

## 有限反馈 MISO-OFDM 系统中基于误码率的波束成形

张雷 武刚 李少谦

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 610054)

**摘要:** 该文提出了一种在有限反馈条件下多入单出-正交频分复用(MISO-OFDM)系统中基于误码率的波束成形方案。将 OFDM 符号的所有子载波分成若干簇,从码本中选择能够最小化该簇每个子载波的平均误码率的码字,作为该簇的波束成形向量。此方案既能降低反馈量,又能取得较低误码率。同时,为避免所提方案中探求最优解时的穷尽搜索,还基于簇内不同子载波信道频响之间的相关性提出了一种简化的次优算法。仿真结果表明,在典型参数设置下,所提方案能够以较低计算复杂度取得比其他已有方案更好的误码率性能。

**关键词:** 多入单出-正交频分复用;有限反馈;波束成形;误码率

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)02-0752-04

## BER Based Transmit Beamforming for MISO-OFDM with Limited Feedback

Zhang Lei Wu Gang Li Shao-qian

(National Key Lab of Communication, UESTC, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** In this paper, a new transmit beamforming scheme with limited feedback is presented in Multiple-Input Single-Output Orthogonal Frequency Division Multiplexing (MISO-OFDM) systems. By dividing the total subcarriers of an OFDM symbol into a series of clusters, from the codebook a “proper” one minimizing the average Bit Error Rate (BER) per subcarrier of the considered cluster is chosen as the beamforming vector for this cluster. The scheme can reduce the feedback overhead remarkably while obtain good BER performance. Additionally, a simple sub-optimal algorithm based on the correlation of subcarriers is proposed to avoid exhaustive search in the optimal solution. The simulation results show that the proposed algorithm, with low computational complexity, provides improvement over existing schemes.

**Key words:** MISO-OFDM; Limited feedback; Beamforming; Bit Error Rate (BER)

### 1 引言

在无线多入单出(MISO)系统中,当发射机能够获取信道状态信息时,可采用简单的波束成形技术来获取满发射分集增益和一定的阵列增益<sup>[1]</sup>。在许多情形下,发射机仅能通过接收机的反馈来获取部分信道信息:接收机从一个预先设计好的码本中选择一个合适的码字作为波束成形向量,并将相应序号反馈给发射机<sup>[2]</sup>。在频率选择性衰落条件下,正交频分复用(OFDM)技术可以将宽带信道转化为多路窄带信道。由此,基于平坦衰落信道中有限反馈条件下的波束成形技术便能够独立地应用于每一个子载波(子信道)。但是,反馈量通常会与子载波数成正比,开销甚大。早期的研究利用不同子载波的信道频响之间的相关性来降低 MISO-OFDM 系统的反馈量,它们主要包括:分簇,如传统分簇<sup>[3,4]</sup>、Karcher 分簇<sup>[5]</sup>和码本可变分簇<sup>[6]</sup>;插值,如相位旋转插值<sup>[3,4]</sup>和 Geodesic 插值<sup>[5]</sup>。文献[3-5]的方法都是基于向量(矩阵)的性质,其性能并未达到最优;文献[7]则将未编码误码率作为平

坦衰落信道下预编码多入多出(MIMO)系统的最优化准则。受此启发,本文针对有限反馈条件下 MISO-OFDM 系统中的发射波束成形,作了以下工作:

(1)在分簇条件下,基于矩形或正方形正交幅度调制(QAM)星座图的误码率导出了波束成形向量选取准则。当采用未编码误码率来评估系统性能时,这一准则要优于已有基于非误码率性能准则的方案<sup>[3-5]</sup>。

(2)基于簇内不同子载波信道频响之间的相关性提出了一种简化的次优算法,该算法以较小的性能损失避免了探求最优解时的穷举搜索,从而极大地降低了计算复杂度。

自然,以上所提方案可与文献[6]中方法结合起来,但为了简单起见,本文并未涉及这一点。另外,所提方案很容易推广到采用线性接收机的 MIMO-OFDM 系统。

符号说明:  $l:m:n$  表示初值为  $l$ ,末值为  $n$ ,间距为  $m$  为的整数序列;  $\text{ceil}(\bullet)$  表示向上取整函数。

