

## EBPSK 载波同步中的相位误差分析

戚晨皓 陈国强 吴乐南  
(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

**摘要:** 载波同步是通信中的重要环节。该文分析了 EBPSK 载波同步中的相位误差。首先在包含窄带高斯噪声的条件下, 通过建立锁相环线性化模型, 推导了 EBPSK 载波恢复中的输出相位噪声方差; 其次在相同的参数条件下, 与 BPSK 的平方环和 Costas 环输出相位噪声方差进行对比, 给出了不同输入信噪比和环路带宽下的仿真结果。研究表明, 在 EBPSK 占空比 1:9, 相位跳变  $\pi/4$ , 输入信噪比小于 6 dB 时, 恢复出的载波要比 BPSK 更加精确。

**关键词:** 扩展的二元相移键控; 锁相环; 相位噪声方差; 环路滤波器

中图分类号: TN914.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)09-2166-05

## Phase Error Analysis on EBPSK Carrier Synchronization

Qi Chen-hao Chen Guo-qiang Wu Le-nan

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** Carrier synchronization is one of the most important parts in communications. This paper makes analysis on PLL's phase error during EBPSK carrier recovery. Firstly, under the narrow band Gauss noise condition, PLL linear model is established and output phase noise variance is figured out. Then, comparisons are made with the squiring loop and Costas loop of BPSK. Some simulations are carried out with different input SNR and loop Bandwidth. The results demonstrate that EPBSK signal with duty ratio of 1:9, phase shift of  $\pi/4$ , and SNR lower than 6dB performs better than BPSK in carrier recovery.

**Key words:** EBPSK (Extended Binary Phase Shift Keying); PLL (Phase Locked Loop); Phase noise variance; LF (Loop Filter)

### 1 引言

频率是宝贵的资源, 研究高效的调制和解调技术具有重要的意义。扩展的二元相移键控(Extended Binary Phase Shift Keying, EBPSK)<sup>[1,2]</sup>通过对相移时长、相移大小等波形参数的调控, 可综合调整信号带宽、传输码率及解调性能; 配合基于单片锁相环(PLL)的解调结构, 对环路带宽、阻尼系数等参数进行联合优化, 可有效利用 PLL 的鉴相器(PD)提取有用信息, 简化接收机设计。

早在 1998 年, 美国加州大学的 McCune 在其博士论文中即提出了 EPSK(Extended Phase Shift Keying)的思想<sup>[3]</sup>, 他通过引入超过  $2\pi$  的相移角度, 拓展了调制的参数维数, 在保持星座点最小距离不变的前提下引入新的星座点, 实现了高阶调制, 其调制和解调均能由模拟的 FM, PM 方案实现<sup>[4]</sup>。但后续研究和国内的跟踪较少。本文讨论的 EBPSK 与 EPSK 有一定相似性, 都增加了调制参数, 由此 EBPSK 调制覆盖了经典的 2ASK, 2FSK, 2PSK,

成为一种统一的二进制调制解调方法; 但在具体的调制方式及实现方案上, EBPSK 和 EPSK 却完全不同。

文献[5]通过建立 PLL 的线性化模型, 对比分析了不同阻尼系数的相位阶跃误差响应和矩形相位误差响应, 推导了理想状态下 PD 输出的波形表达式, 并在包含窄带高斯噪声的条件下研究了 EBPSK 信号解调的最佳积分限取值, 给出了相应的仿真结果。本文在此基础上, 进一步讨论采用 PLL 解调时 EBPSK 载波同步中的相位噪声方差, 并与采用平方环和 Costas 环的 BPSK 相位噪声方差进行了对比分析。

### 2 EBPSK 的输出相位噪声方差

载波同步是通信中的重要环节, 它直接关系到信号解调的有效性和可靠性。EBPSK 通过 PLL 提取同频同相的载波, 共用 PLL 的 PD 进行信号解调, 由 PD 输出相位跳变进行积分判决<sup>[5]</sup>, 充分利用了 EBPSK 的信号特征, 简化了接收机结构。图 1 为 EBPSK 信号的载波同步系统框图, 主要由带通滤波器(BPF), 鉴相器(PD), 环路滤波器(LF)和压控振

