

# 一种新型可扩展的多级多平面分组交换结构的图论模型与性能分析

马祥杰<sup>①</sup> 李秀芹<sup>①②</sup> 兰巨龙<sup>①</sup> 张百生<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

<sup>②</sup>(华北水利水电学院信息工程学院 郑州 450011)

**摘要:** 该文提出了一种新型可扩展的多级多平面(MPMS)分组交换结构。首先建立了 MPMS 的图论模型,定量地描述了 MPMS 中相邻连通性和端口可达性,定义了 MPMS 的均衡顶点和竞争顶点,并证明了 MPMS 决定交换性能的输入端口与输出端口间的无阻塞条件。从性能参数和结构复杂度等方面与单级交叉开关做了对比分析,结果表明 MPMS 可以获得 P 倍的最大端口速率,平方倍的最大端口数,线性比例增长的结构复杂度,具有良好的可扩展性。

**关键词:** Clos 网络; 交换结构; 多级多平面(MPMS); 单级交叉开关; 交换性能

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)05-1026-05

## Graphic Model and Performance Analysis of a Novel Scalable Multiple-Plane and Multiple-Stage Packet Switching Fabric

Ma Xiang-jie<sup>①</sup> Li Xiu-qin<sup>①②</sup> Lan Ju-long<sup>①</sup> Zhang Bai-sheng<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

<sup>②</sup>(North China University of Water Conservancy and Electric Power, Zhengzhou 450011, China)

**Abstract:** A novel scalable Multiple-Plane and Multiple-Stage (MPMS) packet switching fabric is proposed in this paper. Firstly, the graphic model of the MPMS fabric is built. The neighbouring connectivity and reachability of MPMS are described. Vertexes are classified into balanced vertex and competitive vertex, and the non-blocking condition is proved, which may determine its switching performance. The MPMS fabric is proved to achieve a P times maximum port rate, a square of maximum port count, only linearly increasing structure complexity, and therefore it is much more scalable.

**Key words:** Clos network; Switching fabric; Multiple-Plane and Multiple-Stage (MPMS); Single stage crossbar; Switching performance

### 1 引言

随着信息网络朝着传输高速化和接入宽带化方向发展,路由交换设备交换技术面临严峻的可扩展性挑战<sup>[1]</sup>。目前主流路由交换设备采用单级交叉开关为核心的交换结构<sup>[2,3]</sup>,其交叉点数与  $N^2$  成正比,扩展性差且成本昂贵。于是人们尝试在分组交换领域引入多级互连结构扩展交换端口数,典型结构包括 Clos 网络<sup>[4]</sup>、Banyan 网络<sup>[5]</sup>、Baseline 与 Reverse Baseline 网络<sup>[6]</sup>以及间接 n-Cube 网络<sup>[7]</sup>等。但多级互连结构依然无法解决端口速率问题,这是因为端口速率主要受限于交换结构中分组缓存的读写速率<sup>[8]</sup>。为此,美国斯坦福大学的 Iyer 等人提出了并行分组交换结构<sup>[8]</sup>。但并行分组结构没有考虑对大端口数的支持,交换平面内依然采用单级交叉开关结构以简化设计。

本文综合现有交换结构发展趋势,为了解决包括端口数和端口速率双重目标的交换结构可扩展性问题,融合多级互

连结构和并行分组结构的技术优势,提出了一种新型多级多平面 MPMS 交换结构。为了分析 MPMS 交换结构的拓扑特征,本文首先建立了 MPMS 图论模型,研究了顶点子集的连通性、竞争性、均衡性、无阻塞性等影响交换性能的关键问题。最后以现有交叉开关交换结构为参照,研究了 MPMS 交换结构在端口速率、端口数量、交换容量、结构复杂度等方面的扩展能力。

### 2 MPMS 交换结构的图论模型

#### 2.1 MPMS 交换结构描述

图 1 给出了一种 MPMS 交换结构的逻辑结构图,包括分路器 DEM、交换平面 SP 和合路器 MUX。DEM 在多个 SP 间分流数据分组,数据分组在每个 SP 上完成多级低速交换过程,最终 MUX 合路到达该输出端口的分组,数据分组完成排序后离开 MPMS 交换结构。每个 SP 由一组缓存单元和交换单元构成的 Clos 交换网络,包括输入缓存单元 IMU、输入交换单元 ISU、中间交换单元 MSU、输出交换单元 OSU 和输出缓存单元 OMU。SP 上的每个 ISU 仅连接  $n$  个输入

