\right)$。

在考虑信道增益定价的用户调度与功率分配联合非合作博弈过程中，对任一子载波 n，各用户以分布式的方式确定其发射功率，使得自身的净效用达到最大。该博弈问题可以描述如下：

$$\max_{p_k^n,u_k^n} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n),\qquad \text{s.t.}\ \begin{cases} p_k^n \in P_k^n \\ \mathrm{BER}_{u_k^n} \leq \mathrm{BER}_{u_k^n}^{\mathrm{target}} \end{cases} \tag{8}$$

该问题需要优化的参数包含功率和用户两个维，联合优化的计算复杂度较高，因而希望能够将用户调度和功率分配分开完成，以期用较低的复杂度获得较好的系统性能。

3.2 基于最小干扰准则的用户调度(USMINP)

给定干扰向量 $\boldsymbol{p}_{-k}^n$，对在子载波 n 上可供基站 k 调度的任一用户 u_k^n 求解下式[5]：

$$\begin{aligned} \max_{p_k^n,u_k^n} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) &= \max_{u_k^n}\max_{p_k^n} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) \\ &= \max_{u_k^n}\max_{p_k^n}\cdot\left(\frac{B}{N}\log_2\left(1+\frac{G_{u_k^n,k}p_k^n}{\varGamma_{u_k^n}I_{u_k^n,k}}\right)\right. \\ &\quad\left. -\alpha_k^n G_{u_k^n,k}p_k^n\right) \end{aligned} \tag{9}$$

设用户 u_k^n 的接收 SINR 为 $\tilde{\gamma}$ 时其净效用达到最大，此时小区 k 在子载波 n 上分配的发射功率为 $\tilde{p}_k^n = I_{u_k^n,k}\cdot\tilde{\gamma}/G_{u_k^n,k}$，将其代入式(9)可得

$$\begin{aligned} &\arg\max_{u_k^n}\left(\frac{B}{N}\log_2\left(1+\frac{G_{u_k^n,k}\tilde{p}_k^n}{\varGamma_{u_k^n}I_{u_k^n,k}}\right)-\alpha_k^n G_{u_k^n,k}\tilde{p}_k^n\right) \\ &= \arg\max_{u_k^n}\left(\frac{B}{N}\log_2\left(1+\frac{\tilde{\gamma}}{\varGamma_{u_k^n}}\right)-\alpha_k^n I_{u_k^n,k}\tilde{\gamma}\right) \\ &= \arg\min_{u_k^n} I_{u_k^n,k} \end{aligned} \tag{10}$$

设对小区 k 满足式(10)的用户为 $\widehat{u_k^n}$，则 $\widehat{u_k^n} = \arg\min_{u_k^n} I_{u_k^n,k}$。可见，$\widehat{u_k^n}$ 为小区 k 中在子载波 n 上干扰与噪声功率之和最小的用户，与基站 k 的发射功率无关。基站 k 在子载波 n 上调度相应的用户 $\widehat{u_k^n}$，然后在功率域上实现该用户净效用的最大化，可得 $\max_{p_k^n,u_k^n} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n) \equiv \max_{p_k^n}\max_{u_k^n} f_{u_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)$。因而，式(8)所述的博弈问题可以转化为：先调度每个小区中所受干扰与噪声功率之和最小的用户，然后为其分配相应的发射功率，以使其净效用函数达到最大。基于此，提出一种基于最小干扰准则的用户调度(User Scheduling based on Minimal Interference plus Noise Power, USMINP)方案，即在任一子载波 n 上，每个基站 k 调度其所辖小区内干扰与噪声功率之和最小的用户 $\tilde{u}_k^n$，从而得到该子载波所调度用户的集合 $\tilde{S}^n = \{\tilde{u}_1^n, \tilde{u}_2^n, \cdots, \tilde{u}_K^n\}$。

3.3 考虑信道增益定价的非合作功率分配博弈(NPAGP-CG)