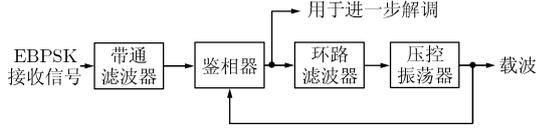


图 1 EBPSK 的载波同步系统框图

荡器(VCO)构成。

设带通滤波器带宽为  $B_i$ ，EBPSK 接收信号经其滤波后为

$$r(t) = A \sin[2\pi f_c t + \phi(t)] + n(t) \quad (1)$$

其中  $A$ ， $f_c$  和  $\phi(t)$  分别为 EBPSK 信号的幅度、频率和相位。

$n(t) = n_c(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] - n_s(t) \sin[2\pi f_c t + \phi(t)]$  (2) 为单边功率谱密度为  $N_0$ ，带宽为  $B_i$  的窄带加性高斯噪声，其同相分量  $n_c(t)$ ，正交分量  $n_s(t)$  与  $n(t)$  具有完全相同的统计特性。

为便于建立 PLL 的线性化模型，本文讨论的 PD 类型仍为普通的乘法器加低通滤波器结构。设 VCO 输出信号为  $\cos[2\pi f_c t + \hat{\phi}(t)]$ ，为简化分析，假设 PD 增益为 1，则 PD 输出信号为

$$e(t) = \frac{1}{2} A \sin \theta_e(t) + \frac{1}{2} n_1(t) \quad (3)$$

其中，相位误差  $\theta_e(t) = \phi(t) - \hat{\phi}(t)$ ，噪声项  $n_1(t) = n_c(t) \cos \theta_e(t) - n_s(t) \sin \theta_e(t)$ ， $n_1(t)$  与  $n(t)$  具有完全相同的分布。当  $\theta_e(t)$  小于 1 rad 时，近似有  $\sin \theta_e(t) \approx \theta_e(t)$ ，可建立如图 2 所示的 PLL 线性相位模型，并将噪声  $n_1(t)$  折算到 PLL 输入端，得到等效噪声  $n_2(t) = n_1(t) / A$ ，分布于  $[0, B_i / 2]$  范围内，其单边功率谱密度为  $2N_0 / A^2$ 。则 PLL 的输入相位噪声可表示为

$$\theta_{in} = \theta_e(t) + n_2(t) \quad (4)$$

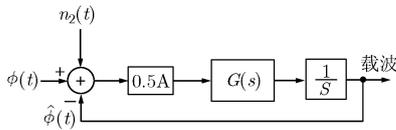


图 2 PLL 线性相位模型

图 2 中  $G(s)$  为 LF 的传递函数，为与经典分析一致，仍采用其拉普拉斯域表示形式。设 PLL 的闭环传递函数为  $H(f)$ ，定义环路单边等效噪声带宽  $B_L = \int_0^\infty |H(f)|^2 df$  [6]，则在 PLL 的输出相位噪声中，由  $n_2(t)$  引起的相位噪声方差为  $2N_0 B_L / A^2$ 。以下重点讨论 PLL 的输入相位噪声  $\theta_e(t)$  对载波恢复造成的影响。

对于 EBPSK 信号输入，有 [5]

$$\theta_e(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < T \quad \text{发送码元“0”} \\ \Delta\theta & 0 \leq t < \tau \\ 0 & \tau \leq t < T \quad \text{发送码元“1”} \end{cases}$$

其中， $T$  为码元周期， $\tau$  为相位跳变时间， $\Delta\theta$  为相位跳变角度。易见，上式与单极性归零码有一定相似性。令  $g(t) = \begin{cases} \Delta\theta, & 0 \leq t < \tau \\ 0, & \tau \leq t < T \end{cases}$ ，其傅里叶变换  $G(f)$

$$= \int_0^T g(t) e^{-j2\pi ft} dt = \frac{\Delta\theta}{j2\pi f} (1 - e^{-j2\pi f\tau}) \quad , \quad |G(f)|^2 = \frac{(\Delta\theta)^2 \sin^2 \pi f\tau}{\pi^2 f^2}$$

由单极性随机脉冲序列的功率谱密度公式 [7]，可得  $\theta_e(t)$  的功率谱密度为

$$P_\theta(f) = (\Delta\theta)^2 \left[ \frac{\sin^2 \pi f\tau}{4T\pi^2 f^2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \pi m\tau/T}{4\pi^2 m^2} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right] \quad (5)$$

