

## 基于局部边界鉴别分析的人脸识别

李子荣 杜明辉

(华南理工大学电信学院 广州 510641)

**摘要:** 该文基于谱图理论和流形学习提出了局部边界鉴别分析(LMDA)的降维方法。在近邻保持投影的基础上, LMDA 方法减少了同类数据间由于线性投影而带来的重构误差, 同时保留了类内相似度图的拉普拉斯矩阵的完整性。另一方面, 通过构造一个与类内‘相似’图对应的类外‘代价’图, LMDA 可以扩大两者间的边界。在人脸识别中与其他方法的对比实验表明提出的算法能有效提升近邻保持投影的性能。

**关键词:** 人脸识别; 降维; 流形学习; 近邻保持投影

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)03-0527-05

## Local Marginal Discriminant Analysis for Face Recognition

Li Zi-rong Du Ming-hui

(College of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** A novel dimensionality reduction method called Local Marginal Discriminant Analysis (LMDA) is proposed in this paper based on spectral graph theory and manifold learning. Based on Neighborhood Preserving Projections (NPP), the reconstruction distortion in the intra-class caused by linear projections is minimized, and at the same time the integrity of the Laplacian matrix of the intra-class graph is kept, and ‘margin’ between inter-class and intra-class is also maximized by constructing a weighted ‘compactness’ nearest-neighbor graphs and a counterpart ‘penalty’ graph. Finally, the numerical experimental results compared to other methods show that LMDA outperforms NPP.

**Key words:** Face recognition; Dimensionality reduction; Manifold learning; NPP (Neighborhood Preserving Projections)

### 1 引言

流形学习是近年兴起的一种降维方法, Isomap<sup>[1]</sup>和 LLE<sup>[2]</sup>是其中两篇重要的发轫之作。局部线性嵌入(Locally Linear Embedding, LLE)是一种数据嵌入的非线性降维的方法, 目的是保留数据样本内在的近邻数据的几何特性和全局几何特性, 但是由于它使用隐式映射把数据从高维空间映射到降维后的空间, 因此难以处理新的测试数据。Kokopoulou 和 Saad 提出用线性映射把新的人脸图像数据投影到降维空间, 即近邻保持投影(Neighborhood Preserving Projections, NPP)<sup>[3]</sup>解决了该问题。He 等也提出了一种本质上相同的名为近邻保持嵌入(Neighborhood Preserving Embedding, NPE)<sup>[4]</sup>的办法。基于拉普拉斯特征图(Laplacian Eigenmap)<sup>[5]</sup>, He 等还提出了局部保持投影(Locality Preserving Projections, LPP)<sup>[6]</sup>用于人脸识别。

线性鉴别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[7]</sup>是模式识别中一种鲁棒而且有效的降维方法。它的目标函数

试图使类内和类外数据点的分别达到最大, 并且已被证明在特征提取和分类中十分有用。在文献[8]中, Yan 等人利用图嵌入(Graph Embedding)这一通用的框架, 为理解和解释上面提及的方法提供了一种统一的观点, 同时提出了一种旨在克服 LDA 缺点的办法——边界 Fisher 分析(Marginal Fisher Analysis, MFA)。这个方法的基本观点是构造两个不同的图, 一个是“相似图”, 用于表示类内的相似度(compactness), 一个是“代价图”, 用于表示类外数据的分离度(separability), 然后最小化两者的比值得到降维空间的投影矩阵。相似的研究也出现在文献[9]中, 算法称为局部鉴别嵌入(Local Discriminant Embedding, LDE), 两种方法里面图的构造略有不同, 但都是来自拉普拉斯特征图<sup>[5]</sup>。

因为 NPP/NPE 和 LPP 都可以用图嵌入这一框架来解释, 基于 NPP, 可以构造一种和 LDE/MFA 类似的方法, 称为边界近邻保持投影(Marginal NPP, MNPP)。本文基于 NPP 的拉普拉斯矩阵的特殊性提出了局部边界鉴别分析方法来进一步提高 MNPP 的识别性能。