用户调度完成后，式(8)所述的博弈问题就简化为考虑信道增益定价的非合作功率分配博弈(Noncooperative Power Allocation Game with Pricing of Channel Gain, NPAGP-CG)问题$G_n=[\tilde{S}^n,\{P_k^n\},\{f_{u_k^n}^c\}]$，其中$\tilde{S}^n$，$\{P_k^n\}$和$\{f_{u_k^n}^c\}$分别表示参与者、策略空间和净效用函数。在NPAGP-CG中，对任一子载波n，各用户以分布式的方式确定其发射功率，使得自身的净效用达到最大。该博弈模型可以描述如下：

(NPAGP-CG)

$$\max_{p_k^n}\max_{\tilde{u}_k^n\in\tilde{S}^n} f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n),\ \ \text{s.t.}\begin{cases}p_k^n\in P_k^n\\ \text{BER}_{\tilde{u}_k^n}\le\text{BER}_{\tilde{u}_k^n}^{\text{target}}\end{cases}\tag{11}$$

对于NPAGP-CG，希望通过分布式的功率分配达到一个整体均衡点，在该点上任何一个用户都不能在其他同信道用户发射功率保持不变的情况下通过单方面提高发射功率来增加自身的效用，这就是著名的纳什均衡点(Nash Equilibrium Point, NEP)。对子载波n，在用户调度集合$\tilde{S}^n$确定的情况下，如果每个用户$\tilde{u}_k^n$对任意$p_k^n\in P_k^n$都有$f_{\tilde{u}_k^n}^c(\overline{p}_k^n,\overline{\boldsymbol{p}}_k^n)\ge f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\overline{\boldsymbol{p}}_k^n)$，则功率向量$\overline{\boldsymbol{P}}^n=(\overline{p}_1^n,\overline{p}_2^n,\cdots,\overline{p}_K^n)$为子载波$n$上的非合作博弈问题的NEP。纳什均衡点的存在性和唯一性是解决非合作博弈问题的关键，下面将逐个进行分析。

在多人策略式非合作博弈中，如果每个参与人的策略空间是欧氏空间上的一个非空的、闭的、有界的凸集，而且每个参与人的效用函数连续且对其自身策略是拟凹的，那么该博弈存在纳什均衡[9]。对于NPAGP-CG，用户$\tilde{u}_k^n$的策略空间为$P_k^n=[0,p_{\max}^n]$，对任意的$0<p_{\max}^n<+\infty$，P_k^n显然是正实数空间$\Re^+$上的一个非空的、闭的、有界的凸集；用户$\tilde{u}_k^n$的净效用函数对p_k^n的2阶偏导数$\dfrac{\partial^2 f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)}{\partial p_k^{n2}}=-\dfrac{B}{N\ln 2}\cdot\dfrac{G_{\tilde{u}_k^n,k}^2}{(G_{\tilde{u}_k^n,k}p_k^n+I_{\tilde{u}_k^n,k}\Gamma_{u_k^n})^2}<0$，所以$f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)$对$p_k^n$是凹的，因此是$p_k^n$的拟凹函数[10]。可见，NPAGP-CG的NEP是存在的。

