通道参数对 MPCA 传播特性的影响分析

夏新仁 尹成友

(解放军电子工程学院 合肥 230037)

摘 要: 该文针对现有高功率微波武器辐射天线的不足,提出了将磁化等离子体通道用作电磁脉冲辐射天线的思想 ——磁化等离子体通道天线(MPCA),分析了 MPCA 周围为有耗气体媒质时 MPCA 所传播的一般模式。简单阐述 了 MPCA 的具体实现方法,根据 MPCA 的工作原理,建立了 MPCA 的几何模型,导出了广义柱坐标系下磁化等 离子体中纵向场所满足的波动方程及纵-横的关系,利用边界条件导出了 MPCA 严格的特征方程。重点讨论了 MPCA 的传播常数随等离子体通道参数(等离子体频率和通道半径)的变化。结果表明,强磁场时等离子体频率对 天线衰减常数影响增大,且有一极值出现。

关键词:磁化等离子体通道天线;特征方程;传播特性 中图分类号:TN820;TN136 文献标识码:A

文章编号: 1009-5896(2009)05-1256-04

Analysis of Channel Parameter on MPCA Propagation Properties

Xia Xin-ren Yin Cheng-you

(Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China)

Abstract: In order to cover the shortage of the current antenna for high power microwave weapon, the idea of a magnetized plasma channel used as antenna for radiating electromagnetic pulse is proposed. The normal modes of Magnetized Plasma Channel Antenna (MPCA) in lossy gas are analyzed. The concrete realization method of MPCA is simply described. The geometric-model of MPCA is created based on the operating principle of the antenna. The wave equations for the longitudinal electromagnetic fields and the relations between the transverse electromagnetic fields and longitudinal ones of magnetized plasma in generalized cylindrical coordinate are given. The strict characteristic equation of MPCA is deduced by using the boundary conditions of electromagnetic fields. Discussion is stressed on the variations of propagation constants with plasma channel parameters (plasma frequency and channel radius). The analysis shows that the influence of plasma frequency on the attenuation constant of MPCA is increasing, and an extremum point is appeared.

Key words: MPCA (Magnetized Plasma Channel Antenna); Characteristic equation; Propagation properties

1 引言

等离子体作为物质的第四态,已经广泛应用于各个领域 中。在天线中,如果等离子体密度高,信号频率不能穿透等 离子体,趋肤深度很小,与金属天线类似,会沿着等离子体 传播,即利用等离子体的导电性能做等离子体天线,由于它 的反射、吸收电磁波特性,同时又具有隐身能力^[1,2]。

近年来,随着高功率微波源的理论与技术取得突破性进展,高功率微波武器(HPMW)逐步从实验室阶段转向实用化 阶段,各军事强国都积极地投入到 HPMW 的研制中^[3,4],但 由于高功率击穿产生的"尾蚀效应"和大气层引起的"吸收 峰"作用,严重限制了 HPMW 的作用范围^[5,6]。这就对 HPMW 的天馈系统提出了很高的要求。目前,国内外研制 的电磁脉冲天线主要有加载天线(加载振子或加载片状辐射

2008-03-09收到,2009-03-04改回 国家自然科学基金(60671057)资助课题 器)和 TEM 喇叭天线。TEM 喇叭天线虽然结构简单,但方 向性不强,口面利用不充分,容易产生击穿,且机动性差^[7,8]。 故对 HPMW 天线的研究成为迫在眉睫的重要研究课题。众 所周知,当超短强激光脉冲通过低压气体时,就会使得气体 电离,产生等离子体通道^[9]。鉴于此,文中提出用激光产生 的等离子体通道用作 HPMW 天线的思想,即等离子体通道 天线(PCA)。而 PCA 的物理基础主要涉及到电磁波在等离 子体通道中的传播,又因任何工程应用均以全面了解本征模 的特性为前提条件^[10,11],故对色散方程的推导和分析十分 必要。

本文首先简单的阐述了 MPCA 思想的具体实现方法, 在此基础上,建立了 MPCA 的分析模型,推导出广义柱坐 标系下纵向分量所满足的波动方程出发,在广义柱坐标系中 给出了纵-横关系,利用边界条件导出了 MPCA 严格的特征 方程。最后,运用数值方法对特征方程进行求解,分析了天 线传播常数随通道参数的变化,结果表明,PCA 在强磁场中 与无磁场时存在主要差异是强磁场中等离子体频率对 PCA 衰减常数影响增大,且有一极值出现。

