

可分解的 RC-LDPC 码以及 HARQ 的设计

沈进旗 徐友云 俞晖 甘小莺
(上海交通大学电子工程系 上海 200240)

摘要: 该文提出了一种可分解的码率兼容 LDPC 码的构造方法, 该方法构造所得到的一个高码率 LDPC 码的校验矩阵中包含有若干低码率 LDPC 码的校验矩阵, 而且一个高码率的 LDPC 码又可以分解成多个性能优异的低码率的 LDPC 码进行编译码; 结合该特性设计了一种基于可分解的码率兼容 LDPC 码的混合自动重传方案。与普通的 ARQ 方案相比, 该重传方案不单能够通过重传获得更多的信息, 而且能够通过降低纠错码的码率来提高纠错码的性能。仿真结果表明, 当所采用 LDPC 码的码长为 2000 左右, 码率为 1/2 和 2/3 时, 与一般的 ARQ 相比, 该方案的误帧率以及吞吐量(小于 0.5 的时候)均能获得近 1.5dB 的增益。

关键词: 低密度校验码; 可分解; 可变码率; 边增长; 混合自动重传

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)04-0882-03

Design of Decomposable-Rate-Compatible LDPC Codes and HARQ Scheme

Shen Jin-qi Xu You-yun Yu Hui Gan Xiao-ying
(Dept. of Electronic Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200240, China)

Abstract: A novel method is proposed to construct Decomposable-Rate-Compatible LDPC (D-RC-LDPC) codes. The H matrix of a high rate LDPC codes constructed by this method contains a series of LDPC codes with low rate. The low rate codes can be encoded and decoded respectively which make the system more flexible. A new HARQ scheme based on D-RC-LDPC is also proposed, which is called DB-HARQ (D-RC-LDPC Based HARQ). It can transmit more information through re-transmit scheme and improve the performance of Error Correction Code (ECC) by lowering rate of the ECC. The scheme can improve the FER and throughput performance with 1.5 dB compared with normal ARQ scheme when the code length of is about 2000 and the code rate is 1/2 to 2/3.

Key words: LDPC codes; Decomposable; Rate-compatible; Progressive edge growth; HARQ

1 引言

HARQ是高速数据传输的基础技术之一。HARQ系统中所采用的纠错码的性能对这个系统的性能有较大的影响。因此选择一种合适的纠错码尤为重要。LDPC码具有逼近香农限的性能, 采用固定码率的LDPC码能够获得较大的编码增益。因此基于LDPC码的HARQ方案在过去的几年中受到了广泛的关注, 特别是建立在RC-LDPC码^[1]基础之上的II型HARQ。RB-HARQ^[2]是一种典型II型HARQ, 它是建立在软输入软输出译码基础之上的选择性重传。接收端译码错误时, 选出不可信的一些比特位并将其位置反馈给发送端, 要求发送端重发这些比特位。RB-HARQ方案中接收端需要反馈那些不可信的信息位的位置信息, 因此上行信道中反馈的信息比较多。为了更有效的实现重传, 文献[3-6]从研究LDPC码的结构出发, 构造出了一些具有特殊结构的RC-LDPC码。

采用RC-LDPC码的HARQ系统的接收端在不能正确译码的时候只需要反馈重传请求, 这样能够减少重传的比特数目, 提高系统的吞吐量。然而文献[3, 4]中所设计的方案只适用于非规则码。文献[5, 6]中设计的RC-LDPC码用于HARQ系统时, 其编译码器实现简单, 但是由于该结构的LDPC码会在 H 矩阵的右上部分引入零矩阵, 所以会使得整个 H 矩阵中的节点的连通性比单独构造的 H 矩阵要差, 这样左右部分的节点信息的相互传递不充分, 采用置信传播算法进行译码时必然不能达到最优性能。文献[7]中从LDPC码译码算法出发, 结合HARQ改进了系统中LDPC码的性能。文献[8]中结合重传与LDPC码性能的改善两个方面来优化系统的性能。该方案中重传后的校验信息与上次传输的部分信息组合成一个较低码率的LDPC码进行译码以更新部分节点的信息, 然后再用更新后的信息进行二次译码, 这样能获得较大的增益。然而该方案中是采用打孔的方式实现RC-LDPC的, 这样会带来一定的性能损失。且重传后的译码采用的是原来的高码率的纠错码, 因此该方案的系统的性能未得到最大的优化。

