

基于 GTD 模型的目标二维散射中心提取

王菁 周建江 汪飞

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

摘要: 为精确描述隐身目标的高频电磁散射特性, 该文用基于几何绕射理论的 GTD 模型代替以镜面散射为主的指数和模型。同时, 为克服传统矩阵束算法(MEMP)计算量大、距离坐标配对等问题, 该文提出用修正矩阵束算法和二维旋转不变技术(2D-ESPRIT)提取基于 GTD 模型的目标二维散射中心参数。仿真实验表明, 该文的两种方法均适用于以边缘绕射等为主要散射源的隐身目标。

关键词: 散射中心; GTD 模型; MEMP 算法; ESPRIT 算法; 隐身目标

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)04-0958-05

2D Scattering Centers Extraction of Objects Based on GTD Model

Wang Jing Zhou Jian-jiang Wang Fei

(College of Information Science & Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: To describe accurately high frequency electromagnetic scattering of the stealthy object, the GTD model is introduced in this paper, instead of the DE model which is described the normal object mainly by studying their specular scattering. Traditional matrix pencil method needs large computational load and additional step of pairing. Therefore modified matrix pencil method and two dimensional (2D) ESPRIT method are proposed in this paper to extract the scattering centers based on GTD model to avoid these drawbacks. Simulations show that these two methods can be applied to the scatterers extraction from the stealthy objects whose main scattering centers are formed by the edge diffraction.

Key words: Scattering center; Geometric Theory of Diffraction(GTD) model; Matrix Enhancement and Matrix Pencil(MEMP) method; ESPRIT; Stealthy objects

1 引言

在高频区域, 雷达目标的后向电磁散射可以认为是一些局部位置上的电磁散射源的相干合成, 这些散射源通常被称为等效散射中心, 简称散射中心。散射中心的信息可进行目标回波数据反推, 用于研究目标雷达散射截面(RCS)插值或外推, ISAR 图像的重建^[1]和目标识别^[2]。因此, 散射中心特征提取是雷达目标特征信号控制研究的重要课题之一。

用指数和模型来描述以镜面散射为主要散射源的常规目标是合理的。但对于隐身目标, 这些强散射源已经被大幅削弱, 边缘绕射等上升为主要的散射源。基于几何绕射理论的 GTD 模型贴切地描述了高频电磁散射的不同类型, 包括边缘绕射、角绕射、点散射、曲面反射等散射特性, 适合隐身目标电磁散射特性的研究。

目前, 提取散射中心主要有两大类方法: 一种是非参量方法, 如基于傅里叶变换的 CLEAN 算法^[3], 射线追踪的 CLEAN 方法^[1]; 另一种是参量方法, 如 MUSIC 法^[4], ESPRIT 法^[5,6], 矩阵束法(MEMP)^[5,7]等。基于傅里叶变换的 CLEAN 算法能够有效地抑制旁瓣, 但是分辨率受限, 精

度较差, 通过此非参量方法获得 GTD 模型的一些参数(如散射中心类型)较困难。MUSIC 算法可以提高参数估计的分辨率, 判断散射类型, 但运算时需要以一定的步长进行谱峰搜索, 计算量较大。传统的矩阵束算法提取二维散射中心时, 需对距离坐标进行配对, 当一维距离坐标中出现重复或近似值时, 会出现错误配对^[5,8]。国内外一些学者也提出用二维的 ESPRIT 算法来实现散射中心提取, 此算法无需额外的参数配对过程, 但人们仅将该法运用于指数和模型的散射中心提取^[5,6]。

针对以边缘绕射等为主要散射源的隐身目标, 本文用基于几何绕射理论的 GTD 模型取代传统的指数和模型来精确描述隐身目标的高频电磁散射特性; 用修正矩阵束法及 2D-ESPRIT 算法提取 GTD 模型的目标二维散射中心的位置坐标、类型参量及散射强度。本文通过对各算法计算量的统计以及仿真实验, 说明两种算法的有效性及其之间的差异。