证明纳什均衡唯一性的关键是证明最优响应函数是标准函数，即满足正性、单调性和可量测性[5]。对于NPAGP-CG，用户$\tilde{u}_k^n$在给定$\boldsymbol{p}_{-k}^n$时的最优响应函数为$r_{\tilde{u}_k^n}(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)=\min(p_{k,\max}^n,\arg\max f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n))$，设$\boldsymbol{p}^n$为NPAGP-CG的NEP，则$\boldsymbol{p}^n=r(\boldsymbol{p}^n)=(r_{\tilde{u}_1^n}(\boldsymbol{p}),r_{\tilde{u}_2^n}(\boldsymbol{p}),\cdots,r_{\tilde{u}_K^n}(\boldsymbol{p}))$，显然$r(\boldsymbol{p}^n)$满足正性和单调性，只需证明可量测性。对任意的$\lambda>1$和$\tilde{u}_k^n\in\tilde{S}^n$：若$r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)=p_{k,\max}^n$，由单调性可知$r_{\tilde{u}_k^n}(\lambda\boldsymbol{p}^n)\ge r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)$，考虑到每个基站在子载波$n$上的发射功率不能超过$p_{k,\max}^n$，所以$r_{\tilde{u}_k^n}(\lambda\boldsymbol{p}^n)=p_{k,\max}^n$，从而有$\lambda r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)-r_{\tilde{u}_k^n}(\lambda\boldsymbol{p}^n)=\lambda p_{k,\max}^n-p_{k,\max}^n=(\lambda-1)p_{k,\max}^n>0$；若$r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)<p_{k,\max}^n$，则$r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)=\arg\max_{p_k^n\in P_k^n} f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)$，令$\partial f_{\tilde{u}_k^n}^c(p_k^n,\boldsymbol{p}_{-k}^n)/\partial p_k^n=0$可得$r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)=\dfrac{1}{G_{\tilde{u}_k^n,k}}\left(\dfrac{B}{N\tilde{\alpha}_k^n\ln 2}-\Gamma_{\tilde{u}_k^n}I_{\tilde{u}_k^n,k}\right)$，从而有$\lambda r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)-r_{\tilde{u}_k^n}(\lambda\boldsymbol{p}^n)=\dfrac{\lambda-1}{G_{\tilde{u}_k^n,k}}\left(\dfrac{B}{N\tilde{\alpha}_k^n\ln 2}-\Gamma_{\tilde{u}_k^n}\sigma^2\right)>\dfrac{\lambda-1}{G_{\tilde{u}_k^n,k}}\left(\dfrac{B}{N\tilde{\alpha}_k^n\ln 2}-\Gamma_{\tilde{u}_k^n}I_{\tilde{u}_k^n,k}\right)=(\lambda-1)r_{\tilde{u}_k^n}(\boldsymbol{p}^n)\ge 0$。可见，给定$\tilde{S}^n$，$\lambda r(\boldsymbol{p}^n)>r(\lambda\boldsymbol{p}^n)$对任意$\lambda>1$均成立，即$r(\boldsymbol{p}^n)$具有可量测性。因此，最优响应函数是标准函数，因而NPAGP-CG的NEP是唯一的。

3.4 USMINP和NPAGP-CG的分布式算法实现

虽然上述分析表明NPAGP-CG问题的纳什均衡点是存在且唯一的，但对于实际系统而言，难以保证其一开始就处于均衡状态，需要设计一个使系统从非均衡状态收敛到均衡点的博弈算法。本节基于标准功率控制算法[11]提出一种分布式的非合作多小区OFDMA系统用户调度与资源分配博弈算法：

(1)基于最小干扰准则的用户调度(USMINP)：

(a)各基站将发射功率平均分配给所有子载波，即令$p_{\max}^n=P_{\text{total}}/N$；

(b)对任一子载波n，每个基站k调度所辖小区内$I_{\tilde{u}_k^n,k}$最小的用户$\tilde{u}_k^n$，从而确定该子载波所调度用户的集合$\tilde{S}^n$；

(2)考虑信道增益定价的非合作功率分配博弈(NPAGP-CG)：

对任一子载波$n\in\{1,\cdots,N\}$：

(a)初始化发射功率向量$\boldsymbol{p}^n=(p_1^n,\cdots,p_K^n)$；

(b)对$\forall\tilde{u}_k^n\in\tilde{S}^n$，在给定上次迭代过程中所得干扰功率向量的情况下，计算出基站k的发射功率；

(c)重复(b)，直至收敛到不动点；

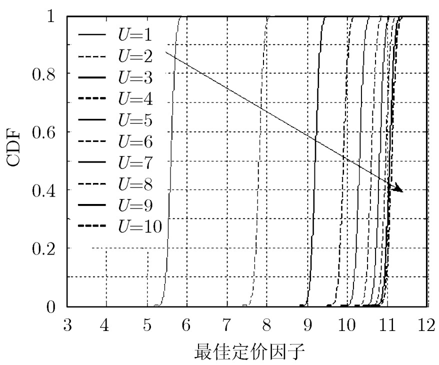
由上述分析可知，本文算法对每一个子载波都收敛到唯一的不动点，从而通过分布式的方式以较少的系统开销和较低的计算复杂度有效地解决了多小区OFDMA系统中的用户调度与资源分配问题。