2 MPCA 的系统实现预案

本文提出的 MPCA 旨在利用高功率激光脉冲产生的大 气等离子体通道来导行、辐射高功率电磁脉冲,高效毁伤敌 方目标。图 1 是 MPCA 的系统实现原理示意图。其工作原 理为:在雷达提供敌方目标具体方位的前提下,高功率脉冲 激光器对准某一近距离敌方目标发射超短强激光脉冲,使得 大气电离,在空间形成指向敌方目标的长等离子体通道,同 时,同步信号控制高功率电磁脉冲发生器产生高功率电磁脉 冲,通过天线耦合装置将电磁脉冲耦合到激光等离子体通 道,这样,一方面电磁脉冲与激光产生的等离子体区以接近 光速的速度同步向前传输,并最终高精度、高效率击中迎面 目标;另一方面用大气电离产生的等离子体通道作为辐射电 磁脉冲的天线使用,将电磁脉冲从通道侧面辐射出去摧毁敌 方目标。



图 1 MPCA 的系统实现图

3 理论推导

根据上面所提及的 MPCA 的工作原理,可以考虑到两 点:一是认为高功率电磁脉冲的传输始终滞后激光传输某一 时间间隔,故等离子体通道可以近似为无限长的等离子体圆 柱;二是认为激光等离子体通道是沿 z 轴方向的、密度均匀、 半径 a 不变的等离子体圆柱。为了不失一般性,考虑通道周 围为一般的电性或磁性有耗介质。另外,这里考虑到地磁场 的存在,即认为通道内为磁化等离子体。综合考虑,将 MPCA 近似为周围充满有耗介质的无限长磁化等离子体圆柱,具体 如图 2 所示。

对于通道内等离子体,在认为地磁场为无穷大时,其相 对张量介电常数为^[12]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \operatorname{diag}[1, 1, \varepsilon] \tag{1}$$

其中 $\varepsilon = 1 - X^2$, $X = \omega_p / \omega$, $\omega_p = \sqrt{ne^2 / (m_e \varepsilon_0)}$ 为等离子



图 2 MPCA 的分析模型

体频率, ω 为天线所传播电磁波的频率,n为电子密度,e为电子电量, m_e 为电子质量。

在广义柱坐标系(u,v,z)下,利用磁化等离子体的本构关 系和其中的电磁场满足的 Maxwell 方程组,消除横向分量, 就可以得到地磁场为无穷大时磁化等离子体中的电磁场纵 向分量所满足的波动方程为

$$\{\nabla_{\perp}^{2} + [(k_{0}^{2} - k^{2})\varepsilon]\}E_{z} = 0$$
⁽²⁾

$$[\nabla_{\perp}^{2} + (k_{0}^{2} - k^{2})]H_{z} = 0$$
(3)

其中 $\nabla_{\perp}^2 = \nabla^2 - \partial^2 / \partial z^2$, $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$, k 为待求波矢。式 (2),式(3)即为外加磁场为无穷大时,磁化等离子体中的纵向电磁场所满足的波动方程。由此可知,在这种情况下,电 磁场的纵向分量可以相互独立,这说明在背景磁场为无穷大的等离子体通道中既可以传播相互独立的 TM 波和 TE 波, 也可以传播混合模式的 EH 波或 HE 波。由式(2),式(3), 并结合波函数的性质^[13-16],可知地磁场为无穷大时,等离 子体通道中的纵向场分量可设为

$$E_{pz} = A_{l}J_{n}(p_{l}r)e^{-jkz+jn\theta}$$

$$\tag{4}$$

$$H_{pz} = A_2 J_n(p_2 r) e^{-\jmath k z + \jmath n \theta}$$

$$\tag{5}$$

其中 $p_1 = (k_0^2 - k^2)\varepsilon$, $p_2 = k_0^2 - k^2$, A_1 , A_2 为待定的常数。 同理, 若式(1)的相对张量介电常数退化为标量 ε_m , 并

且 μ_0 变为 μ_m ,经过同样的推导,并结合波函数的性质,可得 MPCA 周围有耗气体媒质中的纵向场分量可表示为

$$E_{Lz} = B_1 H_n^{(2)}(p_L r) e^{-jkz + jn\theta}$$
(6)

$$H_{Lz} = B_2 H_n^{(2)}(p_L r) e^{-jkz + jn\theta}$$
(7)

其中 $p_L = \sqrt{k_L^2 - k^2}$, $k_L = \omega \sqrt{\mu_m \varepsilon_m}$ 。 $\varepsilon_m = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\mu_m = \mu_0 \mu_r$ 分别为周围有耗气体媒质的介电常数和磁导率, B_1 , B_2 为 待定的常数。