不难发现， $P_\theta(f)$  由连续谱分量  $(\Delta\theta)^2 \frac{\sin^2 \pi f\tau}{4T\pi^2 f^2}$  和离散

谱分量  $(\Delta\theta)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \pi m\tau/T}{4\pi^2 m^2} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right)$  共同构成，

连续谱的第 1 零点为  $f = \pm 1/\tau$ ，离散线谱间隔为  $1/T$ 。由于 PLL 的环路带宽很窄，通常  $B_L \ll B_i \leq 1/T$ ，因此， $P_\theta(f)$  的连续谱分量在环路带宽内可近似看作常数，而离散线谱只需考虑原点附近的一根，其余均被 LF 滤除。由此可得  $\theta_e(t)$  引起的输出相位噪声方差为

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(f) |H(f)|^2 df \\ &= (\Delta\theta)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\sin^2 \pi f\tau}{4T\pi^2 f^2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \pi m\tau/T}{4\pi^2 m^2} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right] |H(f)|^2 df \\ &\approx (\Delta\theta)^2 \lim_{f \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin^2 \pi f\tau}{4T\pi^2 f^2} \right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df + (\Delta\theta)^2 \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{m \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin^2 \pi m\tau/T}{4\pi^2 m^2} \delta\left(f - \frac{m}{T}\right) \right] |H(f)|^2 df \\ &= \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2}{4T} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \\ &\quad + \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2}{4T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f) |H(f)|^2 df \\ &= \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2 B_L}{2T} + \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2 |H(0)|^2}{4T^2} \quad (6) \end{aligned}$$

由式(4)和式(6)可得 EBPSK 载波同步中，PLL 总的输出相位噪声方差为

$$\sigma_1 = \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2 B_L}{2T} + \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2 |H(0)|^2}{4T^2} + \frac{2N_0 B_L}{A^2} \quad (7)$$

作为衡量载波提取准确度的有效指标, 式(7)不仅与 EBPSK 信号参数  $\Delta\theta$ ,  $\tau$ ,  $T$ ,  $A$  密切相关, 而且与噪声功率谱密度  $N_0$ , PLL 环路带宽  $B_L$  相关。本文第 4 节的仿真分析将给出各参数的具体取值并进一步分析其影响; 而接下来的第 3 节将在 EBPSK 相同的参数条件下, 推导 BPSK 的输出相位噪声方差, 以便与 EBPSK 载波同步性能进行横向比较。

### 3 与 BPSK 的相位误差对比

BPSK 的载波同步通常有插入导频法和直接同步法两种, 前者速度快, 复杂度低, 但要消耗额外的功率; 后者直接从发送信号中提取载波, 较为方便, 因此本文主要讨论 BPSK 的直接法提取载波。直接法通常采用平方环或者 Costas 环, 分别如图 3 和图 4 所示。为与 EBPSK 进行对比, 本节 BPSK 推导采用的参数, 若未经说明, 定义与第 2 节相同。

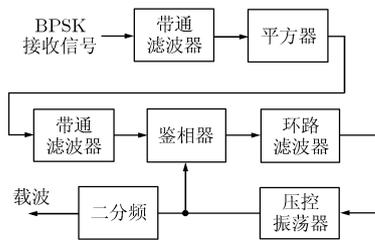


图 3 平方环系统框图

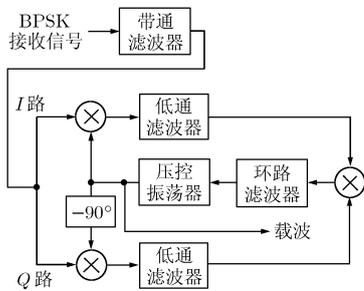


图 4 Costas 环系统框图

BPSK 抑制载波, 但它能通过非线性的平方运算, 抵消相位键控获得二倍频分量, 再经带通滤波和二频, 即可提取载波。设 BPSK 接收信号通过带宽为  $B_i$  的前置 BPF 后得到

$$r(t) = m(t) \cdot A \sin[2\pi f_c t + \phi(t)] + n(t) \quad (8)$$

其中  $m(t) = \pm 1$ , 包含了 BPSK 调制信息。

对  $r(t)$  进行平方, 并滤出二倍频附近的成分, 得到 PLL 输入信号为

$$x(t) = \left[ -\frac{1}{2} A^2 m^2(t) + A n_s(t) m(t) + \frac{1}{2} n_c^2(t) - \frac{1}{2} n_s^2(t) \right] \cdot \cos[2\pi f_c t + 2\phi(t)] + [A n_c(t) m(t) - n_c(t) n_s(t)] \cdot \sin[2\pi f_c t + 2\phi(t)] \quad (9)$$