2 2D-GTD 散射模型

基于几何绕射理论(GTD)的模型是一种贴近实际散射机理的散射中心模型, 具体形式见式(1):

$$E(f, \theta) = \sum_{i=1}^I A_i \left(j \frac{f}{f_0} \right)^{\alpha_i} \exp \left[\frac{-4\pi j f}{c} (x_i \sin \theta + y_i \cos \theta) \right] + W(f, \theta) \quad (1)$$

$E(f, \theta)$ 代表散射回波, I 代表散射中心个数, A_i 指第 i 个散射中心的散射强度系数, $f = f_0 + m \times \Delta f$, $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$; $\theta = \theta_0 + n \times \Delta \theta$, $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$; f 为步进频率, f_0 为步进频率的起始值. θ 为方位角, θ_0 为雷达视角, $n \times \Delta \theta$ 为雷达相对目标的小转角. x_i 和 y_i 表示目标参考坐标系内散射点相对于参考点的距离坐标(当雷达视角为 90° 时, 雷达的横向、纵向坐标轴与目标自身坐标轴 x , y 重合, 此时 x_i 和 y_i 可以看作目标相对参考点的纵向距离和横向距离). α_i 为 $1/2$ 的整数倍, 用来表征第 i 个散射中心的类型^[4], 其中 $\alpha = -1/2$ 为边缘绕射; $\alpha = -1$ 为角绕射. c 为电磁波传播速度. $W(f, \theta)$ 为零均值复二维高斯白噪声. 模型参数集 $\{A_i, x_i, y_i, \alpha_i\}_{i=1}^I$ 较为完备地描述了 I 个散射中心的特性.

3 2D-GTD 模型的近似

为了简化问题, 进一步假设频带宽度 $B = M \times \Delta f \ll f_0$, 雷达相对目标小转角转动成像, 即转角 Ψ 有如下近似, $\cos(\Psi) \approx 1$, $\sin(\Psi) \approx \Psi$, 在相对带宽较小时 ($n \times \Delta f / f_0 \ll 1$), 可以用指数函数来代替幂函数, 如下式:

$$\left(\frac{f}{f_0} \right)^{\alpha_i} = \left(1 + n \frac{\Delta f}{f_0} \right)^{\alpha_i} = \exp \left[\alpha_i \ln \left(1 + n \frac{\Delta f}{f_0} \right) \right] \approx \exp \left[\alpha_i n \frac{\Delta f}{f_0} \right] \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)化简, 消除时频耦合项.

可得二维模型:

$$E(m, n) = \sum_{i=1}^I C_i P_{1i}^m P_{2i}^n + W(m, n) \quad (3)$$

$$C_i = A_i j^{\alpha_i} \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_0 (x_i \sin \theta_0 + y_i \cos \theta_0) \right] \quad (4)$$

$$P_{1i} = \exp \left[\alpha_i \frac{\Delta f}{f_0} - j \frac{4\pi}{c} \Delta f (x_i \sin \theta_0 + y_i \cos \theta_0) \right] \quad (5)$$

$$P_{2i} = \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_0 \Delta \theta (x_i \cos \theta_0 - y_i \sin \theta_0) \right] \quad (6)$$

通过各种算法估计出 P_{1i} , P_{2i} , ($i = 1, 2, \dots, I$). 便可获得目标的特征向量集 $\{A_i, x_i, y_i, \alpha_i\}_{i=1}^I$.

$$\alpha_i = (|P_{1i}| - 1) f_0 / \Delta f \quad (7)$$

$$x_i = -\frac{c \cdot \sin \theta_0}{4\pi \Delta f} \arg(P_{1i}) - \frac{c \cdot \cos \theta_0}{4\pi \Delta \theta f_0} \arg(P_{2i}) \quad (8)$$

$$y_i = -\frac{c \cdot \cos \theta_0}{4\pi \Delta f} \arg(P_{1i}) + \frac{c \cdot \sin \theta_0}{4\pi \Delta \theta f_0} \arg(P_{2i}) \quad (9)$$

4 修正的矩阵束算法以及 2D-ESPRIT 算法提取基于 GTD 模型的散射中心

4.1 二维矩阵束算法提取 GTD 模型的散射中心

二维矩阵束算法^[7]提取散射中心, 可以在幅度上和几何位置上取得较好的估计. 一个散射中心, 在角域上是散射幅度最大的点, 在频域上也是散射幅度最大的点. 利用这一概

念, 在提取基于 GTD 模型的二维散射中心时, 选择化二维提取为一维提取的问题: 即利用矩阵束法先在频域上提取出散射中心起始纵向距离信息, 同时在方位角域上估计出起始横向距离信息. 最后, 将频域和角域的最大点的距离信息通过配对方法加以组合, 得到散射中心的二维坐标.