### 2 边界近邻保持投影

用  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  表示样本数据集,  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n\} \in \mathbb{R}^{d \times n}$  为降维空间上对应的投影,  $G =$

2007-10-15 收到, 2008-05-13 改回

国家自然科学基金(No.U0735004)和广东省自然科学基金(05006593)资助课题

$\{\mathbf{X}, \mathbf{W}\}$  表示一个加权的无向图, 其中  $\mathbf{X}$  为顶点集,  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为相似度矩阵.  $\mathbf{W}$  的构成有多种方法<sup>[1,2,5]</sup>, 对角矩阵  $\mathbf{D}$  和图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  分别定义为  $D_{ii} = \sum w_{ij}$ ,  $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{W}$ .

近邻保持投影源于 LLE, 而 LLE 基于下面的假设: 一个数据点和它的  $k$  个近邻数据在其隐含的流形上是局部线性的, 并且每一个数据点都可以通过它的加权的近邻数据进行重构. 权重  $w_{ij}$  的计算由文献[2]给出. 得出的权重具有旋转不变、尺度不变和平移不变的性质, 因此可以保留隐含流形的内在几何特性. 详细介绍见文献[2]. 假设  $\mathbf{X}$  到  $\mathbf{Y}$  的映射为  $\mathbf{y}_i = \mathbf{V}^T \mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{m \times d}$ , LLE 的目标函数变为  $\varphi(\mathbf{Y}) = \|\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W})\|_F^2 = \text{tr}[\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W})(\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{X}^T \mathbf{V}]$  (1) 指定  $\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W})(\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{X}^T$ , 上面式子的求解变为在两个限制条件下的特征值问题. 如果  $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$ , 投影称为正交近邻保持投影(Orthogonal NPP), 如果  $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} = \mathbf{I}$ , 称为 NPP<sup>[3]</sup>.

以  $\mathbf{S}_B$  和  $\mathbf{S}_W$  表示 LDA 的类外数据散射矩阵和类内数据散射矩阵, LDA 目标函数如下<sup>[7]</sup>:

$$\mathbf{V}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_B \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_W \mathbf{V}} = \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_W \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_B \mathbf{V}} \quad (2)$$

由于  $\mathbf{S}_W$  的零空间包含的鉴别信息比  $\mathbf{S}_B$  里面的重要<sup>[10]</sup>, 同时为了上下文的一致性, 在下文我们将使用最小值的形式. 与 LDA 相似, LDE/MFA 的目标函数为<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{V}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{L}_C \mathbf{X}^T \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{L}_P \mathbf{X}^T \mathbf{V}} = \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_P \mathbf{V}} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{W}_C$  由类内数据点构成, 是“相似图”的加权矩阵;  $\mathbf{W}_P$  由类外数据点组成, 是“代价图”的加权矩阵<sup>[8]</sup>. 式(3)的意义在于, 基于谱图理论<sup>[11]</sup>, 如果两个数据相似度越小, 那么在嵌入的流形上距离越远, 即目标函数可以看作类内“相似度”的最大化和类外“分离度”的最大化之间的交集, 也就是, 类内数据点在嵌入的流形上的距离更小, 而不同类的据嵌入在离类内数据尽可能远的地方.

LDE/MFA 的目标是最大化类内数据和类外数据的“边界(margin)”, 概念图示见图 1, 图中白点是同一类数据, 其他的点属于不同的类别.

文献[12]中已经证明, LLE 中的矩阵  $\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}^T)(\mathbf{I} - \mathbf{W})$  近似于迭代的归一化拉普拉斯矩阵  $\mathcal{L} = \mathbf{D}^{-1/2} \cdot \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1/2}$ , 即  $\mathbf{M}f \approx (1/2)\mathcal{L}f$  ( $f$  是从  $k$  维流形到直线的影射,

