

## 基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法

俞燕浓<sup>①②</sup> 方广有<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:** 在探地雷达测量目的中, 层位追踪是正确进行地质解释的基础。该文提出一种基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法, 该方法通过对探地雷达回波时延的跟踪, 初步实现层位边缘检测, 在此前提下进一步实现边缘连接, 最终完成层位追踪。对实测数据的处理结果表明: 该文提出的层位追踪法在追踪精确度上远远优于单纯利用隐 Markov 模型的层位追踪法。

**关键词:** 探地雷达(GPR); 层位追踪; 隐 Markov; Bresenham 算法

中图分类号: TN959.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)05-1140-04

## A Layer Picking Method Based on Hidden Markov Model and Bresenham Algorithm

Yu Yan-nong<sup>①②</sup> Fang Guang-you<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** Layer picking is the base of doing geological explanation correctly in geodesic aims of GPR. A layer picking based on hidden Markov model and Bresenham algorithm is presented in this paper. After tracking Time Of Delay (TOD) of GPR echoes, edge detection of layer is accomplished primarily. Basing on it, edge linking is come true and layer picking is accomplished at last. The results of dealing with actual data show that the layer picking method in this paper improves much on the precision of tracking comparing with layer picking only based on hidden Markov model.

**Key words:** Ground Penetrating Radar (GPR); Layer picking; Hidden Markov Model(HMM); Bresenham algorithm

### 1 引言

探地雷达(Ground Penetrating Radar, GPR)技术已广泛应用于地下目标探测。在探地雷达实际工程应用中, 探地雷达测量的其中一项目的是进行探地雷达资料的地质解释, 为了在数据处理后所得的雷达数据剖面图中进行准确的地质解释, 需要比较精确地提取反射层, 即“层位追踪”<sup>[1]</sup>。利用隐含的 Markov 理论模型进行回波时延的跟踪来提取反射层是一种常用的、简单而快速的层位追踪法。这种方法根据地下各媒质层的某点的回波时延的变化常常只与前一点的时延有关, 与更前一点的时延变化无关, 这样就可以利用前面各点界面时延的已知的先验信息, 通过各点间时延隐含的 Markov 链的关系, 检测出下一点回波时延, 从而完成对回波时延的跟踪。可以看出这种方法对于结构简单的、平坦的, 回波信号强烈的地下媒质层分布是有效的, 但对于复杂的界面结构(如空洞、塌陷等), 或者是弱的回波信号则会出现层位追踪不精确的现象<sup>[2]</sup>。

为了弥补利用隐 Markov 模型的方法在进行层位追踪时面临的不足, 本文提出了一种基于隐 Markov 模型<sup>[2,3]</sup>和 Bresenham 算法<sup>[1]</sup>的层位追踪法。该方法的基础仍然是利用隐 Markov 理论模型进行层位边缘检测, 然后用基于 Bresenham 算法的边缘连接对初步的边缘检测图进行处理和完善, 最终完成地下目标层位追踪。通过实测数据对本方法的验证表明: 相比于单纯利用隐 Markov 模型的层位追踪法, 本方法在层位追踪精确度上大大改进了。

### 2 理论分析

为了更好地叙述本文提出的基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法, 首先分别对基于隐 Markov 模型的层位追踪和基于 Bresenham 算法的边缘连接做一简单介绍。

#### 2.1 基于隐 Markov 模型的层位追踪法

(1)检测和跟踪算法 设探地雷达的发射信号为  $w(t)$ , 则接收信号为<sup>[4]</sup>

$$s(x_i, t) = \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_l(x_i)w(t - \tau_l(x_i)) + n(x_i, t), \quad 1 < i < N \quad (1)$$