将 $X(m, n) = Es(m, n)$ 作为输入信号, 用矩阵束算法分别求出 P_{1k} , P_{2l} ($k, l = 1, 2, \dots, I$). $\arg(P_{1k})$ 和 $\arg(P_{2l})$ 分别对应着目标不同散射点的起始等效纵向距离及起始等效横向距离. 文献[7]中作者提出利用信号子空间与噪声子空间的正交性, 对 P_{1k} 和 P_{2l} 进行配对. 配对后的 $\arg(P_{1i})$, $\arg(P_{2i})$ 对应于同一散射点的起始纵向距离及横向距离. 最后通过式(8), 式(9)求出散射点的位置坐标 (x_i, y_i) .

4.2 修正矩阵束法提取 GTD 模型的散射中心

传统的二维矩阵束算法需分别对多个大矩阵进行奇异值或特征值分解, 求取 P_{1k} , P_{2l} . 文献[7]中的配对方法需要逐一计算 P_{1k} 与 P_{2l} 的二维频率谱表达式, 匹配出同一散射点的起始纵向距离及横向距离. 当纵向距离及横向距离中均出现重复值或相近时, 会发生配对错误. 修正的矩阵束算法^[8] (MMEMP)可以避免以上问题. 针对纵向距离或横向距离中出现重复相近的部分, 修正方法单独进行计算, 使其仍能精确估算出配对正确的 P_{1i} , P_{2i} , 且无需额外过程.

仿照 MEMP 中的方法, 计算大小为 $PQ \times (M - P + 1) \cdot (N - Q + 1)$ 的增广矩阵 \mathbf{X}_e ^[7], 其中 P, Q 为可调节的束参量, 用来增加估计性能的. 计算 \mathbf{X}_e 的自相关矩阵 \mathbf{R}_{xx} , 见式(10). 分析 \mathbf{R}_{xx} 可知: \mathbf{X}_e 经过奇异值分解得到的左奇异向量 \mathbf{U} 为 \mathbf{R}_{xx} 的特征向量. \mathbf{R}_{xx} 矩阵大小不会随采样数据 M, N 变化而变化.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \mathbf{X}_e \mathbf{X}_e^H = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V} (\mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V})^H = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{D} \mathbf{U}^H \\ &= \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^H = \mathbf{U}_{S1} \mathbf{\Sigma}_{S1} \mathbf{U}_{S1}^H + \mathbf{U}_{N1} \mathbf{\Sigma}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \end{aligned} \quad (10)$$

依据 MEMP 方法计算矩阵 \mathbf{U}_{S1} , \mathbf{U}_{N1} , $\bar{\mathbf{U}}_{S1}$, \mathbf{U}_{SP} , $\bar{\mathbf{U}}_{SP}$, \mathbf{F}_1 以及 \mathbf{F}_2' . 其中 \mathbf{U}_{S1} 为主特征值对应的特征向量(主特征值的个数为散射中心个数), 矩阵 \mathbf{U}_{N1} 是矩阵 \mathbf{U}_{S1} 去除后 Q 行余下的矩阵; $\bar{\mathbf{U}}_{S1}$ 为矩阵 \mathbf{U}_{S1} 去除前 Q 行余下的矩阵.