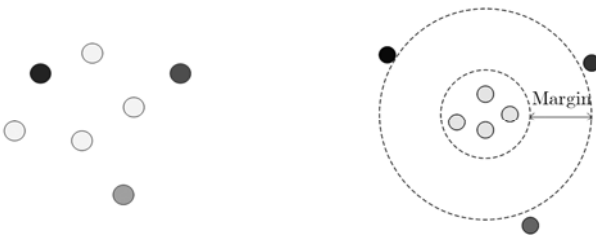


图1 “边界”示意图

在后文仍称  $\mathbf{M}$  为拉普拉斯矩阵), 因而也具有谱图理论的上述性质, 因此类似 LDE/MFA, 本文提出一种名为边界近邻保持投影的方法, 目标函数为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{opt}} &= \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}_C^T)(\mathbf{I} - \mathbf{W}_C)\mathbf{X}^T \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}_P^T)(\mathbf{I} - \mathbf{W}_P)\mathbf{X}^T \mathbf{V}} \\ &= \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_P \mathbf{V}} \end{aligned} \quad (4)$$

### 3 局部边界鉴别分析(LMDA)

MNPP 的类内目标函数等价于如下形式:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}) &= \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{W}_C^T)(\mathbf{I} - \mathbf{W}_C)\mathbf{X}^T \mathbf{V}) \\ &= \mathbf{E} - \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{W}_C^T + \mathbf{W}_C - \mathbf{W}_C^T \times \mathbf{W}_C)\mathbf{X}^T \mathbf{V}) \end{aligned} \quad (5)$$

先看流形的定义<sup>[13]</sup>: 设  $U$  和  $V$  是  $\mathbb{R}^n$  中的开集, 一个可微函数  $h: U \rightarrow V$  若有可微逆  $h^{-1}: V \rightarrow U$ , 就称为微分同胚.

$\mathbb{R}^n$  的子集  $M$ , 若其每一点  $\mathbf{x} \in M$  都满足下面条件, 就称为  $d$  维流形: 存在一个含  $\mathbf{x}$  的开集  $U$ , 一个开集  $V \subset \mathbb{R}^n$  和一个微分同胚  $h: U \rightarrow V$  使得

$$h(U \cap M) = V(\mathbb{R}^d \cap \{0\}) = \{\mathbf{y} \in V: \mathbf{y}^{d+1} = \dots = \mathbf{y}^n = 0\}$$

因为流形的维数  $d$  和微分同胚  $h$  未知, 映射  $\mathbf{y} = \mathbf{V}^T \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{m \times d}$  中变换矩阵  $\mathbf{V}$  只是  $h$  的近似(若  $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$  则变换可逆), 因此式(6)第二项还可以看作是由线性投影引入的重构失真.

同时,  $\mathbf{W}$  中元素  $w_{ij}$  表示每个数据点在加权图中的重要性, 由于在  $\mathbf{E}$  中, 嵌入后的数据由它自身重构, 我们将忽略它引入的失真. 因而最小化由线性投影带来的失真变成最小化由邻近数据点引入的失真, 因为矩阵  $\mathbf{W}_C' = \mathbf{M} - \mathbf{I}$  的对角非零元素都是来自它们相应的近邻, 这一目的可以通过最大化  $\mathbf{Y}^T \mathbf{W}_C' \mathbf{Y}$  实现.

其次在样本的维数大于样本数量的时候, 为了去除  $\mathbf{S}_W$  和  $\mathbf{S}_B$  的共同零空间, LDA 的目标函数可以改写成以下形式:

$$\mathbf{V}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_W \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T (\mathbf{S}_W + \mathbf{S}_B) \mathbf{V}} = \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_W \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_I \mathbf{V}} \quad (6)$$

不过如果把式(4)中的  $\mathbf{S}_C$  和  $\mathbf{S}_P$  相加, 与 LDA 和 MFA 不同,  $\mathbf{M}_P + \mathbf{M}_C$  不再是一个拉普拉斯矩阵, “边界”会被压缩. 在文献[14]中, Cai 等人提出了一种名为局部敏感鉴别分析(Locality Sensitive Discriminant Analysis, LSDA)的方法对此解决此缺点有帮助, 目标函数为

$$\mathbf{V}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\alpha \mathbf{L}_P + (1 - \alpha) \mathbf{W}_C)\mathbf{X}^T \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{D}_C \mathbf{X}^T \mathbf{V}} \quad (7)$$

其中  $\alpha$  是一个合适的常数, 但是式(7)没有保持图的拉普拉斯矩阵的完整性, 类内数据的局部结构特性会被破坏.