送入 PD, 与 VCO 输出信号  $\cos[2\pi f_c t + \hat{\phi}(t)]$  相乘并滤除四倍频分量, 得到 PD 输出为

$$e(t) = K \sin 2\theta_e(t) + N(t) \quad (10)$$

其中

$$K = \frac{1}{4} A^2 m^2(t) \quad (11)$$

$$N(t) = \frac{1}{2} [-A m(t) n_s(t) - \frac{1}{2} n_c^2(t) + \frac{1}{2} n_s^2(t)] \sin 2\theta_e(t) + \frac{1}{2} [A m(t) n_c(t) - n_c(t) n_s(t)] \cos 2\theta_e(t) \quad (12)$$

建立平方环的线性化相位模型<sup>[6]</sup>, 可得其等效输入相位噪声为  $\theta_i(t) = N(t)/(2K)$ 。

因为  $n_c(t)$  与  $n_s(t)$  为独立的高斯随机过程, 均值为 0, 设方差为  $\sigma^2$ , 易得<sup>[8]</sup>,  $E\{\theta_i(t)\} = 0$ ,  $\sigma_{\theta_i} =$

$$E\{\theta_i^2(t)\} = \frac{1}{m^4(t) A^4} [m^2(t) A^2 N_0 B_i + N_0^2 B_i^2]; \text{ 而 } B_L$$

$\ll B_i$ , PLL 输入端的噪声功率谱在 PLL 环路带宽内可看作常数, 于是, 采用平方环提取载波的 BPSK 输出相位噪声方差为

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \sigma_{\theta_i} \frac{B_L}{B_i/2} = \frac{2N_0 B_L}{m^2(t) A^2} + \frac{2N_0^2 B_i B_L}{m^4(t) A^4} \\ &= \frac{2N_0 B_L}{A^2} + \frac{2N_0^2 B_i B_L}{A^4} \end{aligned} \quad (13)$$

对于采用图 4 Costas 环提取 BPSK 载波, 用类似推导方法得到的输出相位噪声方差, 结果和式(13)完全相同。对比式(7)和式(13)不难发现, 两式均含有  $2N_0 B_L/A^2$  项, 这恰是未调制正弦波产生的输出相位噪声方差, 而 EBPSK 调制额外引入的相位噪声方差体现为  $(\Delta\theta)^2 \tau^2 B_L/(2T) + (\Delta\theta)^2 \tau^2 |H(0)|^2/(4T^2)$ , BPSK 调制额外引入的相位噪声方差体现于  $2N_0^2 B_i B_L/A^4$ , 在一定的参数条件下对两者进行比较分析, 有利于提高载波恢复精度和充分利用 EBPSK 的信号特征。

### 4 仿真结果分析

考虑 LF 为一阶理想积分滤波器时的二阶 PLL 结构<sup>[5]</sup>, 此时  $G(s) = (\tau_2 \cdot s + 1)/\tau_1 \cdot s$ , 其中  $\tau_1 = k_0/\omega_n^2$ ,  $\tau_2 = 2\xi/\omega_n$ ,  $k_0$ 、 $\xi$  和  $\omega_n$  分别为 VCO 输入灵敏度、环路阻尼系数和无阻尼振荡频率。  $H(s) = k_0 G(s)/(k_0 G(s) + s) = 2\xi\omega_n s + \omega_n^2/(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)$ , 则  $H(0) = 1$ 。定义输入信噪比  $\text{SNR} = A^2/(2N_0 B_i)$ , 设 EBPSK 与 BPSK 具有相同的 SNR,  $B_L$  和  $T$ , 在此前提下对两者进行比较, 令

$$Y = \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2}{4T^2} - B_L \left[ \frac{1}{2B_i (\text{SNR})^2} - \frac{(\Delta\theta)^2 \tau^2}{2T} \right] \quad (14)$$