本文设计了一种可分解的可变码率 LDPC(D-RC-

2008-01-11 收到, 2008-06-10 改回

国家自然科学基金重点项目(60332030), 国家 863 计划项目(2007AA01Z237)和上海市科学技术委员会(05DZ22102)资助课题

LDPC)码以及相应的 HARQ 方案。D-RC-LDPC 码在各个码率下的码与单独构造的相同码率的 LDPC 码相比均无性能损失。D-RC-LDPC 具有可分解的特性,重传一定的校验信息后,原来高码率的 LDPC 码可以分解成多个低码率 LDPC 码进行译码,这样增强了系统的纠错性能,从而提高系统的吞吐量性能。本文称这种建立在 D-RC-LDPC 码基础上的 HARQ 方案为 DB-HARQ。

2 D-RC-LDPC 码的构造

为了实现可变码率的需求,本文所构造的 D-RC-LDPC 码的 \mathbf{H} 矩阵具有下图 1 所示的结构。

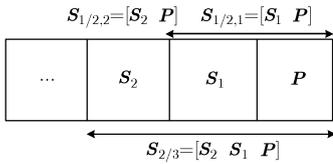


图 1 D-RC-LDPC 码 \mathbf{H} 矩阵的结构图

该结构中一个 \mathbf{H} 矩阵能够包含一系列码率为 $R_n = n/(n+1), n = 1, 2, \dots$ 的子矩阵。同时一个高码率 LDPC 码的 \mathbf{H} 矩阵能够分解成多个低码率 LDPC 码的 \mathbf{H} 矩阵,各码率的 LDPC 码的校验矩阵都有相同的校验部分 \mathbf{P} 。例如:图 1 中的一个 2/3 码率的 \mathbf{H} 矩阵 $\mathbf{H}_{2/3}$ 可以分解成两个 1/2 码率的 \mathbf{H} 矩阵 $\mathbf{H}_{1/2,1}, \mathbf{H}_{1/2,2}$ 。为了使得 $\mathbf{H}_{2/3}$ 能过分解成 $\mathbf{H}_{1/2,1}, \mathbf{H}_{1/2,2}$, 且 $\mathbf{H}_{1/2,1}, \mathbf{H}_{1/2,2}$ 各自代表一个 1/2 码率 LDPC 码,在构造的时候需要加入约束,使图中 \mathbf{H} 矩阵的每一块的行重列重都固定为 w 。

D-RC-LDPC 码的构造步骤总结如下:

(1) 采用 PEG^[9] 算法构造一个行重列重均为 w 的满秩的校验块 \mathbf{P} ;

(2) 加载校验块 \mathbf{P} , 采用 PEG 算法对 \mathbf{P} 进行扩展, 增添一个行重列重均为 w 信息块 \mathbf{S}_1 , 这样就得到了一个 1/2 码率 LDPC 码的校验矩阵 $\mathbf{H}_{1/2,1}$;

(3) 重复步骤(2)直到得到所需的最高码率的 \mathbf{H} 矩阵也就是最终所构造的 D-RC-LDPC 码的 \mathbf{H} 矩阵;

本文采用该方法构造了一个最高码率为 2/3 的 D-RC-LDPC 码的 \mathbf{H} 矩阵, 其中 $w = 3$, 校验位长度 $m = 1024$, 该矩阵中包含有 2 个 1/2 码率的子码。下文均以该码为例阐述 D-RC-LDPC 码的特性及应用。