综合上述两点, 式(4)可以进一步表达为

$$\mathbf{V}_{\text{opt}} = \begin{cases} \arg \min_{\mathbf{V}} \mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V} \\ \arg \max_{\mathbf{V}} \mathbf{V}^T \mathbf{S}_P \mathbf{V} \\ \arg \max_{\mathbf{V}} \mathbf{V}^T \mathbf{X} \mathbf{W}_C' \mathbf{X}^T \mathbf{V} \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中  $\arg \min_{\mathbf{V}} \mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}$  是为了保持类内数据的局部结构特征。由于  $\mathbf{X}^T \mathbf{W}'_C \mathbf{X}$  是对称、半正定的, 为了最大化边界, 式(8)可以写成和 LSDA 类似的比值形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{opt}} &= \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T \mathbf{X}(\mathbf{L}_P + \alpha \mathbf{W}'_C) \mathbf{X}^T \mathbf{V}} \\ &= \arg \min_{\mathbf{V}} \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{S}_C \mathbf{V}}{\mathbf{V}^T (\mathbf{S}_P + \alpha \mathbf{S}'_C) \mathbf{V}} \end{aligned} \quad (9)$$

加入系数  $\alpha$  (经验选取) 是为了平滑  $\mathbf{W}'_C$  对类外数据的局部结构造成的影响, 尤其是每个人像的训练样本个数较小的情况下, 因为  $\sum_j w_{ij} = 1$  [2],  $w_{ij}$  的值较大, 相应地  $w'_{C,ij}$  也较大,

因而对类外数据的拉普拉斯矩阵影响较大。在式(9)用  $\mathbf{W}_C$  代替  $\mathbf{W}'_C$ , LSDA 的转换矩阵  $\mathbf{V}$  也可以用本文的方法求得, 并记为 LMFA (Local MFA), 在接下来的实验也会测试这个变体。

以下是 LMDA 的具体算法:

(1) PCA 投影 当训练集样本数  $n$  小于数据维数  $m$  时,  $\mathbf{S}_C$  和  $\mathbf{S}_P$  变成奇异的, 同时为了计算方便, 在 LMDA 前对数据进行 PCA 变换,  $\mathbf{x}_i$  降维后的维数是  $n-1$ , PCA 的变换矩阵用  $\mathbf{V}_{\text{PCA}}$  表示。相应地, 数据经 PCA 变换后,  $\mathbf{S}_C$  由  $\mathbf{S}_{C_{\text{PCA}}}$  表示,  $\mathbf{S}_P$  由  $\mathbf{S}_{P_{\text{PCA}}}$  表示。

(2) 构造近邻图和计算它们的权重  $\mathbf{x}_i$  的类内近邻是它在训练集内的所有的同类数据点, 类外近邻是由欧氏距离为测度的  $k$  个最近近邻。

(3) 计算特征向量 式(9)的优化问题可通过求解下面的广义特征值问题近似求得

$$\mathbf{S}_{C_{\text{PCA}}} \mathbf{v} = \lambda (\mathbf{S}_{P_{\text{PCA}}} + \mathbf{S}'_{C_{\text{PCA}}}) \mathbf{v} \quad (10)$$

而  $\mathbf{V}_d = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d)$ , 其中  $\mathbf{v}_i$  是式(10)的第  $i$  个最小特征值对应的特征向量。新的测试数据可以通过下面的转换矩阵投影到降维空间:  $\mathbf{V}_{\text{opt}} = \mathbf{V}_{\text{PCA}} \mathbf{V}_d$ 。