易见, 当  $B_L > \frac{B_i (\Delta\theta)^2 \tau^2 (\text{SNR})^2}{2T^2 - 2TB_i (\Delta\theta)^2 \tau^2 (\text{SNR})^2}$  时,  $Y < 0$ ,

此时 EBPSK 恢复出载波的相位噪声方差小于 BPSK; 而当  $0 < B_L < \frac{B_i(\Delta\theta)^2\tau^2(\text{SNR})^2}{2T^2 - 2TB_i(\Delta\theta)^2\tau^2(\text{SNR})^2}$  时,  $Y > 0$ , BPSK 恢复出的载波性能更占优势。取载波频率  $f_c = 46.5 \text{ kHz}$ , 传输码率  $R_b = 4.65 \text{ kbps}$ ,  $T = 1/R_b = (1/4650) \text{ s}$ ,  $B_i = 2/T = 9.3 \text{ kHz}$ , EBPSK 占空比 1:9,  $\tau = T/10 = (1/46500) \text{ s}$ ,  $\Delta\theta = \pi/4$ , 作出两种调制方式输出相位噪声方差随  $B_L$  和 SNR 变化的 3 维曲线, 如图 5 所示, 两者差别并不明显, EBPSK 在 SNR 较低、 $B_L$  较大时更占优势。

为进一步比较, 分别作出两种调制方式在不同  $B_L$ , 不同 SNR 条件下的性能对比曲线, 如图 6, 图 7 所示。不失一般性, 图 6 中固定 SNR = 6 dB, 在  $B_L > 565 \text{ Hz}$  时, EBPSK 的输出相位噪声方差略小于 BPSK, 而  $B_L$  较小时, BPSK 提取的载波更精确。图 7 中固定  $B_L = 600 \text{ Hz}$ , 在 SNR < 6 dB 时, EBPSK 载波恢复性能优于 BPSK; 而在 SNR 较高时两者输出相位噪声方差都较小。

由于 EBPSK 的载波同步与解调密切相关, 调整 EBPSK 参数, 降低占空比、减小跳变角度还能

进一步提高载波恢复的准确度, 获得更小的相位噪声方差; 但同时也要兼顾其解调性能, 以实现整体的最优; 因此, 本节 EBPSK 参数的选择经过了折中的考虑。文献[5]曾讨论了不同阻尼系数对 EBPSK 解调最佳积分限的影响, 依据相同的思路, 利用  $B_L = \int_0^\infty |H(f)|^2 df = \frac{\omega_n}{8\xi}(1 + 4\xi^2)$  的关系, 不难获得本文图 6, 图 7 参数条件下相应的最佳积分限取值, 在此不再赘述。

综上所述, EBPSK 载波同步性能尽管与 BPSK 差别并不明显, 但前者在低信噪比、大环路带宽时仍更占优势。另外, 由于 BPSK 是抑制载波的, 它并不适用于图 1 所示的单环结构, 必须采用平方环和 Costas 环提取载波, 但会引入  $\pi$  相位的模糊, 通常的解决方案是差分编码, 为此必须付出约 3 dB 额外信噪比的代价, 而 EBPSK 不存在此问题。若对 EBPSK 采用的单环引入  $I, Q$  两路正交鉴相<sup>[9]</sup>结构, 则图 2 线性相位模型适用范围可由  $(-\pi/2, \pi/2)$  拓展为  $(-\pi, \pi)$ , EBPSK 载波恢复性能将有更大的优势。