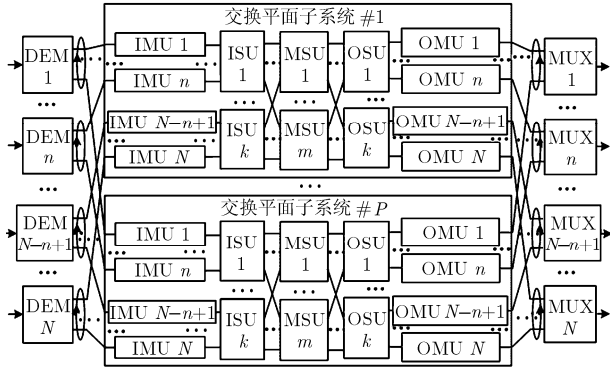


图 1 MPMS 的逻辑结构图

端口,  $k$  个 ISU 共连接  $k \times n = N$  个输入端口; 对应地, 每个 OSU 仅连接  $n$  个输出端口,  $k$  个 OSU 共连接  $k \times n = N$  个输出端口; 并且所有 ISU 和 OSU 通过中间的  $m$  个 MSU 实现全 Mesh 互连, 保证了足够的交换路径。

2.2 MPMS 交换结构图论模型

若将 MPMS 中的各功能模块抽象为“顶点”, 将连接功能模块的内部链路抽象为“有向边”, 即可得到 MPMS 的有向图模型  $MPMS(V, E)$ , 如图 2 所示, 其中  $V$  为顶点集合,  $E$  为有向边集合:

$$V = \bigcup_{i=0}^6 V^i \quad (1)$$

$$E = \bigcup_{i=0}^5 E^i \quad (2)$$

$$V^i = \begin{cases} \{v_1^i, \dots, v_{nk}^i\}, & i = 0, 6 \\ \{v_{(p,nk)}^i, \dots, v_{(P,nk)}^i\}, & i = 1, 5 \\ \{v_{(1,1)}^i, \dots, v_{(P,k)}^i\}, & i = 2, 4 \\ \{v_{(1,1)}^i, \dots, v_{(P,m)}^i\}, & i = 3 \end{cases} \quad (3)$$

$$E^i = \begin{cases} \{xy \mid x = v_s^0, y = v_{(p,s)}^1; s = 1, \dots, nk\}, & i = 0 \\ \{xy \mid x \in \{v_{(p,(j-1)n+1)}^1, \dots, v_{(p,jn)}^1\}, y = v_{(p,j)}^2\}, & i = 1 \\ \{xy \mid x = v_{(p,s)}^2, y = v_{(p,t)}^3; s = 1, \dots, k; t = 1, \dots, m\}, & i = 2 \\ \{xy \mid x = v_{(p,s)}^3, y = v_{(p,t)}^4; s = 1, \dots, m; t = 1, \dots, k\}, & i = 3 \\ \{xy \mid y = v_{(p,j)}^4, x \in \{v_{(p,(j-1)n+1)}^5, \dots, v_{(p,jn)}^5\}\}, & i = 4 \\ \{xy \mid x = v_{(p,t)}^5, y = v_t^6; t = 1, \dots, nk\}, & i = 5 \end{cases} \quad (4)$$

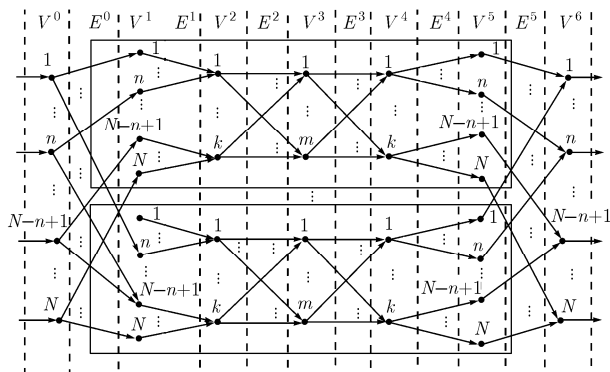


图 2 MPMS 的有向图抽象模型

定义 1 凡是直接关联到顶点  $v$  的顶点集合称为  $v$  的顶点入集, 并记为  $N^-(v)$ ; 凡是直接从顶点  $v$  关联的顶点集合称为  $v$  的顶点出集, 并记为  $N^+(v)$ 。