#### 4 人脸识别实验结果

在本节中将提出的算法用于人脸识别。使用 ORL 和 CMU PIE 人脸数据库, 并且和 PCA, LDA, MFA, NPP,

NPP, LMFA 等方法进行比较。为了表示 LMDA 中  $\alpha$  对识别结果的影响, 将  $\alpha = 1$  下的 LDMA 表示为 LMDA1, 其他的  $\alpha$  值下表示为 LMDA0, 对实验中的所有人脸图像都裁剪为  $64 \times 64$  分辨率, 眼睛手工定位在大概相同的位置。首先计算所有算法的转换矩阵, 把测试图像投影到降维空间后, 再使用基于欧氏距离的最佳近邻方法进行分类。在监督学习 (MNPP, MFA, LMDA, LMFA) 的情况下, 类内和类外的近邻数目是一样的。为了避免偏差, 训练图像从数据库里面随机抽取, 同一设定下的实验会运行 20 次, 识别率是识别正确的百分比的平均值。

(1) ORL 数据库 ORL 数据库 (<http://www.cam-orl.co.uk>) 包含 40 个人的照片, 每人有 10 张不同的图像, 每张图像在姿势、大小、拍摄时间和面部表情上都有所不同。头部转动最大不超过  $20^\circ$ , 同一脸部的大小变化不超过 10%, 所有图像都是灰度图像, 并规整为  $92 \times 112$  像素。

表 1 记录了我们在实验中取得识别率。表中 “ $mL/nT$ ” 表示每人  $m$  个训练样本和  $n$  个测试样本, “ $p \pm q(\alpha, d)$ ” 表示平均识别率  $p$ , 识别率方差  $q$ , 和取得最佳识别率时降维空间的维数  $d$ ,  $\alpha$  是取得最高识别率时的  $\alpha$  值。行 LMDA0 中的 “LMDA1” 表示最高识别率为  $\alpha = 1$  的时候。从表中可以看出, LMDA 的识别率高于其他方法, 对 MNPP 的性能提升也是明显的。在本文的实验中,  $\alpha$  对 LMFA 的识别率影响较小;  $0 < \alpha \leq 1$  时, LMDA 的表现有较大变化。

(2) CMU PIE 数据库 PIE 数据库包括 68 个人的 41638 幅图像, 头部的姿势、光照和表情各有差别。在本文的实验中, 选取两个与文献[8]相似的子集。第 1 个子集 PIE-1 包括 5 个近似正面的姿势 (C27, C05, C29, C09 和 C07), 每个姿势下选取光照编号为 10 和 13 的两张图像, 所以该子集每个人有 10 张图像。第 2 个子集 PIE-2 在 PIE-1 基础上加上光照编号为 08 和 11 的两张图像, 因而每人有 20 张照片。

从表 2 可见, LMDA 识别性能领先其他算法。对 MNPP 算法的提高比较明显, 训练样本数增大的情况下更加明显。从表 3 可见, 基于 LLE 的算法即使在训练样本较少的情况

表 1 ORL 数据库上的最佳识别率比较

	2L/8T	3L/7T	4L/6T	5L/5T
PCA	71.38±2.03(79)	79.91±2.88(119)	85.31±2.43(159)	89.18±2.03(199)
LDA	74.25±2.71(39)	88.09±2.16(39)	92.71±2.12(39)	94.75±2.06(39)
MFA	81.38±2.93(54)	86.54±2.17(62)	91.77±2.37(58)	94.00±1.56(60)
LMFA1	78.34±2.55(48)	87.71±1.59(65)	91.69±1.99(58)	94.60±1.39(63)
LMFA0	80.31±2.41(3.75,49)	88.75±1.98(3.75,60)	92.21±1.65(2,76)	94.80±1.86(2.25,78)
LMDA1	80.03±3.18(34)	89.61±2.74(49)	<b>93.44±1.55(35)</b>	<b>95.45±1.67(50)</b>
LMDA0	<b>82.09±0.301(0.4,43)</b>	<b>91.71±0.255(0.4,64)</b>	LMDA1	LMDA1
MNPP	81.33±2.36(45)	88.71±2.54(48)	90.67±1.76(54)	93.53±2.07(43)
NPP	79.23±2.72(42)	87.21±2.49(44)	91.15±1.79(42)	94.08±1.83(43)