### 2 系统模型

使用发射波束成形的有限反馈 MISO-OFDM 系统如图 1 所示。发射天线数为  $M$ ,子载波数为  $N$ 。在发射端,第  $k$

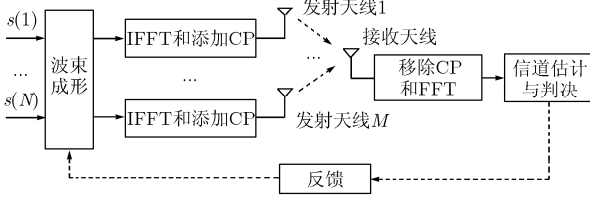


图1 使用发射波束成形的有限反馈 MISO-OFDM 系统框图

个子载波的信息符号  $s(k)$  用一  $M$  维波束成形列向量  $\mathbf{w}(k)$  相乘。假设循环前缀(CP)的长度不小于信道的冲激响应长度,则 OFDM 可以将宽带信道转换为  $N$  个窄带子信道。如此,子载波  $k$  的信道可以用一  $M$  维行向量  $\mathbf{h}(k)$  表示,其元素表示子载波  $k$  从各个发射天线到接收天线的信道系数。这样,子载波  $k$  处的接收信号可表示为

$$r(k) = \mathbf{h}(k)\mathbf{w}(k)s(k) + n(k) \quad (1)$$

这里  $n(k)$  为零均值单位方差的加性白高斯噪声。假设在每个子载波上分配相等的发射功率  $P$ , 并限制  $\mathbf{w}(k)$  的 Frobenius 范数为 1 以避免增大发射功率。

考虑块衰落(block-fading)信道,即信道在一个传输块内保持不变,在块间独立变化。并假设仅接收机能准确获知信道信息,同时从接收机至发射机存在一条有限速率、零延迟且无误的反馈链路。对一特定的子载波,接收机首先根据某一优化准则从预先设计好且为收发两端共知的码本  $\mathbf{W} = (\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_L)$  中选取最优的码字作为波束成形向量,再用  $B = \log_2 L$  比特将选定码字的序号反馈给发射机。显然,若  $N$  个序号都要反馈,则总的反馈量将达到  $NB$  比特。这个开销过于庞大,在工程中很难实现。所幸,可用后文提供的方法降低开销。

### 3 基于误码率的波束成形向量选取准则

先考察加性白高斯噪声信道中误码率  $u$  和信噪比  $p$  之间的关系  $u(p)$ 。定义高斯  $Q$  函数

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt \quad (2)$$

考虑矩形或正方形 QAM 星座图,可将  $u(p)$  写成有限个高斯  $Q$  函数的和<sup>[7]</sup>

$$u(p) = \sum_i b_i Q(a_i \sqrt{p}) \quad (3)$$

这里的常数对  $\{a_i, b_i\}$  在不同的星座图中取值不同。对 4-QAM, 和式中仅有一项,且  $a_1 = b_1 = 1$ 。

另一方面,子载波  $k$  的接收信噪比为

$$p(k) = P |\mathbf{h}(k)\mathbf{w}(k)|^2 \quad (4)$$

将  $N$  个子载波分成若干个数量均为  $K$  的子载波簇。不失一般性,下文仅考虑第  $n$  个簇,其包含的子载波序号为  $nK+1$  至  $nK+K$ 。以 4-QAM 为例推导误码率准则。由式(3),簇  $n$  的平均误码率为

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} u(p(k)) = \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} Q\left(\sqrt{P |\mathbf{h}(k)\mathbf{w}|^2}\right) \\ &\leq \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \exp\left(-\frac{P}{2} |\mathbf{h}(k)\mathbf{w}|^2\right) \end{aligned} \quad (5)$$

这里的不等号应用了 Chernoff 不等式。给定  $K$ , 最优波束成形向量应根据下式选择

$$\mathbf{w}(n) = \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathbf{W}} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \exp\left(-\frac{P}{2} |\mathbf{h}(k)\mathbf{w}|^2\right) \quad (6)$$

通常,对式(6)很难求出闭合解。既然码本尺寸是一有限值,可以用穷举搜索法求出最优解;文献[5]中求解 Karcher 均值向量也应用了这一方法。这里,将在式(6)中用穷举搜索法求得的最优向量  $\mathbf{w}(n)$  命名为最小误码率均值向量(BER-Minimizing Mean Vector, BMMV)。然而,当  $L$  和  $K$  较大时,穷举搜索的复杂度非常大;需要采用更为简单的求解方法。

一般地,对任一个 OFDM 符号的第  $n$  个子载波簇,这样两个事实显然成立:(a)对每一子载波,其最优波束成形向量是其信道向量的归一化 Hermitian 转置向量。既然不同子信道是相关的,那么它们的最优波束成形向量和该簇的 BMMV 之间也具有一定相关性。所以,若将  $\mathbf{W}$  中与该簇中间序号的子信道相关度最高的  $L_s$  ( $L_s < L$ ) 个码字构造一个子码本  $\mathbf{W}_s$ , 则该簇的 BMMV 属于  $\mathbf{W}_s$  是一个大概率事件。(b)相邻的少数几个子载波的信道近似相同。基于这两个事实,提出求解式(6)的简化算法如下:

步骤 1 构造子码本  $\mathbf{W}_s$ , 其由  $\mathbf{W}$  中与该簇中央子载波的信道向量  $\mathbf{h}(nK+K/2)$  具有最高相关度的  $L_s$  个码字构成,即

$$\mathbf{W}_s = \{\mathbf{w}_{s,1}, \dots, \mathbf{w}_{s,L_s}\} = \arg \max_{\mathbf{w} \in \mathbf{W}} |\mathbf{h}(nK+K/2)\mathbf{w}| \quad (7)$$

步骤 2 在子码本  $\mathbf{W}_s$  中根据下式选择“合适”码字作为该簇的最优波束成形向量

$$\mathbf{w}(n) = \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathbf{W}_s} \sum_{k=nK+1, K_s, \dots, nK+K} \exp\left(-\frac{P}{2} |\mathbf{h}(k)\mathbf{w}|^2\right), K_s < K \quad (8)$$

通过以上两步,将由码本和子载波簇构成的二维搜索空间大大压缩,从而显著地降低了计算复杂度。后文仿真表明,只要  $L_s$  和  $K_s$  选取适当,代价函数式(8)非常接近式(6)的性能。

### 4 复杂度分析

以各种方案所需的复数乘法次数来评估计算复杂度。对所有波束成形方案,考虑到其中的(反)快速傅里叶变换((I)FFT)、信道估计、接收检测和发射波束成形都是相同的,故只比较接收端的波束成形向量选择(对相位旋转插值而言还包括相位选择);当然,对相位选择插值和 Geodesic 插值,还会考虑发射端波束成形向量的重构。为简便起见,直接将复杂度的分析结果由表1给出。其中,标有“一般情形”、“仿真1”和“仿真2”的3列分别表示一般参数和下一节中特定的仿真参数设置共3种情形。此外, Karcher 分簇和 Geodesic 插值两种方案包括余弦运算,本文提出的方案包括指数运算;它们在实际运用时可采用查表法求得。当然,这会带来一定的性能损失和存储复杂度增加;本文暂不考虑这些因素的影响。从表1中不难看出,在典型的参数设置条件下,本

表1 各种波束成形方案的复数乘法次数

波束成形方案	一般情形	仿真 1	仿真 2
理想反馈	$LNM$	8192	4096
传统分簇 <sup>[3,4]</sup>	$LNM / K$	512	256
Karcher分簇 <sup>[5]</sup>	$LNM$	8192	4096
Geodesic插值 <sup>[5]</sup>	$(L / K + 2)NM$	1536	1280
相位旋转插值 <sup>[3,4]</sup>	$((L + 2) / K + 2)NM + (3 \times 2^Q / 2 + 1 / K - 2)N$	1736	1480
所提最优算法式(6)	$LNM$	8192	4096
所提次优算法式(8)	$(\text{ceil}(K / K_s) + 1) \cdot L_s NM / K$	896	672

文所提算法式(8)的计算复杂度仅比最为简单的传统分簇要高, 而比其它方案均低。

## 5 仿真结果

仿真参数设置如下:  $M = 4$ ,  $N = 128$ ,  $K = 16$ , CP 长度为 16。信道采用文献[8]中的 ITU Ped-B 模型, 并假设不同发射天线到接受天线的信道彼此独立, 接收机能够准确获知信道信息, 反馈链路零延迟且无误。用于选择波束成形向量的码本取自文献[9]。

**仿真 1** 为公平起见, 对全部有限反馈方案, 设定每个需要反馈的 OFDM 符号对应的反馈比特数为 32。具体而言, 对相位旋转插值, 使用  $B = 3\text{bit}$  和  $Q = 1\text{bit}$  分别反馈波束成形向量和相位; 对其他方案, 均使用  $B = 4\text{bit}$  反馈波束成形向量; 对所提简化算法式(8), 令  $L_s = 4$  和  $K_s = 3$ 。为比较, 还仿真了理想反馈(每个子载波均使用  $B = 4\text{bit}$  反馈波束成形向量, 反馈比特数总计为 512)和无反馈的  $\mathbf{G}_4$  正交空时分组码<sup>[10]</sup>。图 2 给出了各种方案的未编码误码率性能。所有波束成形方案采用 4-QAM 调制,  $\mathbf{G}_4$  正交空时分组码则采用 16-QAM 调制以保证相同的数据率。从图中看出, 在全部有限反馈的波束成形方案中, 本文所提简化算法式(8)仅比最优算法式(6)略有性能损失, 在误码率  $10^{-3}$  处比其他已有方案有 1-5dB 增益。这表明所提简化算法能够以较低的复杂度取得较好的性能。理想反馈的性能要明显优于有限反馈, 这得益于它巨大的反馈量, 但在实际中显然不能采用。此外, 在实际的信噪比区间内,  $\mathbf{G}_4$  正交空时分组码的性能要远逊于有限反馈波束成形, 这从反面证明了发射机获取一定信道信息能够显著提升系统性能。