根据  $MPMS(V, E)$  模型可知:

$$N^-(v_{(p,q)}^i) = \begin{cases} \{-\}, & i = 0, v_q^i \in V^0 \\ \{v_q^0\}, & i = 1, v_{(p,q)}^i \in V^1 \\ \{v_{(p,(q-1)n+1)}^1, \dots, v_{(p,qn)}^1\}, & i = 2, v_{(p,q)}^i \in V^2 \\ \{v_{(p,j)}^2, j = 1, \dots, k\}, & i = 3, v_{(p,q)}^i \in V^3 \\ \{v_{(p,j)}^3, j = 1, \dots, m\}, & i = 4, v_{(p,q)}^i \in V^4 \\ \{v_{\lfloor \frac{q+n}{k} \rfloor}^4\}, & i = 5, v_{(p,q)}^i \in V^5 \\ \{v_{(1,q)}^5, \dots, v_{(P,q)}^5\}, & i = 6, v_q^i \in V^6 \end{cases} \quad (5)$$

$$N^+(v_{(p,q)}^i) = \begin{cases} \{v_{(1,q)}^1, \dots, v_{(P,q)}^1\}, & i = 0, v_q^i \in V^0 \\ \{v_{\lfloor \frac{q+n}{k} \rfloor}^4\}, & i = 1, v_{(p,q)}^i \in V^1 \\ \{v_{(p,j)}^3, j = 1, \dots, m\}, & i = 2, v_{(p,q)}^i \in V^2 \\ \{v_{(p,j)}^4, j = 1, \dots, k\}, & i = 3, v_{(p,q)}^i \in V^3 \\ \{v_{(p,(q-1)n+1)}^5, \dots, v_{(p,qn)}^5\}, & i = 4, v_{(p,q)}^i \in V^4 \\ \{v_q^6\}, & i = 5, v_{(p,q)}^i \in V^5 \\ \{-\}, & i = 6, v_q^i \in V^6 \end{cases}$$

定义 2 把顶点  $v$  的顶点入集中包含的顶点数称为顶点入度, 并记为  $D^-(v)$ ; 把顶点  $v$  的顶点出集中包含的顶点数称为顶点出度, 并记为  $D^+(v)$ 。因此  $MPMS(V, E)$  的  $D^-(v^i)$  和  $D^+(v^i)$  如式(6)所示:

$$D^-(v^i) = \begin{cases} 1, i = 0, v^i \in V^0 \\ 1, i = 1, v^i \in V^1 \\ n, i = 2, v^i \in V^2 \\ k, i = 3, v^i \in V^3 \\ m, i = 4, v^i \in V^4 \\ 1, i = 5, v^i \in V^5 \\ P, i = 6, v^i \in V^6 \end{cases}, \quad D^+(v^i) = \begin{cases} P, i = 0, v^i \in V^0 \\ 1, i = 1, v^i \in V^1 \\ m, i = 2, v^i \in V^2 \\ k, i = 3, v^i \in V^3 \\ n, i = 4, v^i \in V^4 \\ 1, i = 5, v^i \in V^5 \\ 1, i = 6, v^i \in V^6 \end{cases} \quad (6)$$

图 3 给出了  $MPMS(P = 5, n = k = 8, m = 16)$  顶点入度与顶点出度分布图。从图 3 中可知各子集的入度和出度并不平均,  $V^2, V^3, V^4$  的入度和出度明显高于其它子集。同时,  $MPMS$  的对称拓扑结构使得入度和出度以中心的  $V^3$  为轴呈对称分布, 即  $D^-(v^i) = D^+(v^{6-i})(i = 0, \dots, 6)$ 。