对于第  $i$  个扫描, 信号  $s(x_i, t)$  在时间上以恒定的采样间隔  $\Delta t$  被排成列向量  $S_i = [s(x_i, t_1), s(x_i, t_2), \dots, s(x_i, t_M)]^T$ , 回波(假如存在)的时延可以在全部时间取样数据范围内  $M$  个时延中的任意位置。假设回波时延为  $t_m = m\Delta t$ , 而这个回波被认为是从属假设  $h_m(x_i)$ ,  $M$  个互不相关的从属假设  $h_m(x_i)$  组成的序列是  $H_1(x_i)$  假设的一部分:  $H_1(x_i) = \bigcup_{m=1}^M h_m(x_i)$ 。因为考虑到界面的起始和终止, 所以空假设  $h_0(x_i) = H_0(x_i)$  也包括在内。从而  $M+1$  个从属假设组成的序列  $h_m(x_i)$  ( $m = 0, 1, \dots, M$ ) 是整个假设空间的一部分:

$$H_0(x_i) \cup H_1(x_i) = \bigcup_{m=0}^M h_m(x_i)。$$

由贝叶斯定理可知, 任意  $h_m$  ( $m = 0, 1, \dots, M$ ) 的后验概率密度函数为

$$p[h_m(x_i) | S_i] = \Xi p[s_i | h_m(x_i)] p[h_m(x_i) | S_{i-1}] \quad (2)$$

其中  $p[h_m(x_i) | S_{i-1}]$  表示在第  $i$  个扫描中假设  $h_m(x_i)$  为真时先验概率的密度函数<sup>[3,5]</sup>。  $p[s_i | h_m(x_i)]$  是在假定观测值  $s_i$  与前面的所有观测值独立并且在  $x_i$  处的时延为  $t_m$  的条件下, 观测值的条件概率密度函数。  $\Xi$  表示一个归一因子:

$\sum_{m=0}^M p[h_m(x_i) | S_i] = 1$ 。根据所有从属假设, 检测的后验概率(这里用上标  $d$  表示)为

$$p^d[H_1(x_i) | S_i] = \sum_{m=1}^M p[h_m(x_i) | S_i] \quad (3)$$

对于  $m \geq 1$ , 跟踪的后验概率密度函数(上标为  $t$ )为

$$p^t[h_m(x_i) | S_i] = \frac{p[h_m(x_i) | S_i]}{\sum_{m=1}^M p[h_m(x_i) | S_i]} = \frac{p[h_m(x_i) | S_i]}{p^d[H_1(x_i) | S_i]} \quad (4)$$

其表示的意义是在第  $i$  个扫描中已经检测出一个回波, 而不管回波的时延是多少的情况下, 假设  $h_m(x_i)$  为真的概率。对于每次扫描, 如果:  $p^d[H_1(x_i) | S_i] > p^d[H_0(x_i) | S_i]$ , 即  $p^d[H_1(x_i) | S_i] > 1/2$ , 就可以判定存在一个界面。

(2)已知波形  $w(t)$  的条件概率 如果观测时间足够大, 可以得到似然比为  $\Lambda[s_i | h_m(x_i)] = \lambda_0^{-1} \exp\{|\Phi_{sw}(x_i, t_m)| / \sigma_n^2\}$ 。其中  $\lambda_0 = \exp(\rho/2)$  依赖于信噪比(SNR),  $\rho = E_w / \sigma_n^2$ ,  $E_w = \sum_k w^2(t)$  表示所采样波形的能量。  $\Phi_{sw}(x_i, t_m) = \sum_k s(x_i, t_k)w(t_k - t_m)$  表示接收信号和发射信号的相关输出值<sup>[6]</sup>。由此, 式(2)可以更方便地写成似然函数的形式:

$$p[h_m(x_i) | S_i] = \Xi \Lambda[s_i | h_m(x_i)] p[h_m(x_i) | S_{i-1}] \quad (5)$$

(3)先验概率密度函数的一阶 Markov 模型 在第  $i$  个扫描的先验概率密度函数与第  $i-1$  个扫描的后验概率密度函数的关系模型中, 利用界面侧向连续的约束条件<sup>[7]</sup>, 根据 Markov 模型, 可以得到检验概率密度函数  $p^d[H_1(x_{i-1}) | S_{i-1}]$  和跟踪概率密度函数  $p^t[h_m(x_i) | S_{i-1}]$  分别为

$$p^d[H_1(x_i) | S_{i-1}] = (1-q)p^d[H_1(x_{i-1}) | S_{i-1}] + qp^d[H_0(x_{i-1}) | S_{i-1}] \quad (6)$$

$$p^t[h_m(x_i) | S_{i-1}] = \sum_{k=-N}^{k=N} b_k p^t[h_{m-k}(x_{i-1}) | S_{i-1}] \quad (7)$$