**仿真 2** 在仿真 1 的基础上进一步减小反馈量, 设定总的反馈比特数为 24。对相位旋转插值, 使用  $B = 2\text{bit}$  和  $Q = 1\text{bit}$  分别反馈波束成形向量和相位; 对其他方案, 均使用  $B = 3\text{bit}$  反馈波束成形向量; 对所提简化算法式(8), 令  $L_s = 3$  和  $K_s = 3$ 。理想反馈的每个子载波均使用  $B = 3\text{bit}$

反馈, 反馈比特数总计为 384。其他条件同仿真 1。未编码误码率性能比较见图 3。从图中仍可看出, 在有限反馈的波束成形方案中, 所提简化算法式(8)仅比最优算法式(6)略有损失; 与其他已有方案相比, 优势更为明显, 在误码率  $10^{-3}$  处有 1.5-5.5dB 增益。这表明反馈量越小, 所提方案相对已有方案的性能改善越大。此外,  $\mathbf{G}_4$  正交空时分组码与有限反馈波束成形之间的性能差异有所减小。这表明反馈量越小, 前者的性能就越接近后者。

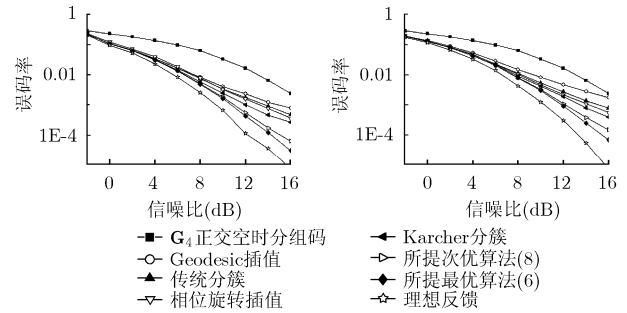


图 2 反馈比特总数为 32 的误码率性能比较

图 3 反馈比特总数为 24 的误码率性能比较

## 6 结束语

本文考察了有限反馈条件下 MISO-OFDM 系统的发射波束成形。其中的主要问题是降低反馈量, 子载波分簇是一个有效解决方法, 而如何从码本中选择最优的码字作为子载波分簇的波束成形向量又是其中的核心。本文所提基于最小化误码率的波束成形向量选择方案与已有方案相比, 能够明显地降低系统误码率。同时, 为避免求解最优值的穷举搜索, 本文提出了一种简化的次优算法。该算法与最优算法相比, 略有性能损失, 计算复杂度却大为减小。此外, 所提方案容易地推广到采用线性接收机的 MIMO-OFDM 系统。在未来的研究中将探索反馈延迟和信道估计误差对系统性能的影响。

## 参考文献

- [1] Andersen J B. Antenna arrays in mobile communications: gain, diversity, and channel capacity [J]. *IEEE Antennas Propagatio. Magazine*, 2000, 42(2): 12-16.
- [2] Love D J, Heath Jr R W, and Strohmer T. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(10): 2735-2747.
- [3] Choi J and Heath Jr R W. Interpolation based transmit beamforming for MIMO-OFDM with limited feedback [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(11): 4125-4135.
- [4] Choi J, Mondal B, and Heath Jr R W. Interpolation based unitary precoding for special multiplexing MIMO-OFDM with limited feedback [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(12): 4730-4740.

- [5] Pande T, Love D J, and Krogmeier J V. Reduced feedback MIMO-OFDM precoding and antenna selection [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(5): 2284-2293. Available: <http://cobweb.ecn.purdue.edu/~djlove/grass.html>. 2007.
- [6] Zhang H, Li Y, Stolpmann V, and *et al.* A reduced CSI feedback approach for precoded MIMO-OFDM systems [J]. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 2007, 6(1): 55-58.
- [7] Zhou Shengli and Li Baosheng. BER criterion and codebook construction for finite-rate precoded spatial multiplexing with linear receivers [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(5): 1653-1665.
- [8] ITU-R Recommendation M.1225. Guidelines for evaluation of radio transmission technologies for IMT-2000. 1997.
- [9] Love D J. Grassmannian subspace packings (online).
- [10] Tarokh V, Jafarkhani H, and Calderbank A R. Space-time block codes from orthogonal designs [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1999, 45(5): 1456-1467.
- 张雷: 男, 1979年生, 博士生, 研究方向为无线通信中的空时编码、多天线信号处理与正交频分复用技术.
- 武刚: 男, 1975年生, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为无线通信中的空时编码、多天线信号处理、正交频分复用技术与超宽带通信技术.
- 李少谦: 男, 1957年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线与移动通信技术、抗干扰通信技术.