定义一个实置换矩阵 \mathbf{E}_1 :

$$\mathbf{E}_1 = \sum_{k=1}^Q \sum_{l=1}^P \mathbf{E}_{k,l}^{Q \times P} \otimes \mathbf{E}_{l,k}^{P \times Q} \quad (11)$$

符号 \otimes 表示 Kronecker 乘积, $\mathbf{E}_{k,l}^{Q \times P}$ 表示 $Q \times P$ 的矩阵, 其中第 (k, l) 个元素为 1, 其余元素为 0.

$$\mathbf{U}_{SP} = \mathbf{E}_1 \mathbf{U}_{S1} \quad (12)$$

矩阵 \mathbf{U}_{SP} , $\bar{\mathbf{U}}_{SP}$ 与 \mathbf{U}_{S1} 及 $\bar{\mathbf{U}}_{S1}$ 有类似的结构. 由式(13), 式(14)求出 \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2' , $+$ 为广义逆矩阵.

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{U}_{S1}^+ \bar{\mathbf{U}}_{S1} \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_2' = \mathbf{U}_{SP}^+ \bar{\mathbf{U}}_{SP} \quad (14)$$

计算 \mathbf{F}_1 的特征值矩阵 $\mathbf{\Phi}_1$ 以及特征向量矩阵 \mathbf{T}_1 . 矩阵 $\mathbf{\Phi}_1$ 中的主对角线元素即对应 P_{1i} , ($i = 1, 2, \dots, I$). 通过文献[7]

中对矩阵束算法的分析可得式(15), 式(16):

$$\mathbf{T}_1 \Phi_1 \mathbf{T}_1^{-1} = \mathbf{F}_1 \quad (15)$$

$$\mathbf{T}_1 \Phi_2 \mathbf{T}_1^{-1} = \mathbf{F}_2' \quad (16)$$

\mathbf{F}_1 的特征向量 \mathbf{T}_1 , 也对应着 \mathbf{F}_2' 的特征值向量。但是, 当 \mathbf{F}_1 的特征值中出现重复或近似值时, 特征向量 \mathbf{T}_1 则不唯一。下面分情况讨论: 判断是否有重复及近似的 P_{i_i} 出现, 计算 $P_t = (P_{1k} - P_{1r}) / P_{1r}$, 其中 $k \neq r$ 且 $k, r \in I$; γ 为预定门限值。 $P_t < \gamma$ 成立, 表示 P_{i_i} 有近似值出现, 反之则判为无近似。

当 $P_t > \gamma$ 时:

$$\Phi_2 = \mathbf{Q} \mathbf{F}_2' \mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q} \mathbf{U}_{SP}^+ \bar{\mathbf{U}}_{SP} \mathbf{Q}^{-1} \quad (17)$$

矩阵 Φ_2 主对角线元素即为 P_{2_i} 。取 $\mathbf{Q} = \mathbf{T}_1^{-1}$ 。估计的 $\arg(P_{i_i})$ 与 $\arg(P_{2_i})$ 一一对应, 无需额外配对。

当 $P_t < \gamma$ 时: 例如: $\Phi_1 = \text{diag}(P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{13} + \Delta\delta, P_{13} + \Delta\varepsilon)$ 其中 $\Delta\delta / P_{13} < \gamma$, $\Delta\varepsilon / P_{13} < \gamma$ 。

$$\Phi_2 = \mathbf{Q} \mathbf{F}_2' \mathbf{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} P_{21} & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (18)$$

将 Φ_2 中对应于 P_{i_i} 重复或近似值的 \mathbf{H} 矩阵提取出来^[8], 进行特征值分解, 得特征值 P_{23} , P_{24} , P_{25} 。计算出的 P_{i_i} 及 P_{2_i} 对应于同一个散射点。通过式(8), 式(9)可以获得距离坐标 x_i 及 y_i , (x_i, y_i) 为某一散射中心位置坐标对。整个提取过程不需要额外的坐标配对过程。

最后通过式(7)估算出雷达目标散射中心的类型参数。

$$\alpha_i = (|P_{i_i} - 1|) f_0 / \Delta f。$$

散射中心的散射强度信息可以通过最小二乘法实现^[9]。

4.3 2D-ESPRIT 算法提取基于 GTD 模型的雷达目标散射中心

用 2D-ESPRIT 算法^[5]提取基于 GTD 模型的目标散射中心的前几步与矩阵束算法相似。之后, 可以用转换矩阵 \mathbf{T} 来同时特征化 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2' 。通过对矩阵 \mathbf{F}_1 及 \mathbf{F}_2' 的线性组合, 并进行特征值分解得到特征向量矩阵 \mathbf{T} , 计算如下:

$$\mathbf{F} = \beta \mathbf{F}_1 + (1 - \beta) \mathbf{F}_2' = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{T} \quad (19)$$