表 2 PIE-1 数据库上的最佳识别率比较

	2L/8T	3L/7T	4L/6T	5L/5T
PCA	58.37±2.15(135)	67.48±1.72(203)	75.40±2.15(271)	81.35±2.69(339)
LDA	56.97±3.52(67)	84.35±2.06(67)	90.92±2.06(67)	95.07±1.39(67)
MFA	84.20±3.22(63)	86.16±3.87(90)	90.54±1.74(86)	93.34±1.89(91)
LMFA1	71.98±3.31(74)	86.44±1.79(93)	90.88±2.27(87)	93.94±1.61(92)
LMFA0	76.72±2.71(4,76)	87.13±1.88(3.75,94)	92.36±1.62(3.5,105)	94.95±1.14(4,127)
LMDA1	82.56±3.59(70)	91.68±1.94(91)	<b>95.09±1.79(64)</b>	<b>97.46±1.09(63)</b>
LMDA0	<b>85.34±3.19(81, 0.2)</b>	<b>93.31±1.91(67, 0.8)</b>	LMDA1	LMDA1
MNPP	84.45±2.76(82)	90.77±3.51(91)	89.71±2.72(67)	93.25±2.03(70)
NPP	77.89±1.63(66)	88.22±1.63(68)	92.40±1.45(66)	95.62±1.46(70)

表 3 PIE-2 数据库上的最佳识别率比较

	2L/18T	3L/17T	4L/16T	5L/15T
PCA	40.02±1.19(135)	48.05±1.38(203)	54.37±1.24(271)	59.48±1.22(339)
LDA	52.99±1.69(67)	78.33±2.13(67)	87.28±2.05(67)	92.33±1.28(67)
MFA	74.58±3.08(77)	82.21±3.20(93)	88.50±2.38(92)	92.04±1.47(91)
LMFA1	70.09±2.03(72)	82.60±1.80(78)	88.72±1.08(82)	92.14±1.20(81)
LMFA0	73.25±2.53(4,80)	83.80±1.98(3.75,80)	89.61±1.23(3.75,116)	92.86±1.48(3.75,127)
LMDA1	72.42±2.60(66)	85.50±1.61(78)	<b>91.66±1.90(64)</b>	<b>94.63±1.08(67)</b>
LMDA0	<b>75.40±2.13(82, 0.2)</b>	<b>87.75 ±1.91(91, 0.8)</b>	LMDA1	LMDA1
MNPP	74.84±2.64(83)	86.88±2.99(78)	88.46±3.79(71)	91.80±1.43(67)
NPP	74.55±1.77(72)	85.85±1.19(77)	90.87±2.01(66)	94.03±1.42(66)



图 2 PIE-2 图像样本(第一排为 PIE-1 图像样本)

下也有比较好的表现。LMDA 在这个数据库也有优异的表现。

在本文的实验中，LMDA 在维数  $d = C$  附近的识别率较高，图 3 是 LMDA 在 PIE-1 数据库上每人取 5 个训练样本时几种方法在不同维数下的性能表现。

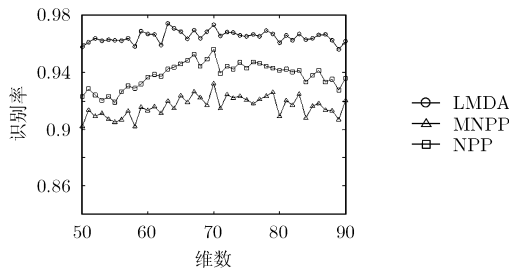


图 3 LMDA 在不同维数下的识别性能比较

通过实验可以看出，LMFA 比 MFA 的性能提升没有 LMDA 比 MNPP 的提升高。归一化的拉普拉斯矩阵可以看作 Laplace-Beltrami 算子的近似<sup>[15]</sup>，即

$$\frac{\langle g, \mathcal{L}g \rangle}{\langle g, g \rangle} = \frac{\langle g, \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1/2} g \rangle}{\langle g, g \rangle} = \frac{\langle f, \mathbf{L}f \rangle}{\langle \mathbf{D}^{1/2} f, \mathbf{D}^{1/2} f \rangle} = \frac{\sum_{x_i \sim x_j} (f(x_i) - f(x_j))^2}{\sum_{x_j} f(x_j)^2 dv} \quad (11)$$