3 D-RC-LDPC 码的特性

定义 图 1 所示结构的 2/3 码率的 D-RC-LDPC 码具有以下特性:

$$\mathbf{P}_{2/3} = \mathbf{P}_{1/2,1} \oplus \mathbf{P}_{1/2,2} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{1/2,1} = [\mathbf{S}_1 \mathbf{P}], \quad \mathbf{H}_{1/2,2} = [\mathbf{S}_2 \mathbf{P}] \text{ 能构成两个 } 1/2 \text{ 码率的码 } \mathbf{H} \text{ 矩阵} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{P}_{2/3}$ 为 \mathbf{H} 矩阵中 2/3 码率的 LDPC 码的校验位, 其信息位为 $[\mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1]$, $\mathbf{P}_{1/2,1}, \mathbf{P}_{1/2,2}$ 分别为 \mathbf{H} 矩阵中所包含的两个 1/2 码率的子码的校验位, 它们的信息位分别为 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2$ 。称满足上述条件的 RC-LDPC 码为可分解的可变码率 LDPC 码, 称该特性为 D-RC-LDPC 码的可分解性。

证明 由于 \mathbf{P} 是满秩的, 所以可以通过高斯消元将 $\mathbf{H}_{2/3} = [\mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1 \mathbf{P}]$ 化成 $\mathbf{H}'_{2/3} = [\mathbf{Q}_2 \mathbf{Q}_1 \mathbf{I}]$ 的形式, 其中 \mathbf{I} 为 $m \times m$ 的单位阵, 则生成矩阵 $\mathbf{G}_{2/3} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{I} & \mathbf{Q}_1^T \end{bmatrix}$ 。所以 $\mathbf{P}_{2/3} = \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{Q}_2^T \oplus \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{Q}_1^T = \mathbf{P}_{1/2,1} \oplus \mathbf{P}_{1/2,2}$ 。

4 D-RC-LDPC 码的应用

D-RC-LDPC 码的可分解性为系统的设计带来了很大的灵活性。图 2 为采用 D-RC-LDPC 码所设计的 DB-HARQ 方案的示意图。

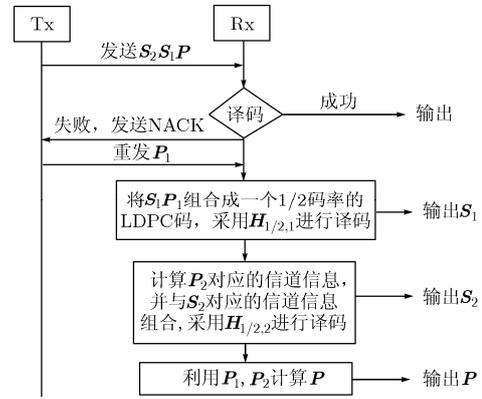


图 2 DB-HARQ 方案示意图

设系统初始时候采用的是 2/3 码率的 LDPC 码, 即发端初始发送 $[\mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_{2/3}]$, 接收端如果译码正确则直接将结果输出, 如果译码错误, 则给发端返回 NACK 信号。发端收到 NACK 信号后就重发一个 1/2 码率的码的校验位 $\mathbf{P}_{1/2,1}$ 。接收端收到重发的校验位信息后把它与原来收到的信息位信息重组成一个 1/2 码率的码 $[\mathbf{S}_1 \mathbf{P}_{1/2,1}]$ 并采用校验矩阵 $\mathbf{H}_{1/2,1}$ 进行译码, 并输出 $\mathbf{S}_1, \mathbf{P}_{1/2,1}$ 及其 Log 域似然比 $\text{LLR}(\mathbf{P}_{1/2,1})$; 由式(1)可得:

$$\tanh(\text{LLR}(\mathbf{P}_{1/2,2})/2) = \tanh(\text{LLR}(\mathbf{P}_{1/2,1})/2) \cdot \tanh(\text{LLR}(\mathbf{P}_{2/3})/2) \quad (3)$$