定义 3 凡是直接从顶点  $v$  可达的 MUX 顶点集合称为顶点 MUX 集, 并记为  $M^+(v)$ ; 相应地, 把顶点  $v$  MUX 集中包含的顶点数称为顶点 MUX 度, 并记为  $MD^+(v)$ 。

$MPMS$  中各顶点子集的  $M^+(v^i)$  和  $MD^+(v^i)$  计算方法如式(7)所示:

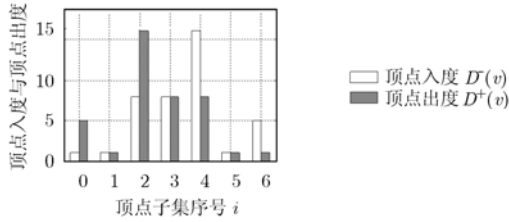


图 3 MPMS 顶点入度与顶点出度分布图

$$M^+(v^i) = \begin{cases} V^6, & i = 0, v_q^i \in V^0 \\ V^6, & i = 1, v_{(p,q)}^i \in V^1 \\ V^6, & i = 2, v_{(p,q)}^i \in V^2 \\ V^6, & i = 3, v_{(p,q)}^i \in V^3 \\ \{v_{(q-1)n+1}^6, \dots, v_{qn}^6\}, & i = 4, v_{(p,q)}^i \in V^4 \\ \{v_q^6\}, & i = 5, v_{(p,q)}^i \in V^5 \\ \{v_q^6\}, & i = 6, v_q^i \in V^6 \end{cases} \quad (7)$$

$$MD^+(v^i) = \begin{cases} nk, & i = 0, v^i \in V^0 \\ nk, & i = 1, v^i \in V^1 \\ nk, & i = 2, v^i \in V^2 \\ nk, & i = 3, v^i \in V^3 \\ n, & i = 4, v^i \in V^4 \\ 1, & i = 5, v^i \in V^5 \\ 1, & i = 6, v^i \in V^6 \end{cases}$$

图 4 给出了 MPMS( $P = 5, n = k = 8, m = 16$ ) 全部顶点子集的 MUX 度分布图。从图中可以看出, MUX 度随着顶点子集序号的增加而减少, 前 4 个子集可以到达全部 64 个输出端口,  $MD^+(V^4) = 8$  表示该子集可以到达 8 个输出端口,  $MD^+(V^5) = MD^+(V^6) = 1$  表示这两个子集仅能到达唯一的输出端口。

**引理 1** 设  $N^+(v^i)$  和  $M^+(v^i)$  为 MPMS 中的出集和 MUX 集, 那么它们满足如下关系:

$$M^+(v^i) = N^{+(6-i)}(v^i), \quad \forall v^i (0 \leq i \leq 5) \quad (8)$$

**证明** 由于  $N^+(v^i)$  是顶点  $v^i$  的出集, 因此  $v^i$  可以到达  $N^+(v^i)$  中的任意顶点。同理  $N^{+(6-i)}(v^i)$  是  $N^+(v^i)$  中顶点的出集, 因此  $N^{+(6-i)}(v^i)$  中的顶点对于  $N^+(v^i)$  也是可达的。根据有向图的有向路理论可知,  $N^{+(6-i)}(v^i)$  中的顶点对于  $v^i$  也是可达的。由于  $N^{+(6-i)}(v^i) = \underbrace{N^+(N^+(\dots N^+(v^i)\dots))}_{(6-i)}$ , 则  $N^{+(6-i)}(v^i)$

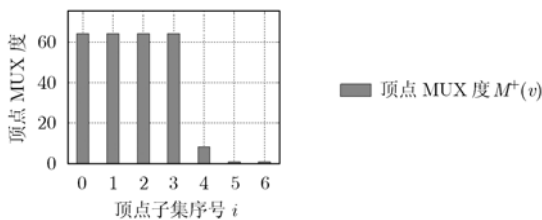


图 4 MPMS 顶点 MUX 度分布图

中的顶点对于  $v^i$  是可达的。由于  $N^{+(6-i)}(v^i) \in V^6$ , 根据定义可知  $N^{+(6-i)}(v^i)$  为顶点  $v^i$  的 MUX 集, 故式(8)成立。证毕