其中参量 β 是一个标量 ($0 < \beta < 1$), 目的是为了避开 \mathbf{F} 的特征值出现重复值, 使其特征向量 \mathbf{T} 唯一。对于不同条件下

的散射点参数估计, β 选取也不相同。

$$\Phi_1 = \mathbf{T} \mathbf{F}_1 \mathbf{T}^{-1} \quad (20)$$

$$\Phi_2 = \mathbf{T} \mathbf{F}_2' \mathbf{T}^{-1} \quad (21)$$

通过式(20), 式(21)获得 Φ_1 与 Φ_2 , 其中 Φ_1 中的 (k, k) 元素对应着 Φ_2 中的 (k, k) 元素。 P_{1i} 和 P_{2i} 分别为 Φ_1 与 Φ_2 主对角线上的元素, 对应于散射点的起始纵向距离信息及起始横向距离信息。同样利用式(7)-式(9)求出 α_i , x_i 和 y_i 。此算法也无需额外的配对过程。相比于 MEMP 算法该算法只需一次奇异值分解, 一次特征值分解, 有效降低了计算量。

5 3种算法计算量的统计

对 3 种算法中的主要步骤乘法的运算量的统计, 来比较各算法的运算效率: (1) 计算 \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2' 及特征值分解: MEMP 算法需两次特征值分解, 需要 $3I^2PQ + 10I^3$ 次乘法运算。在没有近似距离出现的情况下, 修正矩阵束算法与 2D-ESPRIT 算法只需一次特征值分解, 分别需要 $3I^2PQ + 7I^3$ 和 $3I^2PQ + 9I^3$ ^[8] 次乘法运算。(2) 配对步骤: MEMP 算法需要对距离信息配对, 乘法运算量为 $I^3PQ/2$ ^[7]; 而其它两种算法则无需此步。相比于 MEMP 算法, 修正算法与 2D-ESPRIT 方法减少了大矩阵的特征值分解步骤, 及额外的距离配对过程, 有效提高了运算效率。

6 计算机仿真以及仿真结果对比

仿真实验选取脉冲间频率步进雷达的起始频率为 10GHz, 工作带宽 1GHz, 雷达视角为 90° (此时, x_i 为散射点的起始纵向距离坐标, y_i 为散射点的起始横向距离坐标), 雷达相对目标小转角 1° 。雷达脉冲带宽和转角内采样均为 64 点, 矩阵束参量 P , Q 分别取 20 (P , Q 取值越大, 提取精度越高)。用 A, B 两组数据来进行仿真实验 (见表 1): A 组数据: 纵向距离坐标及横向距离坐标均未出现重复或近似; B 组数据: 纵向距离坐标及横向距离坐标出现重复。

将传统的 MEMP 算法、修正矩阵束算法以及 2D-ESPRIT 算法 (图中对应标记 M, MM, E) 分别用于 GTD 模型的雷达目标二维散射中心提取, 对不同的信噪比条件下的仿真回波信号, 分别进行 200 次实验, 提取 5 种不同类型的散射中心参数。图 1, 图 2 为由 B 组数据提取出各散射中心参量与真实值的 RMSE。结果显示: 3 种算法对位置坐标估

表 1 A, B 两组散射中心参数

A 组	$x(\text{m})$	$y(\text{m})$	α	$A(\text{dB})$	B 组	$x(\text{m})$	$y(\text{m})$	α	$A(\text{dB})$
1	-2	3	1	3	1	-2	3	1	3
2	0	1	-1	5	2	1	1	0.5	4
3	1	0	0.5	4	3	1	-1	-0.5	5
4	2	2	-0.5	5	4	3	1	-1	5
5	3	-2	0	3	5	3	-3	0	3