这个跟踪模型可以用图 1 形象的表示

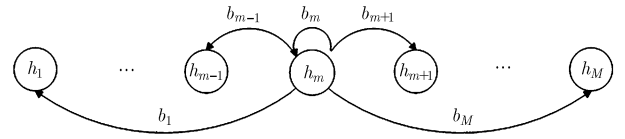


图 1 Markov 模型图

式(6)中的传递概率  $q$  是从没有界面状态  $H_0(x_{i-1})$  到有界面  $H_1(x_{i-1})$  转变的概率, 式(7)中的跟踪的转移概率为  $b_k = p[h_k(x_i) | h_m(x_{i-1})]$ 。  $q$  和  $b_k$  的取法视具体情况而定。

回波信号检测和跟踪开始时, 设定的初始条件为

$$\left. \begin{aligned} p^d[H_0(x_1) | S_1] &= p^d[H_1(x_1) | S_1] = 1/2 \\ p^t[h_m(x) | S_1] &= 1/M, \quad \forall m \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

图 2 给出了层位追踪时隐含 Markov 链跟踪的示意图。

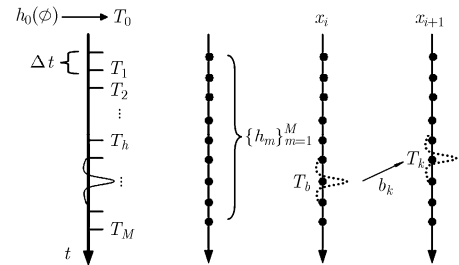


图 2 隐含 Markov 跟踪示意图

从图 2 中可以看出, 在  $x_i$  处的回波时延为  $T_h$ , 那么到  $x_{i+1}$  处回波时延为  $T_k$  的转移概率为  $b_k$ 。从式(6)中可知, 后验检测概率  $p^d[H_1(x_i) | S_i]$  和目标开始、目标终结的后验检测概率的转移概率依赖于信噪比 SNR 和 Markov 模型的参数  $q$  和  $b_k$ 。而对于一个给定的信噪比 SNR,  $q$  值越小, 后验概率的稳态值  $\lim_{t \rightarrow \infty} p^d[H_1(x_i) | S_i]$  越大, 这主要是由于 Markov 模型控制的后验概率密度函数隐含着平滑性决定的。而式(1)中的  $M+1$  个假设的先验概率  $p[h_m(x_i) | S_{i-1}]$  可以通过检测先验密度函数:

$$p[h_0(x_i) | S_{i-1}] = p^d[H_0(x_i) | S_{i-1}] \quad (9)$$

和跟踪先验密度函数:

$$p[h_m(x_i) | S_{i-1}] = p^d[H_1(x_i) | S_{i-1}] p^t[h_m(x_i) | S_{i-1}] \quad (10)$$

得到。

## 2.2 基于 Bresenham 算法的边缘连接

边缘连接处理前先去除了孤立的边缘点。如果边缘图中某像素及其 8 邻域的状态处于图 3 所示的两种情况, 则该点所处的边缘是断开的, 称该点为边缘的端点。图 3(a)表示左端点模板, 图 3(b)表示右端点模板, 图中  $\square$  表示当前考察点,  $x$  表示 0 或 1。