由式(4)-式(7),并利用纵-横关系式,可求得横向电磁场。 下面在广义柱坐标系(u,v,z)下,求解磁化等离子体中的纵-横关系。假定电磁波沿z方向传播,波的传播因子为 exp(-jkz),设u,v方向的拉梅系数分别为h₁,h₂。将 Maxwell方程中的矢量和旋度写成横向分量和纵向分量之和 的形式,并利用旋度的性质将其展开后可得

$$-j\omega\mu_0 \boldsymbol{H}_t = \nabla_t \times \boldsymbol{E}_z + \nabla_z \times \boldsymbol{E}_t \tag{8}$$

$$j\omega\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{E}_t = \nabla_t \times \boldsymbol{H}_z + \nabla_z \times \boldsymbol{H}_t \tag{9}$$

式中下标 t 表示横向分量或横向微分运算。将式(8)两边乘以 *jωε*,用 ∇, 叉乘式(9)后代入之可得

 $\omega^{2}\mu_{0}\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{H}_{t} = j\omega\boldsymbol{\varepsilon}\cdot(\nabla_{t}\times\boldsymbol{E}_{z}) + \nabla_{z}\times\nabla_{t}\times\boldsymbol{H}_{z} + \nabla_{z}\times\nabla_{z}\times\boldsymbol{H}_{t}$ (10)

用微分恒等式将式(10)展开后可得

$$\omega^2 \mu_0 \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{H}_t = j \omega \boldsymbol{\varepsilon} \cdot (\nabla_t \times \boldsymbol{E}_z) - j k \nabla_t \boldsymbol{H}_z + k^2 \boldsymbol{H}_t$$
(11)

同理,由式(9)可得

 $\omega^2 \mu_0 \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{E}_t = -j\omega\mu_0 \nabla_t \times \boldsymbol{H}_z - jk\nabla_t \boldsymbol{E}_z + k^2 \boldsymbol{E}_t$ (12)

利用广义柱坐标系下旋度和梯度的定义,并将式(11),

式(12)写成分量表达式的形式,求解 H_u , H_v , E_u , E_v 可得

$$\begin{bmatrix} E_u \\ E_v \\ H_u \\ H_v \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} -jk & 0 & 0 & -j\omega\mu_0 \\ 0 & -jk & j\omega\mu_0 & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon_0 & -jk & 0 \\ -j\omega\varepsilon_0 & 0 & 0 & -jk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_z / (h_1\partial u) \\ \partial E_z / (h_2\partial v) \\ \partial H_z / (h_1\partial u) \\ \partial H_z / (h_2\partial v) \end{bmatrix}$$
(13)

其中 $N = k_0^2 - k^2$ 。式(13)就是广义柱坐标系下磁化等离子体 中的纵-横关系。在圆柱坐标系下, 拉梅系数 h_1 , h_2 满足: $h_1 = 1$, $h_2 = r$ 。 u, v分别为: u = r, $v = \theta$, 则可得 纵-横关系为

$$\begin{bmatrix} E_{pr} \\ E_{p\theta} \\ H_{pr} \\ H_{p\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} -jk & 0 & 0 & -j\omega\mu_0 \\ 0 & -jk & j\omega\mu_0 & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon_0 & -jk & 0 \\ -j\omega\varepsilon_0 & 0 & 0 & -jk \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial E_{pz} / \partial r \\ \partial E_{pz} / (r\partial\theta) \\ \partial H_{pz} / \partial r \\ \partial H_{pz} / (r\partial\theta) \end{bmatrix}$$
(14)

同样,若式(1)的相对张量介电常数退化为标量 ε_m ,并 且 μ_0 变为 μ_m ,经过同样的推导,可得圆柱坐标系下周围有 耗气体媒质中的纵-横关系为

$$\begin{bmatrix} E_{Lr} \\ E_{L\theta} \\ H_{Lr} \\ H_{L\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{p_L^2} \begin{bmatrix} -jk & 0 & 0 & -j\omega\mu_m \\ 0 & -jk & j\omega\mu_m & 0 \\ 0 & j\omega\varepsilon_m & -jk & 0 \\ -j\omega\varepsilon_m & 0 & 0 & -jk \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \partial E_{Lz} / \partial r \\ \partial E_{Lz} / (r\partial\theta) \\ \partial H_{Lz} / \partial r \\ \partial H_{Lz} / (r\partial\theta) \end{bmatrix}$$
(15)