其中 $\text{LLR}(\mathbf{P}_{1/2,2}), \text{LLR}(\mathbf{P}_{2/3})$ 分别表示 $\mathbf{P}_{1/2,2}, \mathbf{P}_{2/3}$ 的 Log 域似然比。利用所求的 $\text{LLR}(\mathbf{P}_{1/2,2})$ 以及第一次传输时信息位的初始信道信息, 采用校验矩阵 $\mathbf{H}_{1/2,2}$ 进行译码, 并输出 $\mathbf{S}_2, \mathbf{P}_{1/2,2}$; 最后利用 $\mathbf{P}_{2/3} = \mathbf{P}_{1/2,1} \oplus \mathbf{P}_{1/2,2}$ 计算校验位 $\mathbf{P}_{2/3}$, 这样就可以获得最终的输出 $[\mathbf{S}_2 \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_{2/3}]$ 。

5 仿真结果

采用以下模型: 调制方式为 BPSK, AWGN 信道, LDPC 译码算法为 BP 算法, 最大迭代次数为 100, 对文中所构造的码以及 ARQ 方案进行了仿真。

图3为文中所构造的D-RC-LDPC码的FER性能,其中“D-RC-LDPC($R=1/2,1$)”,“D-RC-LDPC($R=1/2,2$)”,“D-RC-LDPC($R=2/3$)”分别表示文中构造的D-RC-LDPC码中校验矩阵 $H_{1/2,1}$, $H_{1/2,2}$, $H_{2/3}$ 对应的码的FER性能。“PEG Codes($R=1/2$)”,“PEG Codes($R=2/3$)”为采用PEG算法构造的码率分别为1/2和2/3的LDPC码的FER性能(1/2码率的码为(3,6)码,2/3码率的码为(3,9)码)。从图中可以看出所构造的DB-RC-LDPC中的各个 H 矩阵所对应的LDPC码的性能与采用PEG构造的相同码长、相同码率的LDPC码的性能相等,所以该构造方法不会带来任何的性能损失。

图4为引入ARQ后系统的FER性能,其中“ $No-ARQ$ ”表示没有采用重传机制的系统的FER性能;“ $ARQ-R1$ ”表示采用优化后的I型HARQ重传机制,最大重传次数为1:接收端译码失败则发送端重发这个帧,接收端利用上次译码后的软信息以及更新的信道信息重新译码;“ $DB-HARQ-R1$ ”表示采用DB-HARQ方案,最大重传次数为1。所有方案中均采用2/3码率的D-RC-LDPC码。从图中可以看出:采用DB-HARQ方案能够极大地改善系统的FER性能,和不采用重传机制相比,能够获得约2dB的增益,与文中优化后的I型HARQ重传机制相比,在重传的数据量为I型HARQ重传机制重传数据量的1/3的情况下也能多获得1.5dB的性能改善。

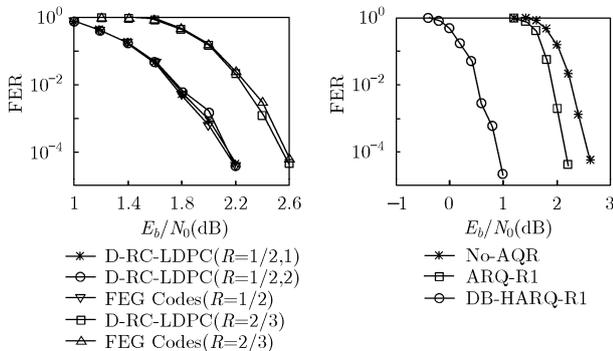


图3 D-RC-LDPC码的FER性能曲线

图4 几种重传方案的FER性能曲线

图5为图4中所对应各种ARQ机制的吞吐量性能,其中吞吐量定义如下:

$$\text{吞吐量} = (F_{ok}/F_{all})R$$

其中 F_{ok} 表示正确的接受的帧数, F_{all} 表示接收端收到的总的帧数, R 表示系统采用的码率。从图中可以看出:在AWGN信道下,单纯的重传所带来的系统吞吐量性能的改善并不明显。DB-HARQ机制由于在重传的基础上降低了纠错码的码率,增强了纠错性能,从而使得系统的吞吐量性能在信噪比小于1.5dB的时候得到了明显的改善。

6 结束语

该文所提出的D-RC-LDPC码能够灵活地实现码率的可

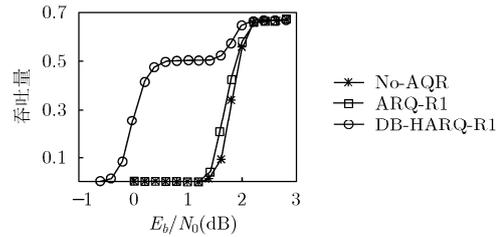


图5 几种重传方案的吞吐量性能曲线

变性,并且减少存放 H 矩阵所需的存储资源。利用其可分解性所设计的DB-HARQ方案在不增加系统的复杂度的条件下与普通的ARQ方案相比在低信噪比的条件下能够获得较大的编码增益以及大幅度的提高系统的吞吐量。因此,该文所设计的D-RC-LDPC码以及DB-HARQ方案非常适用于对纠错码的灵活性要求较高以及对数据率要求比较高的系统中。

参考文献

- [1] Tian T, Jones C, and Villasenor J D. Rate-compatible low-density parity-check code. International Symposium on Information Theory, Chicago, 2004: 152.
- [2] Yoichi I, Tomonori S, and Tomoaki O. Reliability-Based Hybrid ARQ (RB-HARQ) schemes using Low-Density Parity-Check (LDPC) codes. Global Telecommunications Conference, GLOBECOM '06. IEEE, San Francisco, 2006: 1-5.
- [3] Cao Y, Gu J, and Qi L, *et al.* Degree distribution based HARQ for irregular LDPC. *Electronics Letters*, 2006, 42(6): 363-364.
- [4] Jia Minli, He Zunwen, and Kuang Jingming. Enhanced HARQ schemes based on LDPC coded irregular modulation. Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2007 International Symposium on, Hangzhou, 2007: 1088-1092.
- [5] Bi D and Perez L C. Rate-compatible low-density parity-check codes with rate-compatible degree profiles. *Electronics Letters*, 2006, 42(1): 41-43.
- [6] Gao Zhenyuan, Fei Zesong, and Kuang Jingming, *et al.* Rate-compatible schemes for link adapted LDPC codes in IEEE 802.16e standard. Vehicular Technology Conference, 2007. VTC2007-Spring. Dublin, 2007: 3155-3159.
- [7] Shi Zhiping and Zhou Liang. A combining decoding method of LDPC codes for HARQ. Future Generation Communication and Networking, Jeju, 2007: 248-251.
- [8] Jiang Ming, Zhao Chunming, and Liu Zhanli, *et al.* An Improved Construction of LDPC Codes Based on Data Punctured Hybrid ARQ. ICCAS, Guilin, 2006: 25-28.
- [9] Hu XiaoYu, Eleftheriou E, and Arnold D M. Progressive edge-growth Tanner graphs. GLOBECOM '01. IEEE, San Antonio, 2001: 995-1001.

- 沈进旗: 男, 1982年生, 硕士生, 研究方向为无线通信中的信道编译码技术。
徐友云: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为移动通信、战术无线通信网、信道编码与调制、网络信息论。
俞晖: 男, 1969年生, 讲师, 研究方向为移动通信。
甘小莺: 女, 1978年生, 讲师, 研究方向为移动通信。