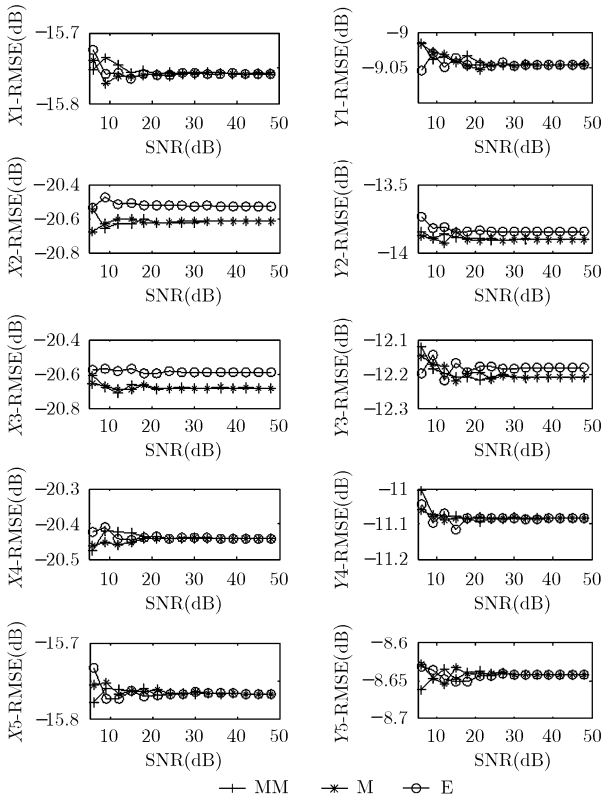


图 1 不同信噪比下, 提取的散射中心距离参数的 RMSE

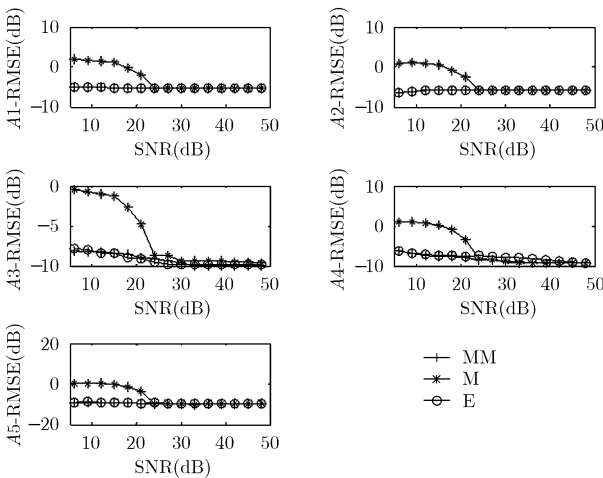


图 2 不同信噪比下, 提取的散射强度参数的 RMSE

计的抗噪性能均较好; 但当出现距离重复或近似时, 修正矩阵束算法比 2D-ESPRIT 算法提取的位置坐标精度更高; 同时散射点散射强度的估计受距离坐标估计、配对及散射类型估计的影响较大。图 3 为不同信噪比条件下, 3 种算法对 B 组仿真数据纵向距离及横向距离配对正确率(%)的比较。结果显示, 当出现距离重复或近似时, MEMP 算法的配对正确率较低, 而另两种算法的距离坐标配对正确率在 200 次试验中为 100%。图 4 为修正矩阵束算法及 2D-ESPRIT 算法判断两组数据 5 种散射类型的正确率。可以看出, 噪声对类