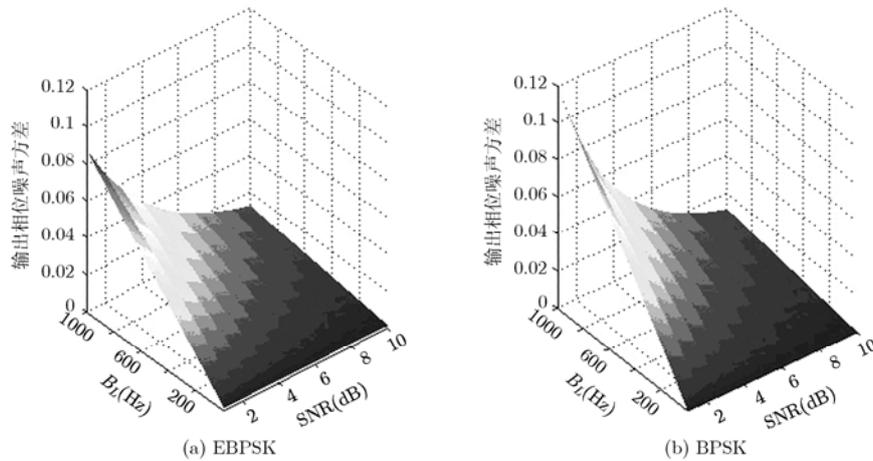


图 5 EBPSK 和 BPSK 输出相位噪声方差对比

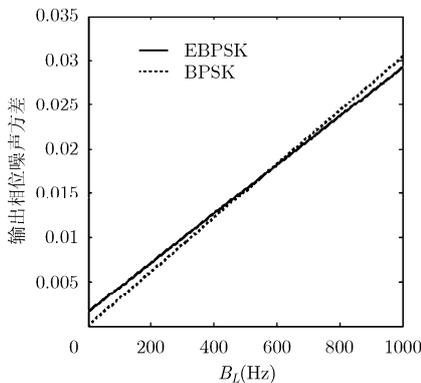


图 6 两种调制方式在不同  $B_L$  下的性能对比

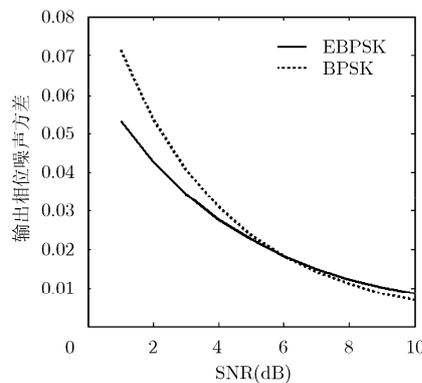


图 7 两种调制方式在不同 SNR 下的性能对比

## 5 结束语

本文探讨了 EBPSK 的载波同步性能, 分析了采用单环提取 EBPSK 载波的输出相位噪声方差, 并与 BPSK 采用平方环和 Costas 环提取载波的性能进行了比较, 给出了理论分析和仿真结果, 发现当 PLL 输入 SNR 较低而  $B_L$  较大时, EBPSK 具有一定的优势; 另外, EBPSK 也避免了差分编码的 3 dB 信噪比损失。文中利用了 PLL 前置 BPF 的带宽进行推导和计算, 但并未涉及滤波器的具体实现形式, 这将是后续研究工作的重点。

### 参考文献

- [1] 吴乐南, 张士凯. 统一的二元相位调制和解调方法. 中国发明专利号: CN 1889550A, 2007.
  - [2] Qi Chen-hao, Feng Man, and Wu Le-nan. Analysis of transmission system based on phase locked loop. The Third International Conference on Natural Computation (ICNC'07), Hainan, China, 2007, 2: 415-419.
  - [3] McCune E W. Extended Phase-Shift Keying. [Ph.D. dissertation], Electrical and Computer Engineering, University of California, August 1998.
  - [4] McCune E W and Soderstand M A. Digital signal processing for extended phase-shift keying (EPSK)-a new modulation scheme. 42nd Midwest Symposium on Circuits and Systems, Las Cruces, NM, USA, 1999, 2: 817-820.
  - [5] 戚晨皓, 陈国强, 吴乐南. 二阶锁相环的 EBPSK 信号解调分析. 电子与信息学报, 2009, 31(2): 418-421.
  - [6] 张厥盛, 郑继禹, 万心平. 锁相技术. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004: 60-64.
  - [7] 樊昌信等. 通信原理(第五版). 北京: 国防工业出版社, 2002: 95-96.
  - [8] Proakis J G. Digital Communications. Third Edition, New York: McGraw-Hill, 1999: 40-41.
  - [9] 屈强等. 软件锁相环的设计与应用. 遥测遥控, 2007, 28(1): 10-14.
- 戚晨皓: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为多媒体通信和数字广播.
- 吴乐南: 男, 1952 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多媒体通信与信息处理.