4 仿真结果与分析

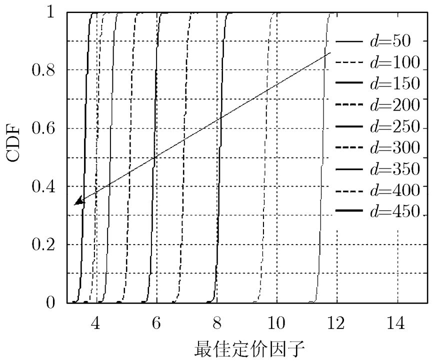
为了验证所提算法的性能，本文对7小区六边形蜂窝OFDMA系统下行链路进行了仿真。设系统带宽$B=5.12$ MHz，子载波数为$N=512$，子载波带宽为10 kHz，每个小区的用户数相同，所有用户具有相同的目标误比特率10^{-5}，用户与基站之间的信

道基于3GPP SCM(Spatial Channel Model)[12]城市微小区场景下的衰落模型，其中包含路径损耗、阴影衰落和6径瑞利衰落，小区半径为500 m，用户到基站的最小距离为20 m，阴影衰落的均值和方差分别为0和10 dB。为了比较，还对不采用定价机制的非合作功率分配博弈(NPAG) 算法和采用线性定价机制的非合作功率分配博弈(NPAGLP)算法进行了仿真。

图1给出了最佳定价因子 $\eta_{\rm opt}$ 与每个小区的用户数 U 以及用户到所在小区基站的距离 d 之间的关系。图中分别给出了不同 U 和 d 时经过 10^6 次蒙特卡罗仿真绘出的 $\eta_{\rm opt}$ 的累积分布函数(CDF)曲线，其中每次仿真中取与NGAG算法相比吞吐量增益最大的定价因子作为最佳定价因子。从图中可以看出，最佳定价因子随着 U 的增加而增加，随着 d 的增加而减小。这是因为用户到所在小区基站的距离越大其信道条件就越差，系统就越倾向于以更小的功率为其服务，要获得较好的吞吐量性能就需要用更小的定价因子对其实施惩罚，这也正是本文将用户的信道增益引入到其定价函数中用以提升系统公平性的原因；此外，由于每个小区在每个子载波上都根据USMINP准则进行用户调度，用户越多被调度到的用户到相应基站的距离越小，信道条件也越好，每个基站都将倾向于以较大的功率发射，因而需要更



(a) 最佳定价因子与 U 的关系

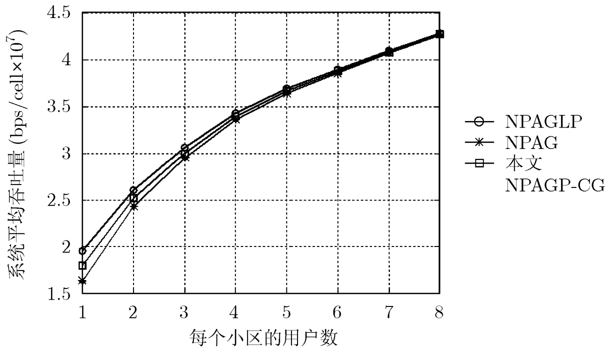


(b) 最佳定价因子与 d 的关系

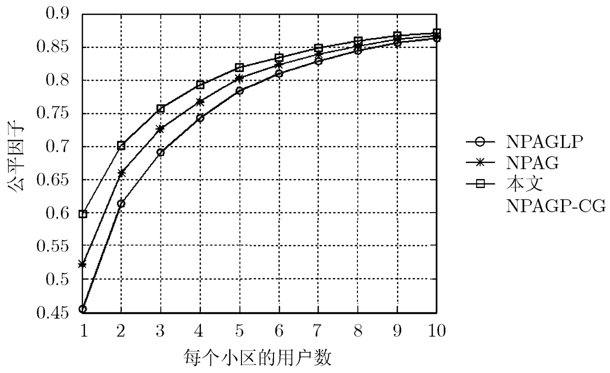
图1 最佳定价因子与每个小区的用户数 U 以及用户到所在小区基站的距离 d 之间的关系

