

## 关于非规则 LDPC 码的基于度分布 HARQ 性能研究

许成鑫 常永宇 杨大成  
(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

**摘要:** 该文提出了一种非规则 LDPC 码字基于度分布 HARQ 技术的改进方案。该方案在选择重传信息的过程中, 不仅考虑了节点度分布的影响, 而且考虑了非规则 LDPC 码字自身的不均等错误保护特性。与原始的基于度分布的 HARQ 方案相比, 该方案使系统的误比特率和吞吐量指标得到了明显改善。

**关键词:** 非规则 LDPC 码; HARQ; 度分布; 不均等错误保护

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)04-0989-04

## Performance Research on DDB-HARQ for Irregular LDPC Codes

Xu Cheng-xin Chang Yong-yu Yang Da-cheng

(School of Telecomm. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecomm., Beijing 100876, China)

**Abstract:** In this paper, a progressive HARQ scheme based on degree distribution for irregular LDPC codes is proposed. The proposed scheme considers Unequal Error Protection (UEP) of irregular LDPC codes as well as degree distribution while choosing some bits for retransmission. Compared with initial Degree Distribution Based HARQ (DDB-HARQ) scheme, this scheme improves system performance such as bit error rate and throughput.

**Key words:** Irregular LDPC codes; HARQ; Degree distribution; Unequal Error Protection (UEP)

### 1 引言

LDPC 码字由于具有很好的性能并且编译码的复杂度要低于 Turbo 码<sup>[1]</sup>, 所以成为近几年的研究热点。HARQ 技术的应用可以大大地提高系统的吞吐量。两者的结合应用可以使系统的性能得到进一步的提升。关于 LDPC 码字和 HARQ 技术的结合已经有一些相关的研究, 例如: 在速率兼容的 LDPC 码字的基础上, 应用递增冗余 HARQ 方案进行重传<sup>[2]</sup>; 基于度分布的 HARQ 方案(DDB-HARQ)<sup>[3]</sup>等。这些方案都在一定程度上使系统的性能得到了提高, 而且一些最初使用在 Turbo 码上的重传技术应用在 LDPC 码上也得到了很好的效果, 如基于置信度分布的 HARQ 方案<sup>[4]</sup>等。通过对基于度分布的 HARQ 方案已有成果的深入研究, 我们得到了一种性能更好的基于度分布的重传方案, 称之为结合了不均等错误保护特性的基于度分布的 HARQ 方案(UEP-DDB-HARQ)。该方案考虑了度分布和不均等错误保护等因素对重传性能的影响, 使 LDPC 码和 HARQ 技术得到了很好的结合, 从而提高了重传的有效性。

本文共分 5 节, 第 1 节介绍了有关 LDPC 码和 HARQ 技术的研究背景, 第 2 节分析了 DDB-HARQ 方案及该方案中存在的不足, 第 3 节提出了改进的 UEP-DDB-HARQ 方案, 第 4 节通过仿真比较验证了改进方案的性能, 最后进行了相关的总结。

### 2 基于度分布的 HARQ 方案

如果形如  $\gamma(x) = \sum_{i=2}^n \gamma_i x^{i-1}$  的多项式能够满足所有系数非负, 且  $\gamma(1) = 1$ , 则称该多项式为一个度分布<sup>[5]</sup>。对于非规则的 LDPC 码, 度分布对是一个十分重要的概念。非规则的 LDPC 码校验矩阵的构造主要由度分布对  $(\lambda, \rho)$  来决定, 其中  $\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$  代表了信息节点的度分布,  $\rho(x) = \sum_{i=2}^{d_c} \rho_i x^{i-1}$  代表了校验节点的度分布。 $\lambda_i$  ( $\rho_i$ ) 代表从度为  $i$  的信息节点(校验节点)发出的边占总边数的比例,  $d_v$  代表变量节点的度的最大值,  $d_c$  代表校验节点的度的最大值。度分布对不仅决定了非规则 LDPC 码字的结构, 同时由于某些节点之间度数不相同, 也使非规则 LDPC 码具有了一些特有的性能。基于度分布的 HARQ 技术正是在这些特性的基础上提出的。