对不连续的边缘图像进行扫描, 得到所有的左、右端点集合。对右端点集合中每个端点的邻域窗口搜索距离最近的

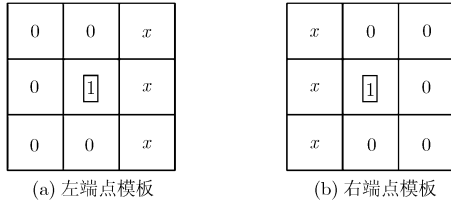


图 3 边缘端点检测模板

左端点，并与搜索到的左端点采用直线连接。

Bresenham 算法是经典的直线生成算法<sup>[8]</sup>。直线生成方法如图 4 所示。

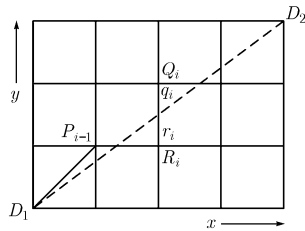


图 4 Bresenham 算法示意图

假设线段端点的坐标分别为  $D_1(x_1, y_1)$  和  $D_2(x_2, y_2)$ ，且线段的斜率范围在 0 和 1 之间。经变换后  $D_1$  表示为  $(0, 0)$ ， $D_2$  表示为  $(\Delta a, \Delta b) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ ，此时直线方程可以表示为

$$y = \frac{\Delta b}{\Delta a} x \tag{11}$$

假设已经生成的当前点  $P_{i-1}$  坐标为  $(a_{i-1}, b_{i-1})$ ，则  $R_i$  的坐标为  $(a_{i-1} + 1, b_{i-1})$ ， $Q_i$  的坐标为  $(a_{i-1} + 1, b_{i-1} + 1)$ ，直线理论上的精确点距离下一个实际可以选择的像素  $R_i$  和  $Q_i$  的距离分别为  $r_i$  和  $q_i$ ：

$$r_i = \frac{\Delta b}{\Delta a} (a_{i-1} + 1) - b_{i-1} \tag{12}$$

$$q_i = (b_{i-1} + 1) - \frac{\Delta b}{\Delta a} (a_{i-1} + 1) \tag{13}$$

由式(12)，式(13)可得

$$\Delta a (r_i - q_i) = 2(a_{i-1} \Delta b - b_{i-1} \Delta a) + 2\Delta b - \Delta a \tag{14}$$

令  $\nabla_i = \Delta a (r_i - q_i)$ ，初始值  $\nabla_1 = 2\Delta b - \Delta a$ 。当  $\nabla_i \geq 0$  时， $r_i \geq q_i$ ，选择  $Q_i$  点，下一步的误差因子  $\nabla_{i+1}$  为

$$\nabla_{i+1} = \nabla_i + 2\Delta b - 2\Delta a \tag{15}$$

当  $\nabla_i < 0$ ， $r_i < q_i$ ，选择  $R_i$  点，下一步的误差因子  $\nabla_{i+1}$  为

$$\nabla_{i+1} = \nabla_i + 2\Delta b \tag{16}$$

根据  $\nabla_i$  是否大于零实现对下一个像素的快速选择。由误差因子的初始值和迭代公式，就可以画出线段上的各个点。

用 Bresenham 方法完成所有边缘端点的连接，并设定一个边缘长度阈值，将长度小于阈值的边缘删除。选择较小的边缘长度阈值将减弱过滤噪声的能力；边缘长度阈值过大，将删除一些反映图像细节的短边缘。目前还没有找到根据图像特征自适应选择边缘长度阈值的方法，比较通用的方法是

预先指定一个边缘长度阈值，根据处理结果选择合适的边缘长度阈值。

### 2.3 层位追踪法应用原理

如图 5 所示，基于 Bresenham 算法的边缘连接包括 3 个步骤：(1) 边缘连接处理前去除孤立的边缘点；(2) 用 Bresenham 直线生成算法完成所有边缘端点的连接；(3) 设定一个边缘长度阈值，将长度小于阈值的边缘删除。可以看出，基于 Bresenham 算法的边缘连接是基于隐 Markov 模型的层位追踪的补充，目的在于克服仅仅利用隐 Markov 模型的层位追踪法的不足，优化层位追踪法，使更精确地提取地下煤层。