大的定价因子对各用户实施惩罚。

图 2 给出了各算法的吞吐量和公平性与每个小区的用户数之间的关系。从图中可以看出，本文算法的吞吐量性能介于 NPAG 和 NPAGLP 之间，但获得了最好的系统公平性。这是因为：所提算法采用了定价机制，通过对过于贪婪的用户进行相应惩罚，可以适当降低各基站在各子载波上的发射功率，减小了小区间干扰，与 NPAG 算法相比提升了吞吐量性能，但由于所提定价函数引入了用户的信道增益，对信道条件好的用户实施更严厉的惩罚，从而降低了信道条件较好的用户的数据速率，与 NPAGLP 相比，吞吐量性能有所降低；此外，由于所提定价函数不仅对功率 p_k^n 进行了定价，而且引入了信道增益 $G_{u_k^n,k}$，可以对信道条件好的用户实施更加严厉的惩罚，有效地防止系统为其分配过多的功率资源，更好地保证了系统的公平性。



(a) 系统吞吐量与每个小区用户数的关系



(b) 系统公平性与每个小区用户数的关系

图 2 各算法的吞吐量和公平性与每个小区的用户数的关系

5 结束语

本文采用非合作博弈论的方法研究了多小区 OFDMA 系统中的动态资源分配问题，首先给出了用户调度与资源分配联合博弈框架，然后将两者分开完成，通过将信道增益引入到定价函数中，提出了一种新的定价机制，建立了用户确定时的非合作功率分配博弈模型，分析了其纳什均衡的存在性和

唯一性，并设计了具体的博弈算法。仿真结果表明，所提算法在保证吞吐量性能的同时，进一步提升了系统的公平性。

参 考 文 献

[1] Gesbert D, Kiani S G, Gjendemsjø A, and Øien G E. Adaptation, coordination, and distributed resource allocation in interference-limited wireless networks [J]. *Proc. of the IEEE*, 2007, 95(12): 2393–2409.

[2] 喻的雄, 蔡跃明, 钟卫. CDMA 系统中一种新的分布式博弈功率控制算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(2): 443–446.
Yu Di-xiong, Cai Yue-ming, and Zhong Wei. A novel distributed power control algorithm in CDMA system: A game theoretic approach [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(2): 443–446.

[3] 钟卫, 徐友云, 蔡跃明. MIMO-CDMA 系统中一种基于博弈方式的分布式功率控制[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(8): 1929–1933.
Zhong Wei, Xu You-yun, and Cai Yue-ming. Distributed game-theoretic power control for wireless data over MIMO-CDMA system [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(8): 1929–1933.

[4] Saraydar C U, Mandayam N B, and Goodman D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(2): 291–303.

[5] Saraydar C U, Mandayam N B, and Goodman D J. Pricing and power control in a multicell wireless data network [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2001, 19(10): 1883–1892.

[6] Han Z and Liu K J R. Noncooperative power-control game and throughput game over wireless networks [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, 53(10): 1625–1629.

[7] Han Z, Ji Z, and Liu K J R. Non-cooperative resource competition game by virtual referee in multi-cell OFDMA networks [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(6): 1079–1090.

[8] 张天魁, 曾志民, 张颖莹. 基于博弈论的OFDMA系统多小区功率协调分配算法[J]. 通信学报, 2008, 29(1): 22–29.
Zhang Tian-kui, Zeng Zhi-min, and Zhang Ying-ying. Multicell adaptive power allocation scheme based on game theory in OFDMA systems [J]. *Journal of Communications*, 2008, 29(1): 22–29.

[9] Fudenberg D and Tirole J. Game Theory [M]. MIT Press, Cambridge, MA, 1991: 1–60.

[10] Boyd S and Vandenberghe L. Convex Optimization [M]. Cambridge University Press, 2004: 67–111.

[11] Yates R D. A framework for uplink power control in cellular radio systems [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1995, 13(7): 1341–1347.

[12] Salo J, Galdo G D, and Salmi J, *et al*.. MATLAB implementation of the 3GPP spatial channel model (3GPP TR25.966) [S]. Jul. 2006: 1–18.

仲崇显： 男，1979 年生，博士生，研究方向为 MIMO 通信、多用户通信和无线资源管理.

李春国： 男，1983 年生，博士生，研究方向为通信信号处理和中继无线通信系统优化设计.

杨绿溪： 男，1964 年生，教授，博士生导师，研究方向为移动通信空时信号处理和盲信号处理等.