基于度分布的 HARQ 技术的核心思想如下: 在非规则的 LDPC 码中, 不同度数的节点在译码过程中发挥的作用大小是不同的, 度数比较大的节点在迭代译码过程中发挥的作用较大, 所以在重传的过程中, 重传这部分节点所对应的比特和重传其他度的节点所对应的比特相比能够获得更好的效果。文献[3, 6]利用高斯近似的分析方法, 对该重传方案进行了论证, 但是高斯近似的分析方法并不适合用于 DDB-HARQ 的性能分析。因为第  $l$  次迭代变量节点输出的信息均值  $\eta_l$  的大小及变化的快慢只会影响到译码的迭代次数, 对最

终的译码性能没有明显的影响,在文献[3, 6, 7]中均指出:

$$r_i = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \phi \left( m_{u_0} + (i-1) \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j \phi^{-1} \left( 1 - (1 - r_{i-1})^{j-1} \right) \right) \quad (1)$$

该函数是递减函数,式中 $\phi(x)$ 是一个单调递减函数, $m_{u_0}$ 是初始信道参数。只要迭代次数足够多,最终 $r_i$ 都将达到很小值,所以从高斯近似的分析角度看,并不能确定重传什么节点所对应的比特能够获得较高的吞吐量。而且在文献[3, 6]中提出的基于度分布的 HARQ 方案忽略了 LDPC 码字的不均等错误保护特性,并不是最优方案。下面我们给出一种改进的 DDB-HARQ 方案。

### 3 结合了不均等错误保护特性的基于度分布的 HARQ 方案

LDPC 码字一般采用的是迭代译码,置信度信息按照二分图的边在信息节点和校验节点之间不断地传播,如图 1 所示。

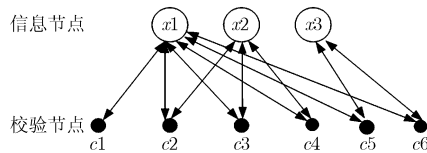


图 1 LDPC 码的译码过程

通过图 1 可以得出:度数较大的信息节点和度数小的信息节点相比连接了更多的校验节点,在译码的过程中能够接收到更多的置信度信息,这使得度数大的信息节点译码后的误比特率明显要低于度数小的信息节点。这个特点就是 LDPC 码的不均等错误保护特性<sup>[8]</sup>,本文的新方案正是基于这个特性提出的。

另外,概率域上的和积译码算法的迭代公式也体现了 LDPC 码字具有 UEP 性能。和积译码算法的具体实现过程如下。

初始化:令  $p_l^0 = P(x_l = 0)$  代表比特  $l$  为 0 的先验概率,  $p_l^1 = P(x_l = 1) = 1 - p_l^0$ 。对于每个能使  $H_{ml} = 1$  的  $(l, m)$ , 变量  $q_{ml}^0$  和  $q_{ml}^1$  都分别用  $p_l^0$  和  $p_l^1$  进行初始化。

水平迭代:

$$r_{ml}^0 = \sum_{\{x_{l'}: l' \in L(m) \setminus l\}} P(z_m | x_l = 0, \{x_{l'}: l' \in L(m) \setminus l\}) \times \prod_{i \in L(m) \setminus l} q_{ml}^{x_{l'}} \quad (2)$$

$$r_{ml}^1 = \sum_{\{x_{l'}: l' \in L(m) \setminus l\}} P(z_m | x_l = 1, \{x_{l'}: l' \in L(m) \setminus l\}) \times \prod_{i \in L(m) \setminus l} q_{ml}^{x_{l'}} \quad (3)$$