由式(4),式(5)和式(14)可得等离子体通道内的横向场的 切向分量为

$$E_{p\theta} = \frac{1}{k_0^2 - k^2} \left[\frac{kn}{r} J_n(p_1 r) A_1 + j\omega \mu_0 p_2 J'_n(p_2 r) A_2 \right] e^{-jkz + jn\theta}$$
(16)
$$H_{p\theta} = \frac{1}{k_0^2 - k^2} \left[-j\omega \varepsilon_0 p_1 J'_n(p_1 r) A_1 + \frac{kn}{r} J_n(p_2 r) A_2 \right] e^{-jkz + jn\theta}$$
(17)

同样,由式(6),式(7)和式(15)可得等离子体通道周围媒质中的横向场的切向分量

$$E_{m\theta} = \frac{1}{k_m^2 - k^2} \left[\frac{kn}{r} H_n^{(2)}(pr) B_1 + j\omega \mu_m p H_n^{(2)\prime}(pr) B_2 \right] e^{-jkz + jn\theta}$$
(18)

$$H_{m\theta} = \frac{1}{k_m^2 - k^2} \bigg[-j\omega\varepsilon_m p H_n^{(2)\prime}(pr) B_1 + \frac{kn}{r} H_n^{(2)}(pr) B_2 \bigg] e^{-jkz + jn\theta}$$
(19)

由式(4)-式(7)和式(16)-式(19),并利用等离子体与周围媒质 的交界面处(即r = a处)切向分量相等,可以得到一组关于 A_1 , A_2 , B_1 , B_2 线性方程组。由方程组有非零解的条件, 即系数行列式为零,可得到所要分析问题的特征方程为 $[\varepsilon_{mr}x_m^2 MH(x_m) - x_{n1}^{2}J(x_{n1})][\mu_{mr}x_m^2 MH(x_m) - x_{n2}^{2}J(x_{n2})]$

$$-n^{2} \left(k/k_{0}\right)^{2} \left(1-M\right)^{2} = 0$$
(20)

其 中 $M = (k_0^2 - k^2)/(k_m^2 - k^2)$, $pa = x_m$, $p_1a = x_{p1}$, $p_2a = x_{p2}$, $H(x_m) = H_n^{(2)'}(x_m)/[x_m H_n^{(2)}(x_m)]$, $J(x_{p1}) = J_n^{'}(x_{p1})/[x_{p1}J_n(x_{p1})]$, $J(x_{p2}) = J_n^{'}(x_{p2})/[x_{p2}J_n(x_{p2})]$.

4 数值计算与分析

图 3-图 6 给出了 MPCA 的传播常数(包括衰减常数和相

移常数)与通道内等离子体频率的关系曲线。由此可知: 一是 当 $\omega_p/\omega < 0.1$ 时,周围有耗介质的特性对 MPCA 的衰减常 数没有影响;二是当 $\omega_p/\omega < 0.8$ 时,周围为磁性有耗介质的 MPCA 的衰减常数小于周围是电性有耗介质的情况,且前者 有一极小值,后者有一极大值;三是当 $0.8 < w_p/w < 1$ 时, 周围为磁性有耗介质的 MPCA 的衰减常数变化要比周围是 电性有耗介质时变化剧烈的多;四是与衰减常数相比,相移 常数受通道内等离子体频率的影响相对较小,当 $0.3 < \omega_p/\omega$ <1时,随着 ω_p/ω 的增大,周围为电性有耗介质的 MPCA 的相移常数呈现增大的趋势,而周围是磁性有耗介质的情况 恰好相反,当 $\omega_p/\omega < 0.3$ 时,两种情况下的 MPCA 的相移 常数趋于一致。



图 7-图 8 给出了 MPCA 的传播常数与通道半径的关系 曲线。由此可以看出:一是随着通道半径的增大(即 a/λ 的增 大),MPCA 的衰减常数都减小,但周围为电性有耗介质的 MPCA 的衰减常数的减小速度要比周围是磁性有耗介质时 的减小速度略快;二是当 $a/\lambda < 5$ 时,周围为磁性有耗介质的 MPCA 的相移常数变化要比周围为电性有耗介质时剧烈得 多,当 $a/\lambda > 5$ 时,两种情况下的 MPCA 的相移常数变化趋 于一致。

5 结束语

本 文讨 论 了 等 离 子 体 频率 和 等 离 子 体 通 道 尺 寸 与 MPCA 传播特性之间的关系。在认为地磁场为无穷大时,磁 化等离子体中纵向场分量所对应的波动方程并不相互耦合,