其中  $g = \mathbf{D}^{1/2} f$  是点  $x_i$  到实数值  $g(x_i)$  的映射， $v = \mathbf{D}_{ii}$ 。式 (11) 最左面部分即瑞利商，在识别中，本文使用前  $k$  个最小的特征值对应的特征向量，即类内数据局部结构变化小的特征，而 MNPP 中矩阵  $\mathbf{M}$  经二次迭代<sup>[12]</sup>后，对数据结构的局部变化没有 MFA 中的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  敏感，因此不会对类外数据的局部结构造成大的影响，能够在减少线性投影带来的误差的同时，较好地最大化类外数据和类内数据的边界。

### 5 结束语

本文提出一种基于 LLE 的对 MNPP 进行改进的降维算法。LLE 是一种基于流形学习的非线性降维方法，进行线性投影会引入额外的嵌入失真，本文根据 LLE 的相似加权矩阵的含义，在 MNPP 的基础上减少线性投影的失真，并在

人脸识别的实验中收到了良好的效果, 对光照、姿势等都有鲁棒的表现。

### 参 考 文 献

- [1] Tenenbaum J B, de Silva V, and Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2319–2323.
  - [2] Roweis S T and Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2323–2326.
  - [3] Kokiopoulou E and Saad Y. Orthogonal Neighborhood Preserving Projections [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29(12): 2143–2156.
  - [4] He X F, Cai D, Yan S C, and Zhang H J. Neighborhood preserving embedding [C]. *IEEE Int. Conf. on Computer Vision (ICCV) 2005*, Beijing, China, Oct. 2005: 1208–1213.
  - [5] Belkin M and Niyogi P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering [C]. *Proc. Conf. Advances in Neural Information Processing System 15*, Vancouver, British Columbia, Canada, Dec. 2001: 585–591.
  - [6] He Xiaofei, Yan Shuicheng, and Hu Yuxiao, *et al.*. Face recognition using laplacianfaces [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(3): 328–340.
  - [7] Belhumeur P N, Hespanha J P, and Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711–720.
  - [8] Yan S, Xu D, Zhang B, and Zhang H J. Graph embedding: A general framework for dimensionality reduction [J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29(1): 40–51.
  - [9] Chen Hwann-Tzong, Chang Huang-Wei, and Liu Tyng-Luh. Local discriminant embedding and its variants [C]. *Proc. 2005 Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, San Diego, CA, USA, 2005, Vol. 2: 846–853.
  - [10] Yu Hua and Yang Jie. A direct LDA algorithm for high-dimensional data —with application to face recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2001, 34(10): 2067–2070.
  - [11] M Brand. Technical Report, TR-2003-21, Continuous nonlinear dimensionality reduction by kernel eigenmaps. Mitsubishi Electric Research Laboratory, Apr. 2003.
  - [12] Belkin M and Niyogi P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation [J]. *Neural Computation*, 2003, 15(6): 1373–1396.
  - [13] Spivak Michael 著, 齐民有, 路见可译. 流形上的微积分——高等微积分中的一些经典定理的现代化处理(双语版). 北京: 人民邮电出版社, 2007: 107–108.
  - [14] Cai Deng, He Xiaofei, and Zhou Kun, *et al.*. Locality sensitive discriminant analysis [C]. *Proc. 2007 Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI'07)*, Hyderabad, India, Jan. 2007: 708–713.
  - [15] Fan Chung. *Spectral Graph Theory* [M]. Second printing, 1997, Chapter 1. <http://www.math.ucsd.edu/~fan/research/revised.html>.
- 李子荣: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为图像处理、模式识别。
- 杜明辉: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向图像处理、医学图像处理、模式识别。