垂直迭代:

$$q_{ml}^0 = \alpha_{ml} p_l^0 \prod_{m' \in M(l) \setminus m} r_{m'l}^0 \quad (4)$$

$$q_{ml}^1 = \alpha_{ml} p_l^1 \prod_{m' \in M(l) \setminus m} r_{m'l}^1 \quad (5)$$

判决:

$$q_l^0 = \alpha_l p_l^0 \prod_{m \in M(l)} r_{ml}^0 \quad (6)$$

$$q_l^1 = \alpha_l p_l^1 \prod_{m \in M(l)} r_{ml}^1 \quad (7)$$

如果  $q_l^0 > q_l^1$  则第  $l$  比特值为 0,  $q_l^0 < q_l^1$  则第  $l$  比特值为 1。

其中  $q_{ml}^x$  是指已知除第  $m$  个校验约束信息外其他所有校验约束的信息时,第  $l$  比特取值为  $x$  的概率( $x$  取值为 0 或 1);  $r_{ml}^x$  是指在已知的第  $l$  比特值为  $x$ ,其它比特满足相互独立的概率分布时第  $m$  个校验约束得到满足的概率;  $\alpha_{ml}$  为归一化系数,使  $q_{ml}^0 + q_{ml}^1 = 1$ ;  $M(l) \equiv \{m: H_{ml} = 1\}$  代表第  $l$  个信息比特参与的校验集合,  $M(l) \setminus m$  意为集合  $M(l)$  与第  $m$  个校验约束的差集;  $L(m) \equiv \{l: H_{ml} = 1\}$  代表第  $m$  个校验方程所包含的信息比特集合,  $L(m) \setminus l$  意为集合  $L(m)$  与第  $l$  个信息比特的差集;  $z_m$  代表校验矩阵中的每个校验方程<sup>[9]</sup>。公式中可以看出:度数较大的信息节点对应的  $M(l)$  集合中包含的元素多于度数小的信息节点对应的集合中的元素,这样就有更多的校验约束信息参与到度数大的信息节点的译码过程,从而得到更加准确的译码信息,所以度数大的信息节点具有更强的纠错能力。

虽然在译码前,接收端接收到的 LDPC 码字中信息错误的节点的分布是均匀的,但是由于 LDPC 码字具有不均等错误保护特性,使得译码后信息错误的节点的分布不再均匀,大度数节点中的错误码字大部分都通过自身的特性在译码过程中得到了纠正,错误大多集中在度数较低的节点所对应的信息上。如果接收端无法正确译码,按照原始的 DDB-HARQ 方案,发送方将重传度数大的节点所对应的比特,然而大部分度数大的节点中的错误信息通过迭代译码已经纠正,而且这些后来得到纠正的信息节点在译码过程中的贡献和原本正确的节点的贡献是相同的,所以重传度数大的信息节点所对应的比特实际纠正的译码后错误码字的数量并不多,发挥的作用也比较小。重传度数最小的节点所对应的比特虽然纠正的译码后错误节点所对应的比特数会增加一些,但是由于它们的度数较小,通过译码时的迭代公式可以知道:与度数大的节点相比,在迭代译码过程中,度数小的信息节点参与到的校验约束方程较少,影响到的其他译码后依然错误的节点数目要少很多,所以性能不会得到太多的改善。

通过对 LDPC 码的 UEP 特性和迭代译码的原理的综合考虑发现,重传度数在中间的这部分节点所对应的比特,将会使系统的性能达到最佳状态。和原有的 DDB-HARQ 方案相比,重传这部分节点所对应的比特能够实际纠正的译码后信息依然错误的节点要多一些;和重传度数小的节点所对应的比特相比,虽然纠正的信息错误节点的数目降低一些,但是重传中间度数的节点所对应的比特可以在译码的过程中为其他的码字提供更多的置信度信息,这样可以通过迭代译码过程纠正更多的信息错误的节点,从而使系统的性能得到