**定义 4** 设  $v^i$  是 MPMS 中第  $i$  个顶点子集的任一顶点, 若该顶点满足  $MD^+(v^{i+1}) = nk$  且  $D^+(v^i) > 1$ , 则称  $v^i$  为均衡顶点, 记为  $\bar{v}^i$ ; 若该顶点满足  $MD^+(v^i) < nk$  且  $D^-(v^i) > 1$ , 则称  $v^i$  为竞争顶点, 记为  $\hat{v}^i$ 。

根据式(6)和式(7)可知, MPMS 中的  $V^0$  和  $V^2$  属于均衡顶点,  $V^4$  和  $V^6$  属于竞争顶点。

图 5 给出了 MPMS 中的均衡顶点和竞争顶点分布图。从图中可以看出, 顶点子集  $V^0$  和  $V^2$  落入了均衡条件区域, 分别属于均衡顶点; 而顶点子集  $V^4$  和  $V^6$  落入了竞争条件区域, 分别属于竞争顶点。

**定义 5** 假设  $(v_u^0, v_v^6)$  是 MPMS 中顶点子集 DEM 和 MUX 间的任一顶点对, 如果 MPMS 中总是存在有向边集满足  $\{\overline{v_u^0 v_s^1}, \overline{v_s^1 v_t^2}, \dots, \overline{v_t^5 v_v^6}\} = \overline{v_u^0 v_s^1 v_t^2 v_r^3 v_j^4 v_t^5 v_v^6}$ , 本文称该有向边集为交换路径, 记为  $P(v_u^0, v_v^6)$ ; 并称 MPMS 中全部连接  $(v_u^0, v_v^6)$  的有向边集数为交换路径数, 记为  $SPC(v_u^0, v_v^6)$ 。

**2.3 MPMS 的交换路径数和无阻塞定理**

**定理 1** 假设  $SPC(v_u^0, v_v^6)$  是 MPMS 中顶点对  $(v_u^0, v_v^6)$  之间的交换路径数, 那么 MPMS 总是满足如下关系:  $SPC(v_u^0, v_v^6) = D^+(V^0) \times D^+(V^2)$ 。

**证明** 由定义 5 知  $P(v_u^0, v_v^6) = \overline{v_u^0 v_s^1 v_t^2 v_r^3 v_j^4 v_t^5 v_v^6}$ , 可知  $SPC(v_u^0, v_v^6)$  等于所有可以到达  $v_v^6$  的顶点子集出度的乘积。即  $SPC(v_u^0, v_v^6) = D^+(V^0) \times D^+(V^1) \times D^+(V^2) = D^+(V^0) \times D^+(V^2)$ 。证毕

图 6 给出了交换路径数 SPC 与均衡顶点出度的分布图。从图中可以看出, SPC 值随着  $V^0$  和  $V^2$  的出度值而单调递增, 当  $D^+(V^0)$  和  $D^+(V^2)$  同时达到最大值时 SPC 值也获得最大值。

**定理 2** 假设  $M_l = \{(v_u^0, v_v^6) | 1 \leq u, v \leq l; 1 \leq l \leq nk\}$  是 MPMS 中从 DEM 到 MUX 的一组顶点对集, 如果对于  $(v_u^0, v_v^6) \in M_l$  均满足  $SPC(v_u^0, v_v^6) \geq n$ , 那么 MPMS 交换结构中总是存在一组交换路径集  $SPS_l = \{P_1, P_2, \dots, P_l\}$  连接  $M_l$  中的  $l$  个顶点对。