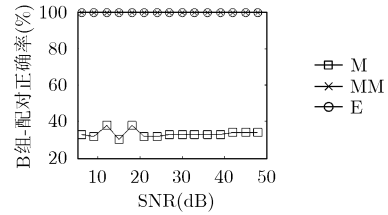


图 3 B 组数据横向距离及纵向距离配对的正确率

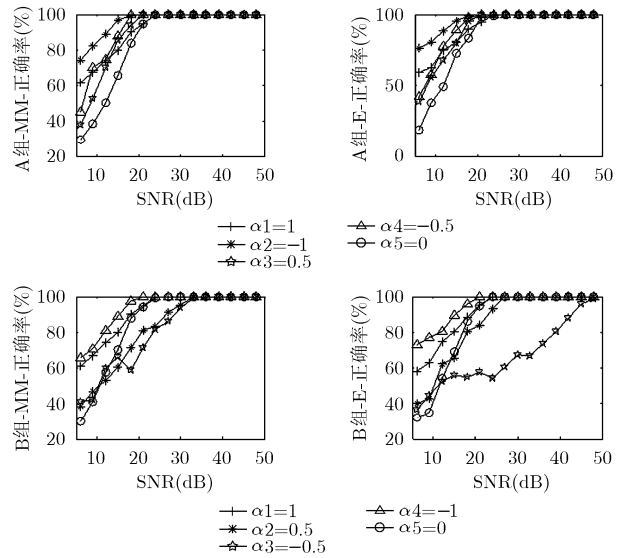


图 4 修正矩阵束及 2D-ESPRIT 算法提取散射类型的正确率

型参数 α_i 的影响较大。当信噪比较低时, 会判断错误; 同时, 当距离坐标出现重复或近似时, 类型判断正确率也会受到影响。

修正矩阵束算法依据起始纵向距离坐标有无重复、近似值的判别, 选择不同的计算方法; 当出现重复或近似时, 修正算法提取参量的精度比 2D-ESPRIT 算法略好。当一维距离坐标中无重复或近似值时, 修正矩阵束算法计算简单, 且与 2D-ESPRIT 算法精度相当。同时, 修正算法也避免了 β 值选取问题。通过仿真实验表明: 文中的两种算法可以判断包括边缘绕射在内的各散射类型, 适合以边缘绕射等为主要散射源的隐身目标的特征提取。

7 结束语

本文针对以边缘绕射等为主要散射类型的隐身目标, 采用基于几何绕射理论的 GTD 模型来描述目标的高频电磁散射特性。将修正矩阵束算法以及 2D-ESPRIT 算法用于 GTD 模型的雷达目标二维散射中心提取。仿真实验表明, 本文的两种方法提取基于 GTD 模型的目标二维散射中心精度较好、计算简单、具有较好的分辨率, 能够正确判断散射中心类型参量, 在遇到散射点起始横向距离及起始纵向距离重复或近似时, 坐标配对正确。对以边缘绕射等为主要散射源的隐身目标, 本文的两种方法均可行有效。

参 考 文 献

- [1] Rajan B and Ling Hao. Three dimensional scattering center extraction using the shooting and bouncing ray technique[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1996, 44(11): 1445-1453.
- [2] 付耀文, 贾宇平, 庄刊文. 基于一维散射中心匹配的雷达目标识别[J]. *电子学报*, 2006, 34(3): 404-407.
Fu Yao-wen, Jia Yu-ping, and Zhuang Zhao-wen. Radar target classification based on one dimensional scattering centers matching [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(3): 404-407.
- [3] Tsao J and Steinberg B D. Reduction of sidelobe and speckle artifacts in microwave imaging: The CLEAN technique[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1988, 36(4): 543-556.
- [4] 贺治华, 张旭峰, 黎湘, 等. 一种 GTD 模型参数估计新方法[J]. *电子学报*, 2005, 33(9): 1679-1682.
He Zhi-hua, Zhang Xu-feng, and Li Xiang, *et al.* A new method for parametric estimation of GTD model [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(9): 1679-1682.
- [5] Rouquette S and Najim M. Estimation of frequencies and damping factors by two-dimensional ESPRIT type methods[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(1): 237-245.
- [6] Wang Yuan-xun and Ling Hao. A frequency-aspect extrapolation algorithm for ISRA image simulation based on two-dimensional ESPRIT[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(4): 1743-1748.
- [7] Hua Ying-bo. Estimating twodimensional frequencies by matrix enhancement and matrix pencil[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1992, 40(9): 2267-2280.
- [8] Chen Fang-jiong and Carrson C. Estimation of Two-dimensional frequencies using modified matrix pencil method [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(2): 718-724.
- [9] 孙真真, 陈曾平. 一种高频区复杂雷达目标二维散射的参数模型[J]. *国防科技大学学报*, 2001, 23(4): 113-119.
- 王 菁: 女, 1981 年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理等.
- 周建江: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信号处理、目标特征的提取与控制.
- 汪 飞: 男, 1976 年生, 博士, 讲师, 研究方向为谱分析、信号特征参量估计等.