提高。

#### 4 仿真结果和分析

仿真中采用的码字构造方式是 IEEE 802.16e 协议中提出的 LDPC 码字的构造方法, 码率为 1/2, 校验矩阵大小为 (576, 1152)<sup>[10]</sup>。该 LDPC 码字信息节点的度分为 2, 3 和 6 三种, 仿真时分别代表度数小, 度数和度数大的节点。原始的 DDB-HARQ 重传的是度为 6 的节点所对应的比特, 改进的 UEP-DDB-HARQ 重传的是度为 3 的节点所对应的比特。每种方案中重传的节点所对应的比特的位置确定方式如下: 首先, 将信息节点按照度的不同进行分类, 并且对每一类里的信息节点进行编号, 发端和收端对编号结果都是已知的。然后, 按照每种方案的具体需求, 从不同的类中选出一定数量的节点进行重传。

仿真中的信道为 AWGN 信道, 重传节点所对应的比特数为 256 点, 重传次数为 1 次。接收端采用 BP(Belief Propagation)译码算法, 最大迭代译码次数为 100 次。

通过仿真, 本文分别比较了没有 HARQ, 原始的 DDB-HARQ 和 UEP-DDB-HARQ 的误比特率和吞吐量。吞吐量的计算公式为

$$\text{吞吐量} = \frac{\text{正确帧数目} \times \text{帧长度}}{\text{总发送帧数目} \times \text{帧长度} + \text{总重传次数} \times \text{重传比特数} \times \text{码速率}} \quad (8)$$

仿真结果如图 2 和图 3 所示。

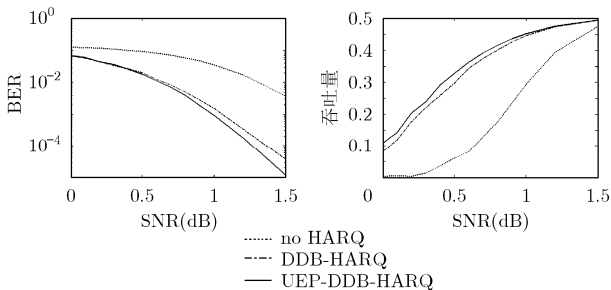


图 2 误比特率曲线

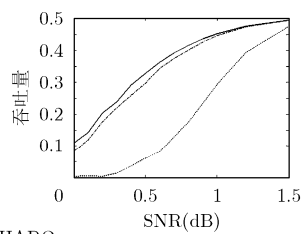


图 3 吞吐量

从图 2 中可以看到, 误比特率的性能曲线与本文的分析结果相吻合: 重传度为 3 的节点所对应的比特的性能要优于原始的 DDB-HARQ 的重传度为 6 的节点所对应的比特的性能。在信噪比较低时, 由于无论是译码前还是译码后, 整体信息错误的节点数较多, 所以不均等错误保护特性没有得到很好的体现, 此时重传度为 6 的节点所对应的比特纠正的信息错误节点不会比重传其他度的节点所对应的比特少很多, 但是它们对译码的贡献较大, 所以误比特率性能和重传度为 3 的节点所对应的比特的性能差别不大。随着信噪比的增加两者的区别逐渐变得明显。

从吞吐量的角度来比较, 在信噪比不是很高的情况下, 重传度为 3 的节点所对应的比特吞吐量明显的高于传统

DDB-HARQ 方案的吞吐量。主要原因如下: 信噪比很低时, 虽然重传度为 3 的节点所对应的比特纠正的译码后信息依然错误的节点数目不会明显多于重传度为 6 的节点所对应的比特, 但是如果此时大部分的信息错误节点都得到了纠正, 就会使 UEP 发挥作用, 从而在译码过程中纠正更多的度数高的节点的错误信息。而度数高的节点所对应的比特又可以去影响更多的节点, 由此而引发的连锁反映则更有可能使译码正确, 从而提高了吞吐量。但是, 在低信噪比情况下, 由于再次重传混合后的节点所对应的比特中也有可能存在着很多的错误信息, 此时利用这些信息进行译码同样也会导致错误的传播, 从而在规定的迭代次数内增加了一帧中错误的码字数, 所以虽然吞吐量得到了改善, 但是误比特率没有明显的降低。而直接重传度为 6 的节点所对应的比特和重传度为 3 的节点所对应的比特相比, 没有很好地利用非规则 LDPC 码字自身的不均等错误保护特性, 所以总的性能要差于后者。