**证明** 据定理 1 可知: 对于  $(v_u^0, v_v^6) \in M_l$ , MPMS 中均存在  $SPC(v_u^0, v_v^6) = D^+(V^0) \times D^+(V^2)$  条交换路径。据式(7)

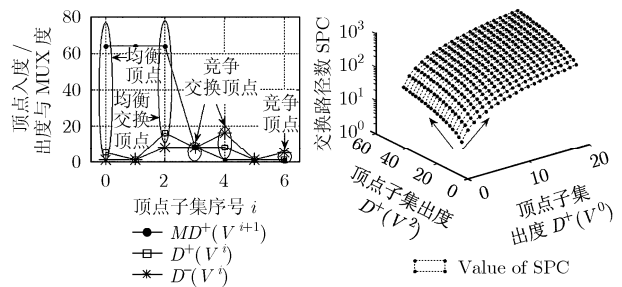


图 5 MPMS 中均衡顶点与竞争顶点分布图

图 6 MPMS 中 SPC 值与均衡顶点出度的分布图

和引理 2 可知:  $V^0$  中的顶点属于均衡顶点并且  $D^+(V^0) = P$ 。因此所有到达  $V^0$  中顶点的数据分组在  $P$  个 SP 间均衡分流, 对于每个 SP 而言只需要平均提供  $l/P$  条交换路径即可。据定理 1, 每个 SP 上的 SPC 等于 SP 中可达全部输出端口的出度的乘积, 因而单个平面交换路径数为

$$\begin{aligned} \text{SPC}(SP_p) &= \prod_{i=\{1,2,3\}} D^+(V^i) = D^+(V^1) \times D^+(V^2) \times D^+(V^3) \\ &= 1 \times m \times k \end{aligned} \quad (9)$$

根据假设  $\text{SPC}(v_u^0, v_v^0) \geq n$  和式(7)可得  $mP \geq n \Rightarrow mk \geq nk/P$ , 按照式(9)可得  $\text{SPC}(SP_p) \geq nk/P \geq l/P$ , 即每个 SP 可以提供多于  $l/P$  条交换路径。因此 MPMS 交换结构中存在一组交换路径集  $\text{SPS}_l = \{P_1, P_2, \dots, P_l\}$  连接  $M_l$  中的  $l$  个顶点对。证毕

### 3 MPMS 交换结构与单级交叉开关交换结构的性能对比分析

各种缓存方式的单级交叉开关交换结构在近年来得到了深入的研究<sup>[3]</sup>。根据已有研究成果和流量守恒准则<sup>[5]</sup>, 单级交叉开关交换结构满足以下关系:

$$C^{cb} = N_{\text{in}}^{cb} \times R_{\text{in}}^{cb} = N_{\text{out}}^{cb} \times R_{\text{out}}^{cb} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{in}}^{cb} &\leq \bar{N}_{\text{max}}^{cb}, N_{\text{out}}^{cb} \leq \bar{N}_{\text{max}}^{cb} \\ R_{\text{in}}^{cb} &\leq \bar{R}_{\text{max}}^{cb}, R_{\text{out}}^{cb} \leq \bar{R}_{\text{max}}^{cb} \\ C^{cb} &\leq \bar{C}_{\text{max}}^{cb} = \bar{N}_{\text{max}}^{cb} \times \bar{R}_{\text{max}}^{cb} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

**定理 3** 对于 MPMS 和交叉开关交换结构的最大端口速率、最大端口数和最大交换容量等性能参数, 满足以下关系式成立:

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{\text{max}}^{\text{mpms}} &= \min(P, P \cdot m/n) \cdot \bar{R}_{\text{max}}^{cb} \\ \bar{N}_{\text{max}}^{\text{mpms}} &= (\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2 \\ \lambda_C &= \bar{C}_{\text{max}}^{\text{mpms}} / \bar{C}_{\text{max}}^{cb} = \bar{N}_{\text{max}}^{cb} \cdot \min(P, P \cdot m/n) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

**证明** 据定义 2 和式(10), MPMS 交换结构满足:

$$\left. \begin{aligned} D^-(v^i) \cdot R_{\text{in}_{-v^i}}^{cb} &= D^+(v^i) \cdot R_{\text{out}_{-v^i}}^{cb}, \quad i = 0, 1, \dots, 6 \\ R_{\text{in}_{-v^i}}^{cb} &= R_{\text{out}_{-v^{i-1}}}^{cb}, \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\ R_{\text{in}}^{\text{mpms}} &= R_{\text{out}_{-v^0}}^{cb}, R_{\text{out}}^{\text{mpms}} = R_{\text{in}_{-v^6}}^{cb} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