MPCA 的传播常数与通道参数的关系密切,使得我们通过改 变通道参数来控制 MPCA 的传播特性成为可能。本文为进 一步研究有限磁场情况下 MPCA 的传播特性提供了有益的 理论基础,并为该思想的实现打下了坚实的理论基础。

参考文献

- Tret'yakov D V. Spark plasma antenna [J]. Journal of Communications Technology and Electronics, 2008, 53(7): 823–828.
- [2] Fathy A E, Rosen A, and Owen H S, et al.. Silicon-based reconfigurable antennas-concepts, analysis, implementation, and feasibility [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory* and Techniques, 2003, 51(6): 1650–1661.
- [3] Ginzburg N S, Korovin S D, and Pegel I V, et al. Production of ultra-short high-power microwave pulses in Čerenkov backward-wave systems [J]. Laser Physics, 2006, 16(1): 79–88.
- [4] 邢召伟,周东方,邵颖等.高功率微波在抗击巡航导弹中的应用[J].信息工程大学学报,2006,7(1):28-30.
 Xing Zhao-wei, Zhou Dong-fang, and Shao Ying, et al..
 Application of high power microwave to attacking cruise missile [J]. Journal of Information Engineering University, 2006,7(1):28-30.
- [5] Lu Xun. Research on high power microwave pulse in the air breakdown [C]. 6th international symposium on antennas, propagation and EM theory proceedings, Beijing, 2003: 537–540.
- [6] Yang J H, Niu Z X, and Zhou D F, et al.. The temporal disperse character in the nonlinear propagation of high power microwave[C]. Asia-Pacific Radio Science Conference, Qingdao, 2004: 459–461.
- [7] Guo Chen, Zhang An-xue, and Wu Hui. A High-power reflector impulse antenna with dual-TEM source [J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves,

2008, 29(7): 832-838.

- [8] Gubanov V P, Korovin S D, and Pegel I V, et al. Generation of high-power ultrawideband electromagnetic pulses in a system with a coaxial TEM horn [J]. Russian Physics Journal, 1996, 39(12): 1250–1256.
- [9] Hao Z Q, Zhang J, and Li Y T, et al. Prolongation of the fluorescence lifetime of plasma channels in air induced by femtosecond laser pulses [J]. Applied Physics B, 2005, 80(3): 627–630.
- [10] 钱志华. 等离子体天线的辐射和散射特性分析[D]. [博士论文]. 南京:南京理工大学, 2006.

Qian Zhi-hua. Analysis of radiation and scattering characteristics of plasma antenna [D]. [Ph.D. dissertation].Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006.

- [11] Fu Wenjie and Yan Yang. Harmonic generation of high-power microwave in plasma filled waveguide [J]. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2008, 29(10): 43–50.
- [12] 夏新仁, 尹成友, 钱志华. 任意磁偏角磁化等离子体的PLRC-FDTD算法[J]. 微波学报, 2008, 24(4): 15-19.
 Xia Xin-ren, Yin Cheng-you, and Qian Zhi-hua. Piecewise linear recursive convolution for magnetized plasma with arbitrary magnetized declination using FDTD [J]. Journal of Microwaves, 2008, 24(4): 15-19.
- [13] Shlapakovski A S and Krasnitskiy M Y. Azimuthally asymmetric eigenmodes of a magnetized plasma cylinder around a dielectric rod in a circular waveguide [J]. *Plasma Physics Reports*, 2008, 34(1): 31–42.
- [14] Vdovichenko I A and Markov G A. Dispersion properties and field structures of eigenmodes of nonuniform plasma waveguides in a longitudinal magnetic field [J]. *Radiophysics* and Quantum Electronics, 2006, 49(7): 547–556.
- [15] Kuzelev M V and Khundzhua N G. The theory of surface waves in waveguides filled with a smoothly inhomogeneous plasma [J]. Journal of Communications Technology and Electronics, 2008, 53(6): 689–694.
- [16] Hu B J and Wei G. Numerical simulation of the fundamental mode of a magnetoplasma rod surrounded by a lossless dielectric layer [J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2001, 29(1): 1–7.
- 夏新仁: 男,1976年生,工程师,从事电磁散射、电磁场数值计 算、等离子体天线等研究工作.
- 尹成友: 男,1964年生,教授,主要从事电磁场与微波技术、电磁场数值计算、电磁散射的研究与教学工作.