另外, 本文还仿真了在没有重传的情况下, 不同度数的信息节点所对应的比特在译码后的误比特率曲线, 如图 4 所示。从图中可以看出: 度数大的节点所对应的比特译码后的误比特率低于度数小的节点所对应的比特的误比特率, 验证了 LDPC 码的 UEP 性能。

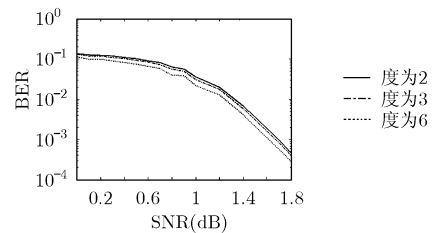


图 4 不同度的节点的 BER 曲线

#### 5 结束语

LDPC 码字和 HARQ 技术的应用给通信系统的性能带来了很大的改善, 如何使两者更好地结合有很大的研究价值。本文提出了一种新的 LDPC 码字和 HARQ 技术的结合方案, 不仅考虑了 LDPC 码的度分布, 而且考虑到了 LDPC 码字的 UEP 性能和迭代译码的原理, 从而使重传方案更加完善。仿真结果显示该方案的误码率和吞吐量性能要优于原始的 DDB-HARQ 方案。

#### 参考文献

[1] Landolsi M A. A comparative performance and complexity study of short-length LDPC and Turbo product codes [C]. Conference on Information & Communication Technologies: from Theory to Applications, ICTTA '06. 2nd, Damascus, Syria, 2006: 2359-2364.

[2] Kim Jaehong, Hur Woonhaing, and Ramamoorthy A, et al.

- Design of rate-compatible irregular LDPC codes for incremental redundancy hybrid ARQ systems [C]. IEEE International Symposium on Information Theory 2006, Seattle, USA, 2006: 1139–1143.
- [3] Cao Y, Gu J, Qi L, and Yang D. Degree distribution based HARQ for irregular LDPC [J]. *Electronics Letters*, 2006, 42(6): 363–364.
- [4] Huang Fugui, Yi Xiaoxin, and Wang Tie. Reliability-based selective repeat hybrid ARQ protocol on low density parity check codes [C]. International Conference on Artificial Reality and Telexistence, ICAT'06, Hangzhou, China, 2006: 576–579.
- [5] Richardson T J, Shokrollahi M A, and Urbanke R L. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2001, 47(2): 619–637.
- [6] Li Xuehua, Cao Yiqing, and Yang Dacheng. An improved degree distribution based HARQ for LDPC [C]. *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, 2006, Wuhan, China, 2006: 1–4.
- [7] Chung S Y, Richardson T J, and Urbanke R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2001, 47(2): 657–670.
- [8] Yang Xiumei, Yuan Dongfeng, and Ma Piming, *et al.* New research on unequal error protection (UEP) property of irregular LDPC codes [C]. *Consumer Communications and Networking Conference*, 2004, Las Vegas, Nevada USA, 2004: 361–363.
- [9] MacKay D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1999, 45(2): 399–431.
- [10] IEEE 802.16e™-2005. Part 16: Air interface for fixed and mobile broadband wireless access systems. 2006.
- 许成鑫: 男, 1983 年生, 硕士生, 研究方向为 LDPC 码相关技术.
- 常永宇: 女, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为 CDMA 移动通信系统中的关键技术.
- 杨大成: 男, 1951 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信理论与应用.