所以, 根据式(7)可得:

$$\begin{aligned} R_{\text{in}}^{\text{mpms}} &= \frac{\prod_{i=0}^j D^+(v^i)}{\prod_{i=0}^j D^-(v^i)} \cdot R_{\text{out}_{-v^j}}^{cb} = \frac{\prod_{i=0}^6 D^+(v^i)}{\prod_{i=0}^6 D^-(v^i)} \cdot R_{\text{out}}^{\text{mpms}} \\ &= \frac{P \cdot 1 \cdot m \cdot k \cdot n \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot n \cdot k \cdot m \cdot 1 \cdot P} \cdot R_{\text{out}}^{\text{mpms}} = R_{\text{out}}^{\text{mpms}}, \quad j = 0, 1, \dots, 6 \quad (14) \\ \therefore R_{\text{in}}^{\text{mpms}} &= R_{\text{out}}^{\text{mpms}} = P \cdot R_{\text{out}_{-v^1}}^{cb} = \frac{P \cdot m}{n} \cdot R_{\text{out}_{-v^2}}^{cb} = \frac{P \cdot m \cdot k}{n \cdot k} \\ \cdot R_{\text{out}_{-v^3}}^{cb} &= \frac{P \cdot m \cdot k \cdot n}{n \cdot k \cdot m} \cdot R_{\text{out}_{-v^4}}^{cb} = P \cdot R_{\text{out}_{-v^5}}^{cb} \end{aligned}$$

为了满足交换结构流量守恒准则和式(11), 当且仅当上式中拥有最小乘数的内部端口速率  $R_{\text{out}_{-v^q}}^{cb} (q = 1, 2, \dots, 5)$  获得最大值  $\bar{R}_{\text{max}}^{cb}$  时,  $R_{\text{in}}^{\text{mpms}}$  和  $R_{\text{out}}^{\text{mpms}}$  分别获得最大端口速率

$\bar{R}_{\text{max}}^{\text{mpms}}$ , 那么 MPMS 最大端口速率满足:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{\text{max}}^{\text{mpms}} &= \min \left\{ P, \frac{P \cdot m}{n}, \frac{P \cdot m \cdot k}{n \cdot k}, \frac{P \cdot m \cdot k \cdot n}{n \cdot k \cdot m}, P \right\} \cdot \bar{R}_{\text{max}}^{cb} \\ &= \min(P, P \cdot m/n) \cdot \bar{R}_{\text{max}}^{cb} = \begin{cases} (P \cdot m/n) \cdot \bar{R}_{\text{max}}^{cb}, & m < n \\ P \cdot \bar{R}_{\text{max}}^{cb}, & m \geq n \end{cases} \end{aligned}$$

据定义(5)和定理 1, MPMS 交换结构中端口数满足:

$$\begin{aligned} N_{\text{in}}^{\text{mpms}} &= \prod_{i=0}^3 D^-(V^i) = D^-(V^2) \cdot D^-(V^3); N_{\text{out}}^{\text{mpms}} \\ &= \prod_{i=3}^6 D^-(V^i) = D^-(V^3) \cdot D^-(V^4) \end{aligned}$$

据式(7)可得:  $N_{\text{in}}^{\text{mpms}} = N_{\text{out}}^{\text{mpms}} = n \cdot k$ 。因此当顶点子集  $V^2, V^3, V^4$  中的顶点同时获得最大端口数  $\bar{N}_{\text{max}}^{cb}$  时, MPMS 交换结构获得最大端口数  $\bar{N}_{\text{max}}^{\text{mpms}} = (\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2$ , 其中  $n=k=\bar{N}_{\text{max}}^{cb}$ 。

据式(10)当端口速率和端口数同时获得最大值时, MPMS 交换结构的交换容量  $C^{\text{mpms}}$  获得最大值  $\bar{C}_{\text{max}}^{\text{mpms}}$ , 所以  $\bar{C}_{\text{max}}^{\text{mpms}}$  满足如下关系:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{\text{max}}^{\text{mpms}} &= \bar{N}_{\text{max}}^{\text{mpms}} \times \bar{R}_{\text{max}}^{\text{mpms}} = (\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2 \times \min(P, P \cdot m/n) \times \bar{R}_{\text{max}}^{cb} \\ &= \bar{N}_{\text{max}}^{cb} \times \min(P, P \cdot m/n) \times \bar{C}_{\text{max}}^{cb} \\ \therefore \lambda_C &= \bar{C}_{\text{max}}^{\text{mpms}} / \bar{C}_{\text{max}}^{cb} = \bar{N}_{\text{max}}^{cb} \cdot \min(P, P \cdot m/n) \quad \text{证毕} \end{aligned}$$