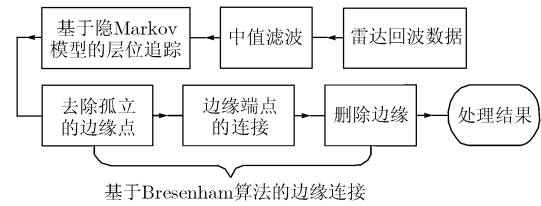


图 5 基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法应用流程图

### 3 实测数据处理结果和分析

图 6(a)，图 7(a)是探地雷达回波数据剖面图，图 6(b)，图 7(b)是利用隐 Markov 模型进行层位追踪的追踪结果图；图 6(c)，图 7(c)是利用基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法进行层位追踪的追踪结果图。从上述实测数据图中可以明显看出，无论是追踪的精确度还是完整度，基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法远远优于单纯利用隐 Markov 模型的层位追踪法，大大改进了基于隐 Markov 模型层位追踪法的不足，使更准确地提取地下反射层，从而更精确地进下地质解释，进一步推进了探地雷达在地下目标探测中的应用。

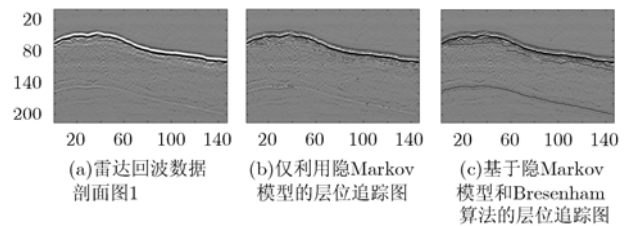


图 6

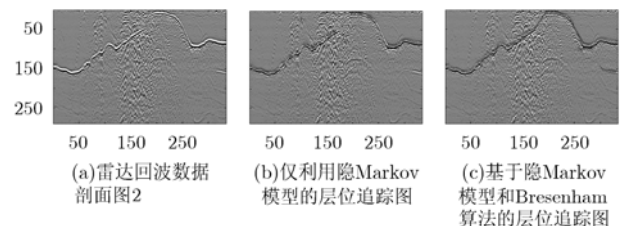


图 7

#### 4 结束语

通过对隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的应用,本文提出了一种基于隐 Markov 模型和 Bresenham 算法的层位追踪法。实测数据处理结果表明:新方法大大改进了单纯利用隐 Markov 模型进行层位追踪的不足,提高了层位追踪的精确度。但新方法还存在一定不足之处:在经过杂波抑制(如中值滤波)之后,如果信噪比 SNR 小于等于零,则新方法不能精确追踪这些强度低于噪声的弱反射信号的反射层,从上述实测数据处理结果中也可以看出这个缺点;再者,仅仅利用隐 Markov 模型进行层位追踪是一种非常快速的方法,结合了基于 Bresenham 算法的边缘连接以后,虽然精确度产生了质的飞跃,但速度明显下降,已经不适合进行实时处理。

#### 参考文献

- [1] 陈洁. 超宽带雷达信号处理及成像方法研究. [博士论文], 中国科学院电子学研究所, 2007.
- [2] 汪卫民. 高速公路界面检测与跟踪技术研究. [硕士论文], 中国民用航空学院, 2003.
- [3] Spagnolini U and Rampa V. Multitarget detection/tracking for monostatic ground penetrating radar: Application to pavement profiling. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(1): 383-394.
- [4] Srinivasamurthy V. Model based signal processing algorithm for MIDP GPR. [Master dissertation], Information and Telecommunication Technology Center, The University of Kansas, June 2005.
- [5] Streit R L and Barrett R F. Frequency line tracking using hidden Markov models. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(4): 586-598.
- [6] Rampa V and Spagnolini U. Multitarget detection/tracking of echoes with known waveform: algorithm and applications. Proc. ICASSP, Munich, Germany, 1997, 1: 487-490.
- [7] Nicoli M, Rampa V, and Spagnolini U. Hidden Markov model for multidimensional wavefront tracking. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(1): 651-662.
- [8] Bresenham J E. Algorithm for computer control of a digital plotter. *IBM Systems Journal*, 1965, 4(1): 25-30.

俞燕浓: 女, 1982年生, 硕士生, 研究方向为探地雷达信号处理方法研究.

方广有: 男, 1963年生, 研究员, 研究方向为超宽带电磁学理论及其应用、超宽带成像雷达技术、微波成像新方法、新技术.