根据已有结论, 单级交叉开关的结构复杂度计算方法为  $\bar{X}_{\text{max}}^{cb} = N_{\text{in}}^{cb} \times N_{\text{out}}^{cb} = (\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2$ 。

因此 MPMS 交换结构的结构复杂度  $\bar{X}_{\text{max}}^{\text{mpms}}$  计算方法如下:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{max}}^{\text{mpms}} &= D^-(v^0) \cdot D^+(v^0) + P \cdot \sum_{i=1}^5 [D^-(v^i) \cdot D^+(v^i)] + D^-(v^6) \\ &\quad \cdot D^+(v^6) = P \cdot (2 + 2(\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2 + 3(\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^3) \end{aligned}$$

从而可以得到 MPMS 与单级交叉开关的结构复杂度比值如下:

$$\lambda_X = \bar{X}_{\text{max}}^{\text{mpms}} / \bar{X}_{\text{max}}^{cb} = P \cdot (2 / (\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2 + 2 + 3 \cdot \bar{N}_{\text{max}}^{cb})$$

因此 MPMS 和单级交叉开关的交换容量比值  $\lambda_C$  和结构复杂度  $\lambda_X$  均与交换平面数  $P$  成正比, 这表示为了获得  $\lambda_C$  倍交换容量的提高, 只需要  $\lambda_X$  倍的结构复杂度的提高即可。

## 4 结论

本文提出了一种新型多级多平面分组 MPMS 交换结构。首先建立了 MPMS 结构的图论模型, 描述了 MPMS 的相邻连通性和端口可达性, 分析了顶点的竞争均衡性。通过交换路径数 SPC 描述了 MPMS 中任意输入和输出间的交换通道数, 给出了 SPC 值的计算方法。同时, 证明了 MPMS 交换结构总是无阻塞条件。研究表明, 与交叉开关相比, MPMS 端口速率可以扩展  $P$  倍, 端口数量可以扩展至  $(\bar{N}_{\text{max}}^{cb})^2$ , 交换容量可以扩展  $(P \cdot \bar{N}_{\text{max}}^{cb})$  倍, 而结构复杂度仅随交换平面数  $P$  线性提高。因此 MPMS 是一种具有良好可扩展性的交换结构, 可以满足新一代交换路由设备的交换需求。

## 参考文献

- [1] Wang F, Zhu Wen-qi, and Hamdi M. The Central-stage

- buffered Clos-network to emulate an OQ switch[C]. IEEE Globecom Proceedings, California, USA, Nov. 2006: 4244-4257.
- [2] McKeown N. The iSLIP scheduling algorithm for input-queued switches[J]. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 1999, 7(2): 188-200.
- [3] Mekkittikul A and McKeown N. A practical scheduling algorithm for achieving 100% throughput in input-queued switches[C]. Proceeding of IEEE Infocom, San Francisco, USA, 2004: 792-799.
- [4] Clos C. A study of non-blocking switching networks[J]. *Bell Systems Technical Journal*, 1953, 32(1): 406-424.
- [5] Goke L R and Lipovski G J. Banyan networks for partitioning processor systems[C]. Proceeding Annual Symp Computer Architecture, USA, Dec. 2003: 21-28.
- [6] Wu C L and Feng T Y. On a class of multistage interconnection networks[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 2000, 29(8): 694-702.
- [7] Pease M C. The indirect binary n-Cube microprocessor array[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 2005, 26(5): 458-473.
- [8] Iyer S and McKeown N. Making parallel packet switches practical[C]. Proceeding of IEEE Infocom, USA, 2001, Vol.3: 1680-1687.
- 马祥杰: 男, 1977 年生, 博士生, 从事高速网络交换技术的研究.  
李秀芹: 女, 1967 年生, 副教授, 从事高速网络交换技术的研究.  
兰巨龙: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事交换路由理论的研究.  
张百生: 男, 1969 年生, 高级工程师, 主要从事交换